Janusz PĘDZIWIATR

WSTĘP DO PROJEKTOWANIA KONSTRUKCJI ŻELBETOWYCH WG PN-EN 1992-1-1:2008

Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne

Wrocław 2010

Rysunki:
Ryszard ANTONOWICZ

Projekt okładki:
EDITUS – Sławomir PĘCZEK

Redakcja techniczna:
Zdzisław MAJEWSKI
Ewa STEFAŃSKA

Skład i łamanie:
Piotr CHAMERA

Copyright © by Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne

ISBN 978-83-7125-188-7

Książki Dolnośląskiego Wydawnictwa Edukacyjnego
dostępne są w sprzedaży wysyłkowej.
Zamówienia prosimy kierować pod adresem:

Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne
53-204 Wrocław, ul. Ojca Beyzyma 20/b, tel./fax (071) 363-26-85
http://www.dwe.wroc.pl
e-mail: biuro@dwe.wroc.pl

Spis treści

Wstęp ... 9

Wykaz stosowanych oznaczeń ... 10

1. Ogólne zasady projektowania konstrukcji żelbetowych ... 13
   1.1. Uwagi ogólne ... 13
   1.2. Idealizacja konstrukcji ... 14
   1.3. Metody wymiarowania – metoda stanów granicznych i częściowych współczynników bezpieczeństwa ... 15
   1.4. Obciążenia działające na konstrukcję ... 16
   1.5. Materiały do konstrukcji żelbetowych ... 19
      1.5.1. Własności betonu ... 19
      1.5.2. Własności stali zbrojeniowej ... 26

2. Podstawowe zasady projektowania konstrukcji żelbetowych ... 29
   2.1. Uwagi ogólne ... 29
   2.2. Trwałość konstrukcji ... 29
   2.3. Analiza konstrukcji ... 32
   2.4. Wpływ imperfekcji i efektów drugiego rzędu ... 36

3. Projektowanie zginanych belek żelbetowych ... 38
   3.1. Uwagi ogólne ... 38
      3.1.1. Zachowanie się belek żelbetowych podczas obciążenia ... 38
      3.1.2. Ogólne zasady określania stanu granicznego nośności na zginanie ... 41
   3.2. Stan graniczny nośności na zginanie – model uproszczony ... 43
      3.2.1. Uwagi ogólne ... 43
      3.2.2. Przekrój prostokątny pojedynczo zbrojony ... 44
      3.2.3. Przekrój prostokątny podwójnie zbrojony ... 47
      3.2.4. Przekrój prostokątny podwójnie zbrojony z zadanym zbrojeniem A_{s2} ... 49
      3.2.5. Przekrój teowy ... 49
      3.2.6. Inne przekroje belek ... 52
      3.2.7. Ogólne uwagi dotyczące wymiarowania przekrojów z wykorzystaniem zależności σ–ε dla betonu ... 52

3.2.8. Tablice do wymiarowania zginanych przekrojów prostokątnych pojedynczo zbrojonych ... 56
3.3. Ścinanie ... 57
3.3.1. Uwagi ogólne ... 57
3.3.2. Ścinanie w belkach – odcinki I rodzaju ... 59
3.3.3. Odcinki II rodzaju ... 62
3.3.4. Wymiarowanie belki na ścinanie ... 66
3.3.5. Sprawdzenie nośności na ścinanie ... 69
3.3.6. Ścinanie pomiędzy półką a środnikiem ... 70
3.4. Zagadnienia związane z zarysowaniem ... 72
3.4.1. Uwagi ogólne ... 72
3.4.2. Minimalne pole przekroju zbrojenia ... 73
3.4.3. Zarysowanie w zginanych belkach żelbetowych ... 74
3.5. Zagadnienia związane z ugięciem belek ... 80
3.5.1. Uwagi ogólne ... 80
3.5.2. Teoretyczne problemy obliczania ugięć ... 81
3.5.3. Praktyczne obliczanie ugięć według zaleceń normowych ... 83
3.6. Konstruowanie belek żelbetowych ... 85
3.6.1. Uwagi ogólne ... 85
3.6.2. Ustalanie wymiarów przekroju poprzecznego ... 88
3.6.3. Konstruowanie belek ze względu na zginanie ... 92
3.6.4. Konstruowanie belek ze względu na ścinanie ... 98
3.7. Przykłady do rozdziału trzeciego ... 99

4. Projektowanie słupów żelbetowych ... 115
4.1. Uwagi ogólne ... 115
4.2. Wymiarowanie przekrojów mimośrodowo ściskanych ... 117
4.2.1. Uwagi wstępne ... 117
4.2.2. Wymiarowanie przekrojów metodą uproszczoną ... 119
4.2.3. Wymiarowanie przekrojów mimośrodowo ściskanych metodą ogólną ... 122
4.3. Nośność przekrojów mimośrodowo ściskanych ... 126
4.4. Efekty drugiego rzędu w projektowaniu słupów ... 130
4.4.1. Uwagi ogólne ... 130
4.4.2. Nośność słupów z uwzględnieniem efektów II rzędu ... 132
4.4.3. Określanie sztywności słupów ... 137
4.5. Projektowanie słupa ... 139
4.5.1. Uwagi wstępne ... 139
4.5.2. Wstępne przyjmowanie wymiarów przekroju poprzecznego słupa ... 139
4.5.3. Wymiarowanie słupa ... 141
4.5.4. Konstruowanie zbrojenia słupa ... 142
4.5.5. Uwagi końcowe ... 144
4.6. Przykłady do rozdziału czwartego ... 145

5. Projektowanie konstrukcji monolitycznych – stropy ... 159
5.1. Uwagi ogólne ... 159
5.2. Zasady planowania układu konstrukcji i wstępnego przyjmowania wymiarów elementów ... 160
5.3. Obliczanie i konstruowanie ciągłych płyt zginanych jednokierunkowo ... 164
5.4. Obliczanie i konstruowanie drugorzędnych belek ciągłych (żeber) ... 168
5.4.1. Uwagi ogólne ... 168
5.4.2. Wymiarowanie ze względu na zginanie ... 169
5.4.3. Wymiarowanie ze względu na ścinanie ... 172
5.4.4. Konstruowanie zbrojenia żeber ... 172
5.5. Obliczanie i konstruowanie podciągów ... 173
5.6. Obliczanie i konstruowanie słupów i stóp fundamentowych ... 175

6. Przykład stropu monolitycznego płytowo-żebrowego ... 180
6.1. Dane ogólne do projektu, założenia ... 180
6.2. Przykład przyjmowania układu konstrukcyjnego i wstępnego przyjmowania wymiarów przekrojów ... 181
6.3. Projekt techniczny płyty ... 184
6.4. Projekt techniczny żebra ... 187
6.4.1. Schemat statyczny i obciążenia żebra ... 187
6.4.2. Wymiarowanie żeber na zginanie ... 187
6.4.3. Wymiarowanie żeber na ścinanie ... 189
6.4.4. Konstruowanie belki ze względu na zginanie i ścinanie ... 191
6.4.5. Sprawdzenie ścinania na styku żebro–płyta ... 193
6.4.6. Obliczenie ugięcia żebra (przęsło pierwsze) ... 194
6.4.7. Sprawdzenie szerokości rozwarcia rysy ... 196
6.5. Projekt techniczny podciągu ... 197
6.5.1. Schemat statyczny i obciążenia ... 197
6.5.2. Wymiarowanie podciągu na zginanie ... 198
6.5.3. Wymiarowanie podciągu na ścinanie ... 200
6.5.4. Ścinanie w miejscu połączenia żebra z podciągiem ... 201
6.5.5. Ścinanie pomiędzy płytą a podciągiem ... 202
6.5.6. Sprawdzenie stanu granicznego ugięcia i zarysowania ... 202
6.6. Projekt techniczny słupa ... 204
6.7. Projekt techniczny stopy fundamentowej ... 207
6.8. Podstawowe zasady wykonywania rysunków konstrukcji żelbetowych ... 209

Załącznik – tabele ... 212
Tabela nr 1. Beton – klasy, wytrzymałości i moduły sprężystości ... 212
Tabela nr 2. Podstawowy współczynnik pełzania dla RH = 50% i t_0 = 28 dni ... 212
Tabela nr 3. Podstawowy współczynnik pełzania dla RH = 80% i t_0 = 28 dni ... 213
Tabela nr 4. Współczynniki poprawkowe uwzględniające wiek betonu w chwili obciążenia ... 213
Tabela nr 5. Współczynniki do wymiarowania przekrojów zginanych zbrojonych stalą o f_{yd} = 350 MPa ... 213

Tabela nr 6. Współczynniki do wymiarowania przekrojów zginanych zbrojonych stalą o f_{yd} = 420 MPa 215
Tabela nr 7. Charakterystyka stali zbrojeniowej – pręty 217
Tabela nr 8. Przekrój zbrojenia w cm^2 na 1 m płyty 217
Tabela nr 9. Maksymalne wartości $\frac{l_{eff}}{d}$, dla których dopuszczalne ugięcie nie jest przekroczone (K = 1,0) 218
Tabela nr 10. Maksymalne wartości średnic zbrojenia, dla których szerokość rozwarcia rysy nie przekracza w_k = 0,3 mm 219
Tabela nr 11. Współczynniki statyczne do obliczania ugięć 220

Wstęp

Zgodnie ze swoim tytułem książka stanowi wprowadzenie do projektowania prostych konstrukcji żelbetowych. Została napisana z myślą, aby w sposób przystępny i praktyczny pokazać, jak należy korzystać z Eurokodów (PN-EN 1990, PN-EN 1991 i PN-EN 1992) przy projektowaniu. Składa się z sześciu rozdziałów oraz załączników z tabelami i rysunkami (rysunki zamieszczono na płycie CD).

Pierwsze dwa rozdziały obejmują problematykę dotyczącą wstępnych czynności i założeń poprzedzających projektowanie elementów konstrukcyjnych.

Rozdział trzeci poświęcony jest szczegółowemu opisowi zasad oraz algorytmów projektowania zginanych belek żelbetowych wraz ze ścinaniem oraz obliczaniem stanów granicznych użytkowania. W rozdziale czwartym omówiona jest problematyka projektowania słupów. W zakończeniu każdego z tych rozdziałów zamieszczono szereg szczegółowych przykładów obliczeniowych.

Rozdziały piąty i szósty są poświęcone projektowaniu tradycyjnego monolitycznego stropu słupowo-belkowego z jednokierunkowo zginanymi płytami ciągłymi. Szósty rozdział jest skróconym przykładem projektowania takiego stropu.

Książka prezentuje proste i praktyczne podejście do podstawowych problemów projektowych. Prezentuje je w spójny sposób i tylko zgodnie z nowymi normami. Skierowana jest głównie do studentów wydziałów budownictwa, ale pewne jej fragmenty mogą być też użyteczne dla osób mających już dużą styczność z problemami projektowania konstrukcji żelbetowych.

Przystępna forma powinna ułatwiać przyjazne „przechodzenie" z korzystania w projektowaniu ze starych norm na Eurokody.

Wykaz stosowanych oznaczeń

duże litery łacińskie

A_c – pole przekroju betonu
A_s – pole przekroju stali
$A_{s,min}$ – minimalne pole przekroju zbrojenia
$E_{c,eff}$ – efektywny moduł sprężystości betonu
E_{cd} – obliczeniowy moduł sprężystości betonu
E_{cm} – sieczny moduł sprężystości betonu
E_s – obliczeniowy moduł sprężystości stali
G_k – wartość charakterystyczna oddziaływania stałego
I – moment bezwładności przekroju betonu
M – moment zginający
M_{Ed} – obliczeniowy moment zginający wywołany oddziaływaniem
M_{Rd} – nośność ze względu na zginanie
N – siła podłużna
N_{Ed} – obliczeniowa siła podłużna wywołana oddziaływaniem
N_{Rd} – nośność ze względu na działanie siły podłużnej
Q_k – wartość charakterystyczna oddziaływania zmiennego
V – siła poprzeczna
V_{Ed} – obliczeniowa siła poprzeczna wywołana oddziaływaniami
V_{Rd} – nośność na ścinanie

małe litery łacińskie

b – całkowita szerokość przekroju belki
b_w – szerokość środnika
d – wysokość użyteczna przekroju
e – mimośród
f_c – wytrzymałość betonu na ściskanie
f_{ck} – charakterystyczna wytrzymałość walcowa betonu na ścisłanie
f_{cd} – obliczeniowa wytrzymałość betonu na ściskanie
f_{cm} – średnia wytrzymałość walcowa betonu na ściskanie
f_{ctm} – średnia wytrzymałość betonu na rozciąganie osiowe
f_{tk} – charakterystyczna wytrzymałość zbrojenia na rozciąganie
f_{yk} – charakterystaczna granica plastyczności zbrojenia
f_{yd} – obliczeniowa granica plastyczności zbrojenia
h – całkowita wysokość przekroju

małe litery greckie

γ_C – współczynnik częściowy betonu
γ_F – współczynnik częściowy oddziaływań
γ_S – współczynnik częściowy stali
θ – kąt
λ – smukłość
ρ – stopień zbrojenia podłużnego
ρ_w – stopień zbrojenia na ścinanie
ϕ – średnica pręta zbrojenia
$\varphi(t, t_0)$ – współczynnik pełzania

1. Ogólne zasady projektowania konstrukcji żelbetowych

1.1. Uwagi ogólne

Konstrukcja żelbetowa stanowi przemyślane połączenie betonu ze stalą zbrojeniową, która ma formę prętów. Dzięki odpowiedniemu wykorzystaniu własności obu tych materiałów i przy zapewnieniu im warunków do współpracy można projektować bardzo szerokie spektrum obiektów budowlanych.

O formie konstrukcji najczęściej decyduje architekt w porozumieniu z inwestorem. Do inżyniera konstruktora należy natomiast głównie zapewnienie konstrukcji odpowiedniego poziomu bezpieczeństwa (niezawodności), trwałości i takie zaprojektowanie, aby rozwiązanie było ekonomiczne i „przyjazne" dla wykonawcy, tzn. umożliwiało sprawne i poprawne zrealizowanie w określonych warunkach budowy.

Projektowanie konstrukcji bazuje na wiedzy z zakresu statyki, wytrzymałości materiałów, teorii sprężystości i plastyczności itp. Sama ta wiedza nie wystarcza jednak do wykonywania dobrych projektów. Konieczne są jeszcze dodatkowe umiejętności, które nabywa się stopniowo w czasie pracy. Wydatną pomoc stanowią książki i normy, które określają podstawowe zasady postępowania przy projektowaniu i zawierają różnego rodzaju zalecenia i wymagania. Są one efektem kumulowania się wiedzy o konstrukcjach nabytej w różnoraki sposób w okresie, w którym projektowano i realizowano konstrukcje żelbetowe.

Projektując jakąkolwiek konstrukcję trzeba stale mieć na uwadze, że podstawy, z których się korzysta (statyka, wytrzymałość), opisują sytuacje w pewnym sensie idealne. Własności mechaniczne materiałów są ściśle określone i mają deterministyczny charakter. Schematy statyczne operują jednoznacznie określonymi rozpiętościami i punktowymi podporami o na przykład całkowitym zamocowaniu lub swobodnym obrocie.

W rzeczywistości projektowej sytuacja jest dużo bardziej złożona. Każdy materiał, a więc również stal i beton, charakteryzuje się losowością podstawowych parametrów mechanicznych i charakterystyk odkształcalnościowych. Praktyczne sposoby zamocowania czy podparcia nigdy nie są punktowe i w bardzo różnym stopniu ograniczają odkształcenia podpieranego elementu.

Podobnie skomplikowana jest sprawa obciążeń działających na konstrukcję. Praktycznie w każdej sytuacji należy się liczyć z ich losowym charakterem, zarówno w odniesieniu do wartości, jak i miejsca działania.

Zasygnalizowane tu problemy muszą znaleźć swoje praktyczne rozwiązania podczas projektowania konstrukcji.

1.2. Idealizacja konstrukcji

Proces idealizacji dotyczy tu przyporządkowania elementów rzeczywistej konstrukcji odpowiednim modelom i przyjęcia rozpiętości obliczeniowych oraz schematów statycznych.

Przykładowo mamy do czynienia z następującymi ustaleniami:

a) płyta to element, w którym minimalny wymiar w planie jest nie mniejszy niż 5 grubości,
b) belka to taki element, gdzie rozpiętość jest co najmniej trzy razy większa niż wysokość; w przeciwnym wypadku mówimy o belce-ścianie,
c) słupem nazywa się element, w którym proporcja boków przekroju poprzecznego jest nie większa niż 4:1, a długość (wysokość) jest równa co najmniej trzykrotności większego z boków; w przeciwnym wypadku należy projektować taki element jak ścianę.

Powyższe rozróżnienia są dosyć oczywiste i nie budzą kontrowersji. Bardziej skomplikowana jest sprawa przyjmowania schematów statycznych, rozpiętości efektywnych (obliczeniowych) i schematów podpór. Podporami w konstrukcjach żelbetowych są zwykle wieńce, ściany lub inne – raczej szerokie – elementy żelbetowe. W żadnym przypadku nie są to (z wyjątkiem bardzo rzadko występujących łożysk) teoretyczne podparcia punktowe, umożliwiające swobodę obrotu. Jednakże w obliczeniach statycznych płyt i belek ciągłych przyjmuje się właśnie takie uproszczone schematy. Ogólnie można powiedzieć, że analizy statyczne prowadzi się dla mocno uproszczonych schematów, a rzeczywiste warunki pracy konstrukcji uwzględnia się na etapie konstruowania (tak zwane zalecenia konstrukcyjne). Jest to podejście ułatwiające projektowanie, a zarazem uproszczenie na korzyść bezpieczeństwa. W szczególnych sytuacjach mogą one być zastąpione bardziej złożonymi schematami.

Podstawą do określenia (raczej arbitralnego niż wynikającego ze skomplikowanych rozważań) efektywnej rozpiętości belek (przęseł) lub płyt jest rozpiętość pomierzona w świetle podpór – l_n

$$l_{eff} = a_1 + l_n + a_2 \,, \tag{1.1}$$

gdzie a_i jest szerokością podparcia elementu na danej podporze. Przyjmuje się, że tę szerokość można obliczyć ze wzoru (1.2):

$$a_i = \min\,[0{,}5h;\ 0{,}5t] \,, \tag{1.2}$$

w którym h jest wysokością danego elementu, a t szerokością podpory.

W przypadku cienkich płyt podpartych belkami praktycznie zawsze $h < t$ i takie podpory określa się czasem jako szerokie. W belkach podpory najczęściej usytuowane są w osiach (tzn. $h > t$).

Dzięki przeprowadzonej idealizacji konstrukcji można już ustalić obliczeniowe schematy statyczne i teoretycznie przystąpić do wyznaczania sił wewnętrznych.

1.3. Metody wymiarowania – metoda stanów granicznych i częściowych współczynników bezpieczeństwa

Idealizacja konstrukcji budowlanej polegająca na sprowadzeniu jej do określonych schematów statycznych umożliwia wykonanie obliczeń, ale nie gwarantuje jeszcze koniecznego dla realnego obiektu bezpieczeństwa. Ten aspekt projektowania jest uwzględniany na etapie wymiarowania. Dzieje się to poprzez zastosowanie właściwej metody wymiarowania. W długotrwałej już historii projektowania i realizacji konstrukcji żelbetowych istniało szereg takich metod. Najstarszą z nich jest metoda naprężeń liniowych. W wielkim skrócie można powiedzieć, że polega ona na analizie pracy przekroju żelbetowego w takim zakresie, w którym stal i beton można z dobrym przybliżeniem potraktować jako materiały zachowujące się zgodnie z prawem Hooke'a (tzn. liniowo-sprężyste). Obciążenia traktowane są jako wielkości o charakterze deterministycznym, których reprezentacją może być ich wartość średnia (charakterystyczna).

Odpowiedni poziom bezpieczeństwa zapewniony był przez przyjmowanie tak zwanych naprężeń dopuszczalnych ograniczających dosyć arbitralnie maksymalny poziom naprężeń w zbrojeniu i betonie.

Uwzględnienie własności plastycznych stali i betonu następuje w metodzie odkształceń plastycznych. Bezpieczeństwo konstrukcji jest tu kontrolowane przez globalne współczynniki bezpieczeństwa (większe od jedynki), przez które dzieli się wartość nośności obliczoną dla danego przekroju przy uwzględnieniu ewentualnego uplastycznienia.

Obecnie praktycznie na całym świecie przy projektowaniu konstrukcji żelbetowych korzysta się z metody stanów granicznych. Określenie stan graniczny oznacza tu taką sytuację w konstrukcji, że nawet infimezalne zwiększenie obciążeń dyskwalifikuje ją z punktu widzenia stawianych wymagań. Stany graniczne dzieli się na stany graniczne nośności i użytkowalności (użytkowania). Przykładowe stany graniczne nośności są następujące:

- nośność na zginanie,
- nośność na ścinanie,
- nośność na przebicie,
- nośność na ściskanie itp.

Są one bezpośrednio związane z bezpieczeństwem ludzi i konstrukcji.

Stany graniczne użytkowalności dotyczą następujących aspektów:

a) funkcjonowania konstrukcji lub jej elementów,
b) komfortu użytkowników,
c) szeroko rozumianej estetyki.

W typowych konstrukcjach żelbetowych sprawdza się stan graniczny użytkowania ze względu na wartość ugięcia elementu oraz na szerokość rozwarcia rys.

Nazwa metoda stanów granicznych wywodzi się z koncepcji polegającej na ustalaniu modelu zniszczenia odpowiadającego danemu stanowi. Przykładowo w odniesieniu do zginania polega to na określeniu (na podstawie wyników wieloletnich badań i analiz), jak zachowują się stal i beton w miarę wzrostu obciążenia powodującego zginanie. Ustala się odkształcalność tych materiałów, prawa rządzące odkształceniami całego przekroju (np. prawo płaskich przekrojów), określa siły mogące powstać w betonie i stali, a w efekcie podaje się parametry graniczne, przy których równowaga sił zewnętrznych i indukowanych

przez nie sił w przekroju staje się chwiejna. Te parametry definiują stan graniczny i na ich podstawie można już formułować odpowiednie zależności (np. równania równowagi).

Wykorzystanie w analizie mechanizmów charakterystycznych dla zniszczenia oznacza, że do projektowania muszą być wprowadzone dodatkowe elementy gwarantujące odpowiedni poziom bezpieczeństwa konstrukcji. Te mechanizmy występują w dwóch, w zasadzie rozłącznych, grupach. Jeden po stronie przyjmowanych do obliczeń statycznych obciążeń, a drugi przy określaniu własności mechanicznej stali i betonu używanych do projektowania. W sposób symboliczny warunek stanu granicznego można zapisać następująco:

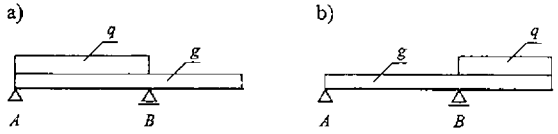
$$E_d(g, q, \gamma) \leqslant R_d(f_{ck}, f_{yk}, \gamma) \,. \tag{1.3}$$

Oznacza on, że uogólniona siła zewnętrzna E_d, będąca funkcją obciążeń i odpowiednich współczynników, jest nie większa niż odpowiednia siła wewnętrzna R_d, która zależy w ogólności od charakterystyk stali, betonu i dodatkowych współczynników. Zagadnienie to jest bardziej szczegółowo omówione i wyjaśnione w dalszej części rozdziału pierwszego.

1.4. Obciążenia działające na konstrukcję

Podstawowym podziałem obciążeń w typowych obiektach budowlanych jest rozróżnienie obciążeń stałych – g (G) oraz zmiennych q (Q). Cechą charakterystyczną obciążeń stałych jest to, że obejmują one zwykle całą długość (powierzchnię) elementu. Jeżeli obiekt jest bardziej zróżnicowany i takie są też obciążenia stałe, to wiemy, że ich położenie jest określone i niezmienne (do czasu ewentualnej przebudowy).

Obciążenie zmienne ma natomiast możliwość występowania tylko w niektórych fragmentach konstrukcji. W związku z tym jest ono „gorsze" dla konstrukcji. Przy kojarzeniu obciążeń należy się liczyć z tym, że obciążenie zmienne pojawi się tam, gdzie jego skutkiem będzie przyrost sił wewnętrznych, a nie będzie w miejscach, których obciążenie spowoduje odciążenie konstrukcji. Zagadnienie to można zilustrować bardzo prostym przykładem – rys. 1.1.



Rys. 1.1. Wpływ położenia obciążenia zmiennego na wartości momentów

Gdy chcemy wyliczyć wartość maksymalnego momentu nad podporą B, to musimy się liczyć z tym, że na części wspornikowej belki znajduje się zarówno obciążenie stałe (to jest oczywiste), jak i zmienne. Jeżeli natomiast interesuje nas ekstremum momentu w przęśle, to na części wspornikowej należy uwzględnić obecność jedynie obciążenia stałego.

Kolejną cechą odróżniającą obciążenia stałe od zmiennych jest ich zmienność (losowość). Obciążenia stałe są to najczęściej ciężary materiałów, z których wykonana jest

podstawowa konstrukcja i stałe elementy wykończeniowe. Są one w miarę precyzyjnie określone przez producentów i ewentualne niedokładności (współczynniki zmienności lub granice tolerancji ±) są relatywnie małe.

Przykładem obciążeń zmiennych są: obciążenie wiatrem, śniegiem, ludźmi, pojazdami, materiałami wypełniającymi itp. Nawet tylko czysto intuicyjna ocena tych obciążeń wskazuje, że ich zmienność w odniesieniu do wartości jest większa niż ma to miejsce przy obciążeniach stałych.

To rozróżnienie znajduje swoje odzwierciedlenie w projektowaniu, na etapie ustalania obciążeń. Stosuje się tak zwaną metodę współczynników częściowych. Polega ona na tym, że do przeprowadzenia stosownych obliczeń statycznych stosuje się wartości obliczeniowe oddziaływań, które są iloczynami wartości charakterystycznych i odpowiednich współczynników. Wartości charakterystyczne są zwykle średnimi. Jeżeli wartości średniej obciążenia nie można uznać za reprezentatywną, to w obliczeniach wykorzystuje się 5% lub 95% kwantyle. Mówiąc prościej, są to wtedy takie wartości, w których prawdopodobieństwo wystąpienia wartości mniejszej niż reprezentatywna wynosi 5% lub wystąpienia nie większej – 95%. Aby określić te wartości, należy znać rozkład dystrybuanty danej zmiennej i wiedzieć, która wartość (dolna czy górna) jest miarodajna. Na szczęście w większości typowych sytuacji wartości obciążeń charakterystycznych są podane w stosownych normach (np. PN-EN 1991-1-1) lub zawarte są w deklaracjach producenta. Różnice pomiędzy charakterem obciążeń stałych i zmiennych wyrażają się w zróżnicowanych wartościach współczynników oddziaływania.

Z praktycznego punktu widzenia, przy projektowaniu typowych konstrukcji żelbetowych, bierze się pod uwagę kombinację obciążeń związaną ze sprawdzeniem nośności (STR) oraz użytkowalności.

W stanie granicznym nośności wartość obliczeniową oddziaływań oblicza się zgodnie z zasadą:

$$E_d = E\left\{\gamma_{G,j}G_{K,j};\ \gamma_{Q,1}Q_{K,1};\ \gamma_{Q,i}\psi_{O,i}Q_{K,i}\right\} \,. \tag{1.4}$$

Oznacza ona, że należy zestawić wszystkie obliczeniowe wartości obciążeń stałych, wiodące obciążenie zmienne i obliczeniową kombinację wartości towarzyszących obciążeń zmiennych (pominięto efekty sprężania). W praktyce europejskiej oznacza to, że obciążenia są następującą kombinacją:

$$\sum \gamma_{G,j}G_{K,j} \ „+" \ \gamma_{Q,1}Q_{K,1} \ „+" \ \sum \gamma_{Q,i}\psi_{O,i}Q_{K,i} \,. \tag{1.5}$$

W załączniku krajowym zalecono „oszczędniejsze" zestawianie obciążeń. Zgodnie z nim do projektowania (obliczeń) należy wybrać mniej korzystną (większą) wartość z dwóch poniżej zapisanych:

$$\sum_j \gamma_{G,j}G_{K,j} \ „+" \ \gamma_{Q,1}\psi_{O,1}Q_{K,1} \ „+" \ \sum_j \gamma_{Q,i}\psi_O Q_{K,i} \tag{1.6a}$$

lub

$$\sum_j \xi\gamma_{G,j}G_{K,j} \ „+" \ \gamma_{Q,1}Q_{K,1} \ „+" \ \sum \gamma_{Q,i}\psi_{O,i}Q_{K,i} \,. \tag{1.6b}$$

W prostszych konstrukcjach ma się do czynienia z jednym głównym oddziaływaniem zmiennym i wtedy konkretna postać wyrażeń (1.6a) i (1.6b) sprowadza się do przyjęcia następujących zależności (dla budynków):

$$1{,}35 \cdot G_K + 1{,}05 \cdot Q_K \tag{1.7a}$$

lub

$$1{,}15 \cdot G_K + 1{,}5 \cdot Q_K \,. \tag{1.7b}$$

We wzorach (1.4) do (1.7) G_K jest symbolem obciążeń stałych, Q_K – zmiennych, a znak „+" oznacza efekt sumowania. Jeżeli obciążenie stałe działa na konstrukcję w analizowanym przekroju odciążająco, to przyjmuje się $G_0 = 1{,}0 \cdot G_K$. W sytuacjach wymagających większej precyzji obliczeń (i posiadając odpowiednie dane) można przy niekorzystnym wpływie obciążeń stałych przyjmować $G_{k,max}$, a przy korzystnym – $G_{k,min}$.

W sytuacji, gdy projektuje się magazyny, należy stosować „europejską" kombinację obciążeń, tzn. $1{,}35 \cdot G_K + 1{,}5 \cdot Q_K$.

Takie przyjęcie wartości obliczeniowych obciążeń zapewnia już określony poziom bezpieczeństwa (po stronie sił zewnętrznych E_d).

Przy obliczaniu stanów granicznych użytkowania zapas bezpieczeństwa może być zdecydowanie mniejszy. Ewentualne przekroczenie tych stanów nie skutkuje bowiem zagrożeniem dla ludzi lub obiektu, a jedynie pogorszeniem warunków eksploatacji i ewentualnie kosztami remontu.

Przy sprawdzaniu ich wykorzystuje się zwykle tak zwaną kombinację obciążeń prawie stałą. Stosując omówioną już konwencję zapisu, otrzymujemy:

$$G_K \text{ „+" } \psi_2 \cdot Q_K \,. \tag{1.8}$$

Można w obliczeniach posługiwać się wartościami $G_{K,sup} = G_{K,max}$ i $G_{K,inf} = G_{K,min}$, jeżeli takimi danymi dysponujemy. Współczynnik ψ_2 określa tak zwaną długotrwałą część obciążeń zmiennych. Zależy on od kategorii powierzchni. Wartości tego współczynnika podane są w tabeli 1.1.

Tabela 1.1. Wartości ψ_2

Kategoria powierzchni	ψ_2
mieszkalne i biurowe	0,3
miejsca zebrań i powierzchnie handlowe	0,6
powierzchnie magazynowe	0,8

Dużo rzadziej w analizie stanów granicznych użytkowalności używa się kombinacji obciążeń charakterystycznych lub częstych. Może to wynikać z bardziej restrykcyjnych ustaleń poczynionych z inwestorem. Kombinacje te różnią się od kombinacji prawie-stałej wartościami współczynnika ψ (może to być 1 lub $\psi_1 > \psi_2$).

1.5. Materiały do konstrukcji żelbetowych

Typowa konstrukcja żelbetowa składa się ze stalowego szkieletu zbrojeniowego wykonanego z prętów oraz masy betonowej, która po wypełnieniu deskowania i stwardnieniu łączy się w sposób trwały ze zbrojeniem.

W pewnym przybliżeniu można powiedzieć, że na jakość i wytrzymałości konstrukcji żelbetowych główny wpływ mają własności tych dwóch materiałów.

1.5.1. Własności betonu

a) wytrzymałość betonu na ściskanie

W konstrukcjach żelbetowych beton jest wykorzystywany głównie w strefach ściskanych. Wytrzymałość na ściskanie betonu jest około 10 razy większa niż na rozciąganie i to ona ma wiodące znaczenie.

Badanie wytrzymałości na ściskanie polega zawsze na określeniu wartości maksymalnej siły osiowo ściskającej betonowy element, która prowadzi do jego zniszczenia. Okazuje się jednak, że wynik badań zapisany np. w postaci $\sigma_{c,max} = F_{max}/A_{cc}$ (siła podzielona przez powierzchnię betonu) w bardzo dużym stopniu zależy od kształtu i wymiarów badanego elementu. Bez zagłębiania się w szczegóły można podać dwa główne źródła tego zjawiska:

- efekt skali polegający w ogólności na tym, że im mniejszy jest element, tym większa jest jego wytrzymałość;
- efekt tarcia pomiędzy elementem badanym a urządzeniem obciążającym. Siły tarcia na tym styku ograniczają poprzeczne odkształcenia betonu i wprowadzają złożony stan naprężeń.

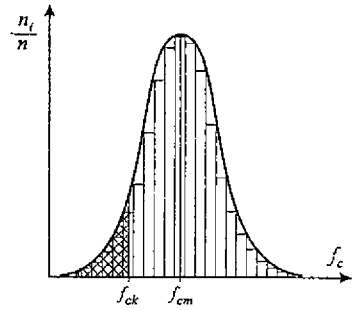
Generalnie zaburzenie to zwiększa wartość otrzymanej wytrzymałości. Im próbka jest niższa, tym efekt jest znaczniejszy.

Ważnym czynnikiem jest też kształt próbki. Typowymi elementami do badań są kostki sześcienne oraz walce. Mają one swoje różne wady i zalety, a dają przy tym różne wyniki badań dla tego samego betonu.

W takiej sytuacji konieczne jest jednoznaczne określenie standardu badań. Obecnie podstawą do określania wytrzymałości betonu są wyniki badań przeprowadzonych na próbkach walcowych o średnicy podstawy 150 mm i wysokości 300 mm. Siła niszcząca taki element w jego środkowej części wysokości odpowiada jednoosiowemu ściskaniu. Pojedynczy wynik badań i obliczeń wyznacza się na podstawie wzoru $\sigma_c = F/A_{cc}$ i wyznacza się średnią dla całej populacji – f_{cm}. Podstawą do projektowania konstrukcji metodą stanów granicznych jest wartość charakterystyczna tej wytrzymałości oznaczona jako f_{ck}. W Europie przyjmuje się, że wytrzymałość jest zmienną losową o rozkładzie normalnym i f_{ck} jest 5% kwantylem tego rozkładu. Na rysunku 1.2 pokazano schematycznie, w jaki sposób producent betonu określa parametry swojego betonu.

Po wykonaniu serii badań ($n \geqslant 30$) określa się wartość średnią f_{cm} i oblicza współczynnik zmienności v. Wytrzymałość charakterystyczną określa się ze wzoru:

$$f_{ck} = f_{cm}(1 - 1{,}64v) \,. \tag{1.9}$$



Rys. 1.2. Wyznaczanie wartości średniej i charakterystycznej betonu na ściskanie

W sytuacji, gdy nie jest się producentem, lecz projektantem, korzysta się z zależności (1.10):

$$f_{ck} = f_{cm} - 8 \quad \text{(w MPa)}. \tag{1.10}$$

Wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie f_{ck} jest podstawową charakterystyką betonu i odnosi się do betonu w stanie jednoosiowego ściskania. Tradycyjnie w wielu krajach (w tym w Polsce) badania wytrzymałości betonu na ściskanie wykonywało się (i dalej wykonuje) na próbkach sześciennych o wymiarze boku 150 mm. Ze względu na omawiany już złożony stan naprężeń otrzymuje się dla tego samego betonu i tej samej procedury określania wartości reprezentatywnej większą wartość – $f_{ck,cube}$. Można ją powiązać z wartością charakterystyczną dzięki przybliżonej zależności

$$f_{ck} = 0{,}8 f_{ck,cube} \,. \tag{1.11}$$

Obie te wartości, tzn. f_{ck} i $f_{ck,cube}$ znalazły swe miejsce w oznaczaniu klasy betonu. Symbolicznie można to zapisać w postaci C liczba/liczba, np. C30/37. Symbol ten oznacza beton o f_{ck} = 30 MPa i $f_{ck,cube}$ = 37 MPa.

Wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie zawiera już pewien zapas bezpieczeństwa (prawdopodobieństwo, że „nasz" beton będzie miał wytrzymałość mniejszą niż f_{ck} wynosi 5%, a w USA – 10%). Jest on wystarczający przy analizie stanów granicznych użytkowania, ale przy sprawdzaniu stanów granicznych nośności trzeba korzystać z wytrzymałości obliczeniowej betonu na ściskanie f_{cd}:

$$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_C = \frac{f_{ck}}{1{,}4} \,. \tag{1.12}$$

Częściowy współczynnik bezpieczeństwa γ_C = 1,4 został przyjęty do normy w ramach tak zwanych ustaleń krajowych. W większości krajów UE (i dawniej w Polsce) jest γ_C = 1,5.

b) wytrzymałość betonu na rozciąganie

Wytrzymałość betonu na rozciąganie jest funkcją jego wytrzymałości na ściskanie i można ją obliczyć ze wzoru:

$$f_{ctm} = 0{,}3 f_{ck}^{2/3} \,. \tag{1.13}$$

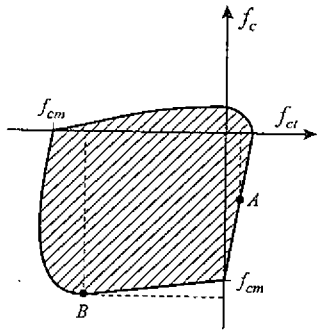
Oprócz wartości średniej f_{ctm}, często wykorzystuje się jej 5% i 95% kwantyle. Wybór górnego lub dolnego oszacowania wynika ze specyfiki obliczeń (wybiera się to, co jest dla konstrukcji bardziej niebezpieczne). Bez wdawania się w szczegóły można stwierdzić, że dużo częściej korzysta się z 5% kwantyla, a wytrzymałość obliczeniową betonu na rozciąganie oblicza się ze wzoru:

$$f_{ctd} = 0{,}7 \cdot f_{ctm}/\gamma_C = 0{,}21 \frac{f_{ck}^{2/3}}{1{,}4} = 0{,}15 f_{ck}^{2/3} \,. \tag{1.14}$$

Wzory (1.13) i (1.14) dotyczą wytrzymałości betonu w stanie jednoosiowego rozciągania. Czasami potrzebne mogą się okazać inne rodzaje wytrzymałości na rozciąganie – np. przy zginaniu, przy rozłupywaniu. Informacje na ten temat można znaleźć w bardziej specjalistycznych opracowaniach.

c) wytrzymałość betonu w złożonych stanach naprężeń

Jest szereg sytuacji, w których okazuje się, że beton pracuje w złożonym (najczęściej płaskim) stanie naprężeń i trzeba to uwzględnić w procesie projektowania. Taka sytuacja ma miejsce na przykład przy wymiarowaniu belek skręcanych, sprawdzaniu ścinania przy podporach. Dokładne określenie granicznych wartości wytrzymałości betonu w takich sytuacjach jest zagadnieniem bardzo złożonym. Opiera się ono na różnego typu hipotezach wytrzymałościowych uwzględniających złożone własności betonu. Poglądowo sprawę przedstawiono na rysunku 1.3 (dla płaskiego stanu naprężeń).



Rys. 1.3. Beton w złożonym stanie naprężeń – istota problemu

Na rysunku 1.3 pokazano krzywą graniczną oraz dwa punkty leżące na niej. Jeżeli stan naprężeń w betonie określony jest przez punkt leżący wewnątrz obszaru, to wytrzymałość

betonu nie jest przekroczona. Punkt „A" odpowiada sytuacji, w której beton poddany jest zarówno ściskaniu, jak i rozciąganiu. Osiągnięta jest tu graniczna nośność betonu, mimo że wartość naprężeń ściskających jest mniejsza niż f_{cm}, a rozciągających mniejsza od f_{ct}. W sytuacji gdy na beton działa układ naprężeń ściskanie-rozciąganie, jego wytrzymałość jest zawsze mniejsza niż w stanach jednoosiowego wytężenia. Dużo korzystniejszej sytuacji dotyczy punkt „B". tam beton znajduje się w sytuacji dwukierunkowego ściskania, które skutkuje skrępowaniem odkształceń i przyrostem wytrzymałości. Można to opisać za pomocą zależności:

$$f_{ck,c} = \begin{cases} f_{ck}\left(1 + 5 \cdot \dfrac{\sigma_2}{f_{ck}}\right), & \sigma_2 \leqslant 0{,}05 f_{ck} \\ f_{ck}\left(1{,}125 + 2{,}5 \cdot \dfrac{\sigma_2}{f_{ck}}\right), & \sigma_2 > 0{,}05 f_{ck} \end{cases} \tag{1.15}$$

Tylko w wyjątkowych sytuacjach projektant musi umieć oszacować spadek wytrzymałości betonu na rozciąganie. Zmniejszenie wytrzymałości na ściskanie związane z układem ściskanie-rozciąganie brane jest pod uwagę bardzo często w obliczeniach, które są prowadzone za pomocą modeli S–T. Trochę więcej szczegółów na ten temat podano w rozdziale 2. Ogólnie można podać, że złożony stan naprężeń uwzględnia się, przyjmując do obliczeń wytrzymałość betonu na ściskanie równą $\upsilon \cdot f_{cd}$, $\upsilon < 1{,}0$.

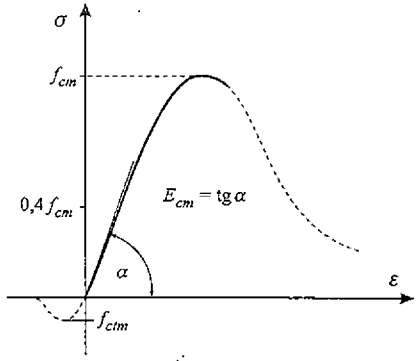
d) odkształcalność doraźna betonu

Odkształcalność betonu to określenie opisujące zależność $\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_c)$, tzn. relacje pomiędzy odkształceniami i naprężeniami w betonie. Charakter betonu jest bardzo złożony i podanie uniwersalnej zależności $\sigma - \varepsilon$ dla betonu nie jest możliwe. Na odkształcalność wpływa bardzo wiele czynników, których każdorazowa kontrola nie jest praktycznie możliwa. Do najważniejszych (i najlepiej znanych) należą: rodzaj kruszywa (bazalt, granit, wapień, otoczaki lub kruszywo łamane), uziarnienie, dodatki plastyfikatorów i superplastyfikatorów, rodzaje cementu itp. W wyjątkowych sytuacjach można przeprowadzić badania w celu uzyskania rzeczywistej charakterystyki danego betonu. Są to jednak bardzo sporadyczne przypadki. Wtedy należy też pamiętać, że wyniki badań zależą od tego, czy procedura polega na wymuszaniu naprężenia w betonie, czy też jego odkształcenia.

Ogólnie można powiedzieć, że beton ściskany zachowuje się jak materiał nieliniowo sprężysto-plastyczny, a podczas rozciągania sprężysto-kruchy. Stwierdzenie to jest jedynie poglądowym opisem jego zachowania, podobnie jak ilustrujący to rysunek 1.4. Linią ciągłą zaznaczono „zwykłą" charakterystykę betonu, a linie przerywane obrazują sytuację, gdy wymuszane jest odkształcenie. Takie „pełne" zależności są wykorzystywane w analizach wykorzystujących zasady mechaniki kruchego pękania, ale przy projektowaniu praktycznie się ich nie stosuje.

W zaawansowanych metodach wymiarowania konstrukcji bazujących na analizie nieliniowej stosuje się krzywoliniową zależność $\sigma_c - \varepsilon_c$ w postaci:

$$\sigma_c = f_{cm} \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \tag{1.16}$$



Rys. 1.4. Schematyczny wykres zależności $\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_c)$

We wzorze tym przyjęte są następujące oznaczenia:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}; \qquad \varepsilon_{c1} = 0{,}7 f_{cm}^{0{,}31} \leqslant 2{,}8, \tag{1.17}$$

$$k = 1{,}05 E_{cm} \cdot \frac{\varepsilon_{c1}}{f_{cm}} \quad \text{i} \quad E_{cm} = 22 \cdot (0{,}1 f_{cm})^{0{,}3}. \tag{1.18}$$

Wzory (1.17) i (1.18) określające ε_{c1} i E_{cm} są efektem analizy optymalizacyjnej i stąd ich nietypowa struktura („dziwne" wykładniki). Korzystając z nich, należy pamiętać, aby wartości, które wstawia się do wzorów, były wyrażone w odpowiednich jednostkach (tu f_{cm} w MPa, a E_{cm} w GPa).

Z zależności (1.16) korzysta się podczas zaawansowanego analizowania konstrukcji. W typowych sytuacjach stosuje się daleko idące uproszczenia. Ich dokładność okazuje się wtedy wystarczająca. Szczegóły podane są w rozdziale 3.

e) własności reologiczne betonu

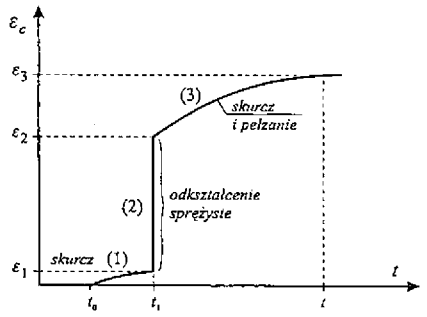
Beton jest sztucznym kamieniem, którego własności ulegają zmianom wraz ze wzrostem jego wieku. Dla typowych betonów wykonanych na bazie cementu portlandzkiego przyjmuje się, że osiąga on miarodajne parametry po 28 dniach od wykonania, przy normalnej pielęgnacji. Dla tego wieku betonu podawane są takie jego podstawowe charakterystyki, jak omawiane już wytrzymałość charakterystyczna, moduł sprężystości itp.

W rzeczywistości wiele procesów fizyko-chemicznych trwa nadal. W ich wyniku następuje wzrost wytrzymałości betonu oraz jego modułu sprężystości. Z punktu widzenia projektowego zjawiska te są korzystne, ale raczej tylko w wyjątkowych sytuacjach są uwzględniane w standardowych obliczeniach (częściej – jeżeli wykonuje się ekspertyzy obiektów). Z punktu widzenia projektanta bardzo istotne są natomiast dodatkowe odkształcenia betonu występujące w czasie eksploatacji obiektu. Są to skurcz i pełzanie betonu. Z pełzaniem ściśle związana jest relaksacja naprężeń. Zjawiska reologiczne dotyczące zachowania się w czasie materiałów wykazujących własności, które można określić

lepkością, są bardzo złożone. Zagadnieniu temu (nie tylko w odniesieniu do betonu) poświęcono bardzo wiele monograficznych opracowań.

Na elementarnym poziomie praktycznego projektowania konstrukcji żelbetowych można się jednak ograniczyć do bardzo uproszczonego opisu tych zjawisk.

Skurczem określa się wtedy zjawisko polegające na zmniejszaniu się wymiarów elementu betonowego. Pełzanie jest to proces polegający na przyroście odkształceń (ponad odkształcenie doraźne, sprężyste) przy stałym niezmiennym naprężeniu.



Rys. 1.5. Zmiany odkształceń w betonie w czasie

Na rysunku 1.5 przedstawiono schematyczny przebieg obciążeń w elemencie betonowym. Po zabetonowaniu pozostawał on w deskowaniu do czasu t_0 i „nic" się nie działo. Z chwilą rozdeskowania, w okresie czasu od t_0 do t_1, nie był obciążony, ale pod wpływem skurczu zaczęły pojawiać się w nim odkształcenia (1). W chwili gdy beton był w wieku t_1, został obciążony (ściśnięty) stałym naprężeniem. Spowodowało to skokowy przyrost odkształceń (2) równy $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$. Po przyłożeniu obciążenia następuje dalszy wzrost odkształceń (naprężenia pozostają stałe) (3). Jest on skutkiem łącznego działania skurczu i pełzania (przy ściskaniu sumują się).

Pełzanie definiowane jest jako przyrost odkształceń przy stałym naprężeniu. W istocie w konstrukcjach żelbetowych pod wpływem obciążeń długotrwałych dochodzi do spadku (relaksacji) naprężeń w betonie. Trudno więc mówić o „czystym" pełzaniu nawet wtedy, gdy wartość obciążenia nie ulega zmianie.

Zjawiska reologiczne są złożone ze względu na procesy będące ich źródłem, a dodatkowo skomplikowane są procedury matematyczne, które służą ustaleniu zależności $\sigma_c(t) = \sigma(\varepsilon_c(t))$. Z tego też względu pełne analizy konstrukcji, uwzględniające całą złożoność zjawiska, są wykonywane tylko w wyjątkowych sytuacjach.

W praktyce inżynierskiej problematyka skurczu staje się istotna przy projektowaniu zbiorników. Ograniczenie swobodnego skurczu betonu przez zbrojenie lub inne fragmenty konstrukcji powoduje powstawanie naprężeń rozciągających w betonie.

W skrajnych przypadkach mogą one być na tyle duże, że spowodują powstanie rys. Nawet jeżeli są mniejsze, to sumując się z naprężeniami rozciągającymi wywołanymi innymi oddziaływaniami, też mogą spowodować zarysowanie. Dla szczelnych zbiorników stanowi to problem, który musi być dokładnie przeanalizowany i rozwiązany. W typowych obiektach w praktyce pomija się wpływ skurczu zarówno w obliczeniach statycznych

konstrukcji statycznie niewyznaczalnych, jak i podczas wymiarowania poszczególnych elementów tej konstrukcji. Rola konstruktora ogranicza się najczęściej do zastosowania w projekcie tak zwanych zaleceń konstrukcyjnych dotyczących np. rozstawu dylatacji i minimalnego pola zbrojenia.

Pełzanie jest już uwzględnione w praktyce projektowej w dużo większym zakresie. W obliczeniach statycznych bierze się je pod uwagę raczej sporadycznie, ale koniecznie musi być brane pod uwagę przy następujących zagadnieniach:

a) wpływ efektów II rzędu na smukłe elementy (więcej szczegółów w rozdziale 4),
b) ugięcia i zarysowania belek (rozdział 3),
c) straty sprężania (tego zagadnienia książka nie dotyczy).

Kluczem do rozwiązywania tych zagadnień inżynierskich jest jedna z miar pełzania, tak zwany współczynnik pełzania $\varphi(t, t_0)$. Jest on wartością stosunku odkształceń wywołanych pełzaniem do odkształceń sprężystych (wywołanych obciążeniem). Najczęściej interesuje nas końcowa miara pełzania $\varphi(\infty, t_0)$, gdzie t_0 jest wiekiem betonu w chwili obciążenia. Jeżeli w chwili obciążenia naprężenie w betonie nie przekracza $0{,}45 f_{ck}$, to pełzanie jest liniowe, tzn. zależność $\sigma - \varepsilon$ można zapisać w postaci (przy stałym naprężeniu):

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{\sigma_c}{1{,}05 E_{cm}} . \tag{1.19}$$

W uproszczonych analizach zakłada się, że końcowa wartość współczynnika pełzania zależy od miarodajnego wymiaru elementu h_o, wilgotności względnej RH, klasy betonu (średniej wytrzymałości f_{cm}), wieku betonu w chwili obciążenia – t_0 oraz dodatkowo od rodzaju cementu i temperatury. W załączniku do książki podane są tabele (tabele nr 2, 3 i 4), z których można interpolując odczytać wartość $\varphi(\infty, t_0)$. Gdy potrzebne są dokładniejsze wartości współczynnika pełzania, to można skorzystać z następujących zależności:

a) obliczamy h_o [w mm]

$$h_o = \frac{2A_c}{u} , \tag{1.20}$$

gdzie u jest obwodem elementu mającym kontakt z atmosferą,

b) obliczamy φ_{RH}

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0{,}1 \cdot \sqrt[3]{h_o}} \qquad \text{dla } f_{cm} \leqslant 35 \text{ MPa}$$

lub (1.21)

$$\varphi_{RH} = \left\{ 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0{,}1 \cdot \sqrt[3]{h_o}} \cdot \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0{,}7} \right\} \cdot \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0{,}2}$$

RH w procentach; φ_{RH} – uwzględnia wpływ wilgotności.

c) wyznaczamy iloczyn $\beta(t_0) \cdot \beta(f_{cm})$ uwzględniający wytrzymałość betonu i wiek w chwili obciążenia:

$$\beta(t_0) \cdot \beta(f_{cm}) = \frac{1}{0{,}1 + t_0^{0{,}2}} \cdot \frac{16{,}8}{\sqrt{f_{cm}}} . \tag{1.22}$$

Podstawowy (końcowy) współczynnik pełzania oblicza się z zależności:

$$\varphi(\infty, t_0) = \varphi_o = \varphi_{RH} \cdot \beta(t_0) \cdot \beta(f_{cm}) . \tag{1.23}$$

Wpływ rodzaju cementu (normalny, szybkowiążący, wolnowiążący) i temperatury uwzględnia się modyfikując za pomocą wzorów z normy wartości czasu t_0.

1.5.2. Własności stali zbrojeniowej

Do zbrojenia konstrukcji żelbetowych używa się stali w postaci prętów okrągłych z użebrowaniem powierzchni.

Zasady ustalania wytrzymałości stali są w pełni analogiczne do opisanych już w odniesieniu do betonu. Na podstawie badań ustala się średnią wytrzymałość stali na rozciąganie oraz współczynnik zmienności. Wytrzymałość charakterystyczną (charakterystyczną granicę plastyczności) oznacza się jako f_{yk} (lub $f_{0,2k}$) i jest ona 5% kwantylem rozkładu wytrzymałości. Norma dotycząca projektowania konstrukcji żelbetowych EN 1992-1-1 odnosi się do stali mającej charakterystyczną granicę plastyczności w przedziale od 400 do 600 MPa. Wytrzymałość obliczeniową, której używa się do analizy stanów granicznych, oblicza się ze wzoru:

$$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_S , \qquad \gamma_S = 1{,}15 . \tag{1.24}$$

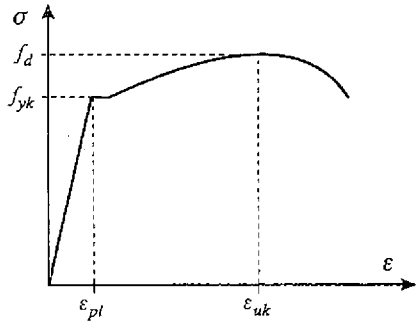
Własności stali deklarowane są przez producentów i muszą być potwierdzone aprobatami technicznymi. Podstawowe własności podawane w tych dokumentach są następujące:

- granica plastyczności (f_{yk} lub $f_{0,2,k}$),
- maksymalna rzeczywista granica plastyczności,
- wytrzymałość na rozciąganie,
- ciągliwość,
- zdolność do gięcia,
- charakterystyka przyczepności,
- wymiary przekrojów i tolerancje,
- wytrzymałość zmęczeniowa,
- spajalność.

Podstawowym kryterium podziału stali na klasy jest ciągliwość. Dotyczy ona skrajnych warunków stosunku $k = (f_t/f_y)_k$ oraz wartości odkształcenia przy maksymalnej sile (por. rys. 1.6).

W tabeli 1.2 podano wymagania dla klas stali A, B i C.

Zdolność do gięcia oznacza, że producent gwarantuje, iż wyginając pręt na odpowiednim trzpieniu (4ϕ dla $\phi \leqslant 16$ mm i 7ϕ dla $\phi > 16$ mm) nie spowodujemy jego pęknięcia.



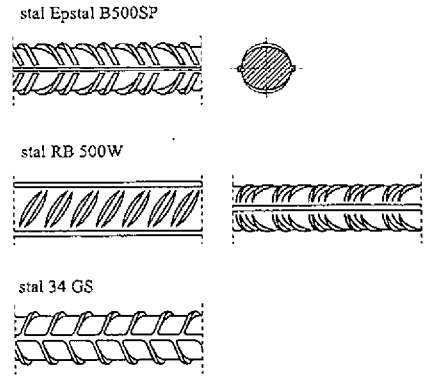
Rys. 1.6. Wykres odkształcalności stali

Tabela 1.2. Podział stali na klasy A, B, C – wymagania ciągliwości

Klasa	A	B	C
$k = (f_t/f_y)_k$	$\geqslant 1{,}05$	$\geqslant 1{,}08$	$\geqslant 1{,}15$ $< 1{,}35$
ε_{uk} [%]	$\geqslant 2{,}5$	$\geqslant 5{,}0$	$\geqslant 7{,}5$

Właściwa przyczepność jest zapewniona, gdy względne pole powierzchni żeberek spełnia warunki:

$$f_R \geqslant f_{R,min} = \begin{cases} 0{,}035 & \phi \leqslant 6 \\ 0{,}040 & 6 \leqslant \phi \leqslant 12 \\ 0{,}056 & \phi \geqslant 12 \end{cases} . \tag{1.25}$$



Rys. 1.7. Wzory żebrowania typowych stali stosowanych w Polsce

Wytrzymałość zmęczeniowa stali oznacza, że przy ponad dwóch milionach cykli obciążenie-odciążenie nie nastąpi zniszczenie, gdy amplituda naprężeń jest nie mniejsza niż 150 MPa.

Niezbędne do projektowania informacje producenta muszą obejmować również wartość produkowanych średnic nominalnych oraz długości handlowe prętów. Pojęcie średnicy nominalnej wiąże się z tym, że w prętach żebrowanych nie można bezpośrednio pomierzyć „średniej" średnicy. Średnica nominalna (pole nominalne) to taka średnica pręta okrągłego (bez żeberek), która daje identyczną średnią powierzchnię pręta, jaką ma pręt przy danym układzie żebrowania. Układ żeberek (to ich charakterystyka pozwala określić f_R) jest znakiem rozpoznawczym stali. Na rysunku 1.7 pokazane są wybrane wzory żebrowania.

W załączniku do książki podane są charakterystyki używanych w Polsce stali niezbędne do projektowania (tabele 7 i 8).

2. Podstawowe zasady projektowania konstrukcji żelbetowych

2.1. Uwagi ogólne

Podane w rozdziale pierwszym zasady ustalania obciążeń oraz określania wytrzymałości stali i betonu gwarantują, że stosując opisaną metodę stanów granicznych możemy zaprojektować konstrukcję w sposób bezpieczny. Jej poziom niezawodności jest zgodny z wymaganiami normowymi. Nie wyczerpuje to jednak jeszcze wszystkich stawianych konstrukcji wymagań, które trzeba spełnić na etapie projektowania. Pod uwagę trzeba też brać takie aspekty jak np. odporność ogniowa, trwałość. Ważny jest także sposób analizy konstrukcji.

2.2. Trwałość konstrukcji

Przez trwałość konstrukcji należy rozumieć jej zdolność do spełniania wymogów stanów granicznych nośności i użytkowania przez cały okres eksploatacji. W skrócie można powiedzieć, że zagadnienia trwałości dotyczą interakcji pomiędzy konstrukcją a oddziałującym na nią środowiskiem. W tabeli 2.1 podane są klasy ekspozycji oraz charakterystyki środowisk.

Klasa ekspozycji ma wpływ na trzy ważne parametry przyjmowane do projektowania:

a) minimalne otulenie,
b) wymaganą klasę betonu,
c) wartość maksymalnej dopuszczalnej szerokości rozwarcia rys – w_{max}.

W tabeli 2.2 podane są zalecane do projektowania klasy wytrzymałości betonu. Należy je traktować jako minimalne, tzn., że można oczywiście w uzasadnionych sytuacjach stosować wyższe, natomiast niższych raczej nie.

Przyjęcie minimalnego otulenia $c_{min,dur}$ związane jest z ochroną stali zbrojeniowej przed korozją. Oprócz klasy ekspozycji ma na nią wpływ również tak zwana klasa konstrukcji. Jest ona powiązana z projektowanym okresem użytkowania. W typowych konstrukcjach żelbetowych zaleca się przyjmować klasę S4 odpowiadającą 50 latom eksploatacji budynku. Wartość otulenia $c_{min,dur}$ ustala się jako odległość pomiędzy powierzchnią betonu a najbliższym zbrojeniem (w dowolnej formie). W tabeli 2.3 podane są wartości $c_{min,dur}$ dla dwóch klas konstrukcji S3 i S4. Pomimo że projektuje się obiekt klasy S4, czasami możliwe jest przyjęcie danych z klasy o jedną niższej.

W szczególności dotyczy to dwóch sytuacji:

a) elementów płytowych,
b) zastosowania betonów o co najmniej dwie klasy lepszych niż to podano w tabeli 2.2.

Tabela 2.1. Klasy ekspozycji w zależności od warunków środowiskowych według EN 206-1

Oznaczenie klasy	Opis środowiska	Przykłady występowania
1. Brak zagrożenia korozją i agresją chemiczną		
XO	Dotyczy betonu niezbrojonego i nie zawierającego wbudowanych elementów metalowych. Wszystkie środowiska z wyjątkiem występowania zamrażania / rozmrażania, ścierania lub agresji chemicznej. W przypadku betonów zbrojonych lub zawierających wbudowane elementy metalowe: bardzo suche.	Beton wewnątrz budynków o bardzo niskiej wilgotności powietrza.
2. Korozja spowodowana karbonatyzacją		
XC1	Suche lub stale mokre.	Beton we wnętrzach o niskiej wilgotności powietrza lub stale zanurzony w wodzie.
XC2	Mokre, sporadycznie suche.	Powierzchnie betonu narażone na długotrwały kontakt z wodą. Wiele fundamentów.
XC3	Umiarkowanie wilgotne.	Beton wewnątrz budynków o umiarkowanej lub wysokiej wilgotności powietrza. Beton na zewnątrz osłonięty przed deszczem.
XC4	Cyklicznie mokre i suche.	Powierzchnie betonu narażone na kontakt z wodą, ale nie jak w klasie ekspozycji XC2.
3. Korozja spowodowana chlorkami		
XD1	Umiarkowanie wilgotne.	Powierzchnie betonu narażone na działanie chlorków z powietrza.
XD2	Mokre, sporadycznie suche.	Baseny pływackie. Beton narażony na działanie wody przemysłowej zawierającej chlorki.
XD3	Cyklicznie mokre i suche.	Elementy mostów narażone na działanie rozpylonych cieczy zawierających chlorki, nawierzchnie dróg, płyty parkingów.
4. Korozja spowodowana chlorkami z wody morskiej		
XS1	Narażenie na działanie soli zawartych w powietrzu, ale nie na bezpośredni kontakt z wodą morską.	Konstrukcje zlokalizowane na wybrzeżu lub w jego pobliżu.
XS2	Stałe zanurzenie.	Elementy budowli morskich.
XS3	Strefy wpływów, rozbryzgów i aerozoli.	Elementy budowli morskich.

Tabela 2.1. kont. Klasy ekspozycji w zależności od warunków środowiskowych według EN 206-1

Oznaczenie klasy	Opis środowiska	Przykłady występowania
5. Agresywne oddziaływanie zamrażania/rozmrażania		
XF1	Umiarkowanie nasycone wodą bez środków odladzających.	Pionowe powierzchnie betonowe narażone na deszcz i zamarzanie.
XF2	Umiarkowanie nasycone wodą ze środkami odladzającymi.	Pionowe powierzchnie betonowe konstrukcji drogowych narażone na zamarzanie i działanie z powietrza środków odladzających.
XF3	Silnie nasycone wodą bez środków odladzających.	Poziome powierzchnie betonowe narażone na deszcz i zamarzanie.
XF4	Silnie nasycone wodą ze środkami odladzającymi lub wodą morską.	Płyty dróg i mostów narażone na działanie środków odladzających. Powierzchnie betonowe narażone bezpośrednio na opryskiwanie środkami odladzającymi i na zamarzanie. Strefy narażone na ochlapywanie i zamarzanie w konstrukcjach morskich.
6. Agresja chemiczna		
XA1	Środowisko chemiczne mało agresywne zgodnie z Tablicą 2 EN 206-1.	Naturalne grunty i woda gruntowa.
XA2	Środowisko chemiczne średnio agresywne zgodnie z Tablicą 2 EN 206-1.	Naturalne grunty i woda gruntowa.
XA3	Środowisko chemiczne silnie agresywne zgodnie z Tablicą 2 EN 206-1.	Naturalne grunty i woda gruntowa.

Tabela 2.2. Wskazane klasy wytrzymałości betonu

	Klasy ekspozycji według Tabeli 2.1									
Korozja										
	Korozja wywołana karbonatyzacją				Korozja wywołana chlorkami			Korozja wywołana chlorkami z wody morskiej		
	XC1	XC2	XC3	XC4	XD1	XD2	XD3	XS1	XS2	XS3
Wskazana klasa betonu	C20/25	C25/30	C30/37		C30/37		C35/45	C30/37	C35/45	
Uszkodzenie betonu										
	Nie ma ryzyka				Zagrożenie zamrażaniem/rozmrażaniem			Zagrożenie chemiczne		
	XO				XF1	XF2	XF3	XA1	XA2	XA3
Wskazana klasa betonu	C12/15				C30/37	C25/30	C30/37	C30/37		C35/45

Tabela 2.3. Minimalne otulenie $c_{min,dur}$

Klasa konstrukcji	Klasa ekspozycji						
	XO	XC1	XC2/XC3	XC4	XD1/XS1	XD2/XS2	XD3/XS3
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45

W zasadzie nie ma innych możliwości stosowania zmian wartości $c_{min,dur}$.

Oprócz aspektu trwałości otulenie musi uwzględniać dodatkowo wymagania przepisów ppoż. (EN 1992-1-2) oraz zapewniać warunki dla przyczepności betonu do stali. Z tego drugiego powodu przyjmuje się, że:

$$c_{min,b} \geq \phi \tag{2.1}$$

gdzie ϕ – średnica pręta zbrojeniowego.

Minimalnym otuleniem jest większa z tych wartości. Ostatecznie do projektowania należy przyjmować c_{nom} określoną wzorem:

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} . \tag{2.2}$$

Wartość zalecanej odchyłki zależy od przewidywanej jakości prowadzenia prac budowlanych:

$$\Delta c_{dev} = \begin{cases} 10 \text{ mm} & \text{– przeciętne warunki wykonania} \\ 5-10 & \text{– są pomiary grubości otuliny} \\ 0-10 & \text{– elementy prefabrykowane.} \end{cases}$$

Wartość c_{nom} używana jest przy wymiarowaniu przekrojów i podana jest też na rysunkach wykonawczych.

2.3. Analiza konstrukcji

W rozdziale pierwszym podano ogólne zasady zestawiania oddziaływań (obciążeń) i prowadzenia obliczeń statycznych.

Warto wiedzieć, że dysponując pakietem obciążeń, obliczenia sił wewnętrznych można (a czasami trzeba) przeprowadzać różnymi sposobami.

a) analiza liniowo-sprężysta

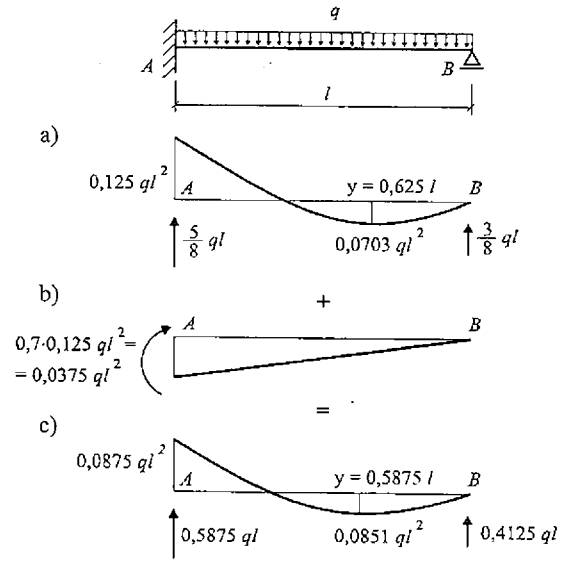
Jest to najprostsza metoda i zarazem najbardziej konserwatywna. W bezpośredni sposób korzysta się z teorii sprężystości i klasycznej statyki budowli. Obliczając ustroje statycznie niewyznaczalne, przyjmuje się do określania sztywności średni moduł sprężystości E_{cm} i moment bezwładności przekroju niezarysowanego. Taka analiza statyczna jest wykorzystywana w ogólnie dostępnych i popularnych programach komputerowych.

Nie uwzględnia ona tego, że w większości konstrukcji żelbetowych następuje zarysowanie, a przy wymiarowaniu uwzględnią się własności plastyczne stali zbrojeniowej. Oba

te zjawiska powodują lokalne zmiany sztywności. W konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych prowadzi to do „przegrupowania" – redystrybucji sił wewnętrznych.

b) analiza liniowo-sprężysta z ograniczoną redystrybucją sił wewnętrznych

Analiza taka polega na przeprowadzeniu dwu etapowych obliczeń. W pierwszym przeprowadza się klasyczne opisane już obliczenia. Na ich podstawie otrzymuje się wartości momentów i sił tnących w danym układzie statycznie niewyznaczalnym. W następnym kroku układ statyczny obciąża się w ten sposób, aby zmniejszyć wartość maksymalnego momentu. Ilustruje to rysunek 2.1.



Rys. 2.1. Przykład ograniczonej redystrybucji

Tabela 2.4. Maksymalne stopnie zbrojenia ρ [%], przy których można stosować redystrybucję i $\delta = 0,7$

stal \ beton	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
f_{yd} = 350	0,55	0,69	0,86	1,03	1,20	1,37
f_{yd} = 420	0,46	0,57	0,72	0,86	1,00	1,15

Belka statycznie jednokrotnie niewyznaczalna obciążona jest obciążeniem równomiernie rozłożonym q. Z analizy liniowo-sprężystej otrzymano:

$M_A = 0,125ql$ $\quad M_P(y = 0,625l) = 0,0703ql^2$

$V_A = 0,625ql$ $\quad V_B = 0,375ql$

Redystrybucja ma polegać na zmniejszeniu momentu podporowego. Stopień redystrybucji, tzn. stosunek wartości momentu po redystrybucji do momentu obliczonego klasycznie (sprężyście) musi spełniać warunki:

$$\delta \geq 0{,}44 + 1{,}25\frac{x}{d} \tag{2.3}$$

i

$$\delta \geq \begin{cases} 0{,}7 & \text{stale klasy B, C} \\ 0{,}8 & \text{stale klasy A} \end{cases} \tag{2.4}$$

Na rysunku 2.1b pokazana jest redystrybucja polegająca na „przyłożeniu" momentu na podporze o wartości $-\delta \cdot M_p = -0{,}7 \cdot 0{,}125ql^2 = 0{,}0375ql^2$. Stopień redystrybucji jest tu maksymalny z możliwych dla stali klasy B, C (wzór 2.4). Ostateczny układ sił uwzględniający redystrybucję pokazany jest na rysunku 2.1c.

$$M_A = 0{,}0875ql^2 \qquad M_P(y = 0{,}5875l) = 0{,}0851ql^2$$
$$V_A = 0{,}5875ql \qquad V_B = 0{,}4125ql$$

Dla takiego układu sił, który jest efektem korzystnej redystrybucji momentów (ale też sił tnących!) przeprowadza się wymiarowanie belki.

Należy pamiętać, aby po zwymiarowaniu sprawdzić stopień zbrojenia przekroju, gdzie występuje maksymalny moment. Jeżeli jest on większy od podanego w tabeli 2.4, to stopień redystrybucji musi być mniejszy niż 0,7. Można go obliczyć ze wzoru (2.5):

$$\delta = 0{,}44 + 1{,}544 \cdot \rho \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \,. \tag{2.5}$$

W tabeli 2.5 podano graniczne wartości ρ (dla przekrojów prostokątnych, dla których $\delta = 1$. Oznacza to, że wtedy już żadna redystrybucja nie wchodzi w rachubę.

Tabela 2.5. Wartości ρ_{max}, dla których $\delta = 1{,}0$

stal \ beton	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
$f_{yd} = 350$	1,18	1,48	1,85	2,22	2,59	2,96
$f_{yd} = 420$	0,99	1,23	1,54	1,85	2,16	2,47

Biorąc pod uwagę ograniczenia przedstawione w tabelach 2.4 i 2.5, widać, że praktyczne zastosowanie ograniczonej redystrybucji ma sens w elementach o małym i średnim stopniu zbrojenia.

Dodatkowo zalecenia normowe ograniczają stosowanie tej metody do belek i płyt ciągłych (statycznie niewyznaczalnych), w których dominujące jest zginanie, a stosunek długości sąsiadujących przęseł nie przekracza liczby 2.

c) analiza plastyczna

Metody analizy plastycznej można stosować w odniesieniu do sprawdzania stanów granicznych nośności. Podstawą do obliczeń jest teoria plastyczności. Można korzystać

zarówno z metody statycznej (dolne oszacowanie nośności), jak i kinematycznej (górne oszacowanie). Podstawową sprawą jest ustalenie, czy w krytycznych przekrojach ciągliwość jest wystarczająca do utworzenia się zakładanego mechanizmu utraty nośności. Jeżeli stosuje się stale klasy B i C o dużej ciągliwości, a stopień zbrojenia ρ (dla przekrojów prostokątnych) jest nie większy od podanego w tabeli 2.6, to można założyć, że wymaganie jest spełnione.

Tabela 2.6. Stopnie zbrojenia gwarantujące wystarczającą ciągliwość

stal \ beton	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
$f_{yd} = 350$	0,66	0,83	1,03	1,24	1,46	1,65
$f_{yd} = 420$	0,55	0,69	0,86	1,03	1,20	1,38

Jeżeli przewiduje się wyższe stopnie zbrojenia, to konieczne staje się przeprowadzenie bardziej szczegółowych obliczeń.

W szczególności konieczne jest obliczenie kąta obrotu θ_s w przekroju krytycznym oraz sprawdzenie, czy nie jest on większy od dopuszczalnego (zależnego od stopnia zbrojenia i klasy stali). Takie projektowanie jest bardzo pracochłonne i wyjątkowo rzadko stosowane w praktyce.

d) analiza nieliniowa

Jest to najbardziej zaawansowana metoda analizy konstrukcji. Wykorzystuje się w niej pełne charakterystyki materiałów i w konsekwencji uwzględnia realną sztywność. Praktycznie stosuje się ją projektując niestandardowe obiekty i korzystając z zaawansowanych programów komputerowych typu Lusas, Abaqus czy Diana.

e) metoda kratownicowa

Głównym miejscem zastosowania tej metody analizy konstrukcji są te fragmenty elementów, gdzie nie można przyjmować założeń o płaskich przekrojach, gdzie następuje skokowa zmiana geometrii elementu lub zasadnicza zmiana kierunku osi albo przyłożone jest obciążenie skupione. Takie obszary nazywane są regionami „D" („nieciągłości").

Analiza statyczna stosowana w tej metodzie polega na wykorzystaniu znajomości przebiegu trajektorii naprężeń. Rozkład tych naprężeń może być uzyskany dzięki rozwiązaniom teorii sprężystości lub plastyczności. Ważne jest przy tym, aby uwzględniono wpływ zarysowania na aktualny układ naprężeń. Podstawą do projektowania metodą S–T (kratownicową) są też bardzo często wyniki obliczeń komputerowych z programów wykorzystujących metodę elementów skończonych.

Nazwa metody wywodzi się z konstruowania zastępczych schematów statycznych. Polegają one na tworzeniu układu zawierającego węzły, pręty ściskane (*struts*) oraz rozciągane (*ties*). Prawidłowe skonstruowanie układu prętowego polega na odwzorowaniu „drogi", którą obciążenie (lub jego części) przekazać się może do podpór (miejsc reakcji). Pręty są konstruowane w ten sposób, że przebiegają one przez środki ciężkości stref rozciąganych albo ściskanych. Wśród wielu możliwych układów prętów dla danego

fragmentu konstrukcji należy wybierać te, w których długość prętów rozciąganych jest najmniejsza. Wiąże się to z zasadą minimum energii, która wymaga, aby $\sum F_i l_i \varepsilon_i$ była najmniejsza.

Poprawne stosowanie metody S–T wymaga sporej wiedzy inżynierskiej i doświadczenia. W najczęściej występujących sytuacjach odpowiednie układy prętowe są ogólnie znane. Dotyczy to między innymi takich przypadków jak:

a) ścinanie przy podporach belek,
b) belki skręcane,
c) krótkie wsporniki,
d) wysokie belki,
e) naroża ram,
f) belki o skokowo zmiennej wysokości,
g) płyty i tarcze z otworami.

Jednym z istotniejszych problemów jest odpowiednie przeanalizowanie warunków pracy prętów ściskanych i węzłów. Ze względu na złożony stan naprężeń trzeba uwzględniać zmniejszenie wytrzymałości betonu na ściskanie (tylko sporadycznie – zwiększenie) w prętach typu S. W odniesieniu do węzłów dochodzi do tego wpływ kotwienia w nim zbrojenia i kierunki działania sił obciążających ten węzeł.

2.4. Wpływ imperfekcji i efektów drugiego rzędu

Projektując konstrukcję żelbetową należy brać pod uwagę, że w rzeczywistej sytuacji możliwe jest występowanie szeregu różnych odchyłek od założeń projektowych.

Ewentualne niekorzystne odchyłki dotyczące własności czy też wymiarów przekrojów betonu i zbrojenia są uwzględnione na etapie ustalania wartości γ_C i γ_S. Pozostaje zagadnienie dotyczące niekorzystnego wpływu odchyłek geometrycznych całej konstrukcji i (lub) zmian położenia obciążenia. Może być to związane na przykład z dokładnością montażu prefabrykatów, układaniem deskowań itp.

Wpływ imperfekcji uwzględnia się w stanach granicznych nośności, nie ma natomiast konieczności brania ich pod uwagę przy analizie stanów granicznych użytkowalności.

W ogólności imperfekcje można uwzględniać na dwa sposoby:

a) dodatkowy (początkowy) mimośród e_i,
b) dodatkowa siła poprzeczna H_i umieszczana w ten sposób, aby otrzymać maksymalny moment.

To drugie podejście jest bardziej uniwersalne i może być stosowane zarówno w konstrukcjach statycznie wyznaczalnych, jak i niewyznaczalnych. Niezależnie od przyjętego sposobu opisu imperfekcji, punktem wyjścia jest kąt nachylenia θ_i opisany formułą:

$$\theta_i = \theta_o \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \,. \tag{2.6}$$

Kąt θ_o jest tak zwaną wartością bazową i przyjmuje się, że wynosi on $\theta_o = 1/200$. Współczynniki α_h i α_m służą do redukcji tego kąta. Uwzględniają one korzystne efekty związane z dużymi rozpiętościami (wysokościami) elementów lub ich liczbą.

Imperfekcję uwzględnia się projektując słupy. Dla wydzielonych elementów można ją określić jako początkowy mimośród niezamierzony o wartości określonej formułą (2.7):

$$e_o = \max\left\{\frac{l_o}{400}, \frac{h}{30}, 20\text{ mm}\right\}. \tag{2.7}$$

Przy analizie słupów o dużej smukłości często zachodzi konieczność uwzględniania efektów drugiego rzędu. Sprowadzają się one do przyrostu mimośrodu działania siły powstającego w wyniku odkształceń konstrukcji. W prostszych sytuacjach pomija się te odkształcenia i obliczenia statyczne przeprowadza się korzystając z zasady zesztywnienia (teoria I rzędu). Jeżeli jednak przyrost mimośrodów (momentów) wywołanych odkształceniami osi przekracza 10%, to trzeba przeprowadzić pełne obliczenia.

Efekty drugiego rzędu można uwzględniać na poziomie globalnym lub lokalnym (elementy wydzielone). Globalna analiza jest pełniejsza, ale zdecydowanie bardziej skomplikowana i pracochłonna. W dużym skrócie można powiedzieć, że polega ona na iteracyjnym obliczeniu statycznym całego układu konstrukcyjnego z uwzględnieniem przemieszczeń. Podstawowym problemem jest prawidłowe oszacowanie wstępnych charakterystyk geometrycznych przekroju, zbrojenia oraz przyjęcie sztywności uwzględniających zarówno pełzanie, jak i ewentualne zarysowanie wybranych elementów konstrukcji.

Praktycznie analizy globalne uwzględniające efekty drugiego rzędu można przeprowadzić jedynie z wykorzystaniem zaawansowanych programów komputerowych.

Dużo częściej, nawet projektując proste konstrukcje, ma się do czynienia z analizą drugiego rzędu na poziomie elementów wydzielonych. W pierwszym etapie przeprowadza się typowe obliczenia statyczne całego układu. Na drugim uwzględnia się dla części elementów (np. słupów) efekty drugiego rzędu. Norma zaleca dwie podstawowe metody obliczeń:

a) metodę sztywności nominalnej,
b) metodę nominalnej krzywizny.

Przymiotnik nominalny oznacza tu, że obie charakterystyki przyjmowane do obliczeń – krzywizna lub sztywność są określane za pomocą formuł mających z jednej strony uwzględnić złożoność zjawiska (pełzanie, rysy, szeregi przyrostów itp.), a drugiej strony być relatywnie prostymi do obliczeń.

Nieco bardziej uniwersalna jest metoda nominalnej sztywności. Wiele jej elementów było tradycyjnie używane w Polsce przy projektowaniu słupów według starszych norm. Szczegóły tej metody i sposób postępowania są opisane w rozdziale 4.

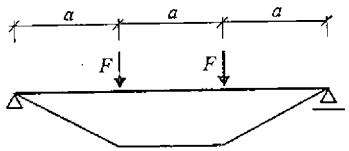
3. Projektowanie zginanych belek żelbetowych

3.1. Uwagi ogólne

Jednokierunkowe zginanie, zwane również zginaniem walcowym, jest w praktyce najczęstszym przypadkiem wytrzymałościowym, z którym ma do czynienia projektant konstrukcji. Występuje ono w zdecydowanej większości belek i w płytach, które mają odpowiednie proporcje wymiarów boków oraz sposoby podparcia. Dokładne prześledzenie procesów zachodzących w zginanym elemencie żelbetowym podczas narastającego obciążenia daje podstawy do zrozumienia specyfiki zachowania się konstrukcji żelbetowych. Projektowanie metodą stanów granicznych sprowadza całe zagadnienie do analizy równowagi sił w chwili zniszczenia, ale znajomość pełnego procesu, od chwili obciążenia, jest konieczna.

3.1.1. Zachowanie się belek żelbetowych podczas obciążenia

W punkcie tym przedstawiony jest krótki opis zachowania się belki żelbetowej, w której decydującym obciążeniem jest moment zginający. W przybliżeniu można stwierdzić, że odpowiada on sytuacji panującej w środkowym fragmencie belki o schemacie statycznym pokazanym na rysunku 3.1.

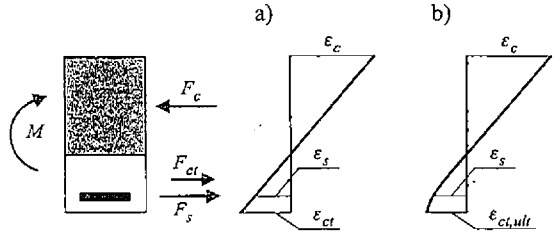


Rys. 3.1. Schemat typowej belki, w której w środkowej części występuje czyste zginanie

Nie zagłębiając się jeszcze w szczegóły, trzeba tylko pamiętać, że niezależnie od typu przekroju belki, w jej dolnej części znajdować się musi stal (zbrojenie główne), ze względu na występowanie rozciągania, a w górnej części (ściskanej) zwykle jest jej zdecydowanie mniej i w pierwszych przybliżeniach może być ona pominięta.

Jeżeli rozpocznie się proces obciążenia, to wielkości odkształceń powstałych w skrajnych włóknach betonu (ε_c – w strefie ściskanej, ε_{ct} – w strefie rozciąganej) oraz w stali ε_s są na tyle małe, że można z powodzeniem założyć, iż stal i beton zachowują się jak typowe materiały liniowo sprężyste. Odkształcenia rozciąganej stali i betonu na tym samym poziomie są identyczne (tak zwana idealna przyczepność). W obliczeniach można korzystać

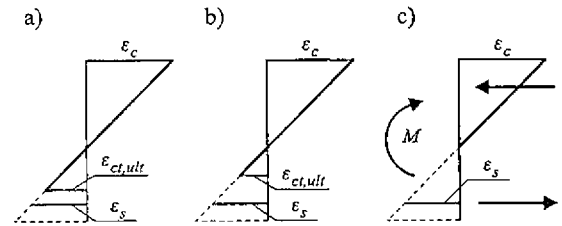
z rozwiązań klasycznej wytrzymałości materiałów, biorąc pod uwagę, że ze względu na występowanie dwóch różnych materiałów (stal, beton) celowe jest skorzystanie z koncepcji przekroju sprowadzonego. Polega ona w tym przypadku na „zastąpieniu" stali o powierzchni A_s adekwatnym polem powierzchni betonu równym $A_s \cdot E_s/E_c$. Pozwala to obliczyć zarówno wszystkie interesujące charakterystyki geometryczne przekroju (J, W), jak i naprężenia oraz siły F_c, F_{ct} i F_s (rysunek 3.2a). Tę fazę pracy belki określa się często jako pierwszą – I.



Rys. 3.2. Przebiegi odkształceń w przekroju przy niewielkich obciążeniach

Przy pewnym poziomie obciążenia zaczyna obserwować się pewne „anomalie" w zachowaniu betonu w strefie rozciąganej. Polegają one na jego uplastycznianiu się w najbardziej wytężonych skrajnych fragmentach (rys. 3.2b). Ten poziom obciążenia stanowi pierwszą cezurę w procesie zmian zachodzących przy obciążaniu. Im beton jest słabszy (niższej klasy), tym uplastycznienie jest wyraźniejsze. Uplastycznienie lub zalążki spękań w strefie rozciąganej pojawiają się już przy odkształceniach rzędu 0,1–0,15‰. Odpowiadające im odkształcenia w strefie ściskanej są wtedy nieco większe, ale i tak są ciągle w zakresie sprężystym.

Dalsze zwiększanie obciążenia prowadzi do powstania w przekroju rys (pęknięć). Początkowo ich zasięg jest niewielki, ale stosunkowo szybko powiększa się (rys. 3.3).



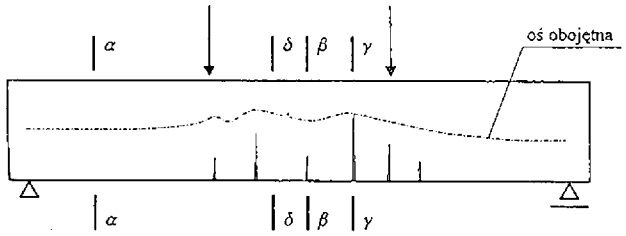
Rys. 3.3. Stopniowy wzrost zasięgu rysy towarzyszący przyrostowi obciążenia

Strefa rozciągana betonu staje się coraz mniejsza i jej znaczenie dla całości pracy elementu staje się znikome. Pęknięcie (rysa) powoduje naruszenie pierwotnej przyczepności. „Uwolniona" stal może wydłużać się zdecydowanie bardziej. O ile przed zarysowaniem, ze względu na zgodność odkształceń, naprężenia w stali mogły być rzędu $\varepsilon_{ct} \cdot E_s = (0{,}1 - 0{,}15) \cdot 200 = 20 \div 30$ MPa, to po zerwaniu przyczepności radykalnie rosną. Stal zbrojeniowa, której jest niewiele, musi w praktyce przenosić prawie całe roz-

ciąganie. Prowadzi to do przyrostu naprężeń o 100 i więcej MPa. Zagadnienie to jest omówione bardziej szczegółowo w rozdziale dotyczącym stanów granicznych użytkowania konstrukcji.

Na tym etapie wzrostowi obciążenia towarzyszy oczywiście wzrost odkształceń w strefie ściskanej betonu oraz zmniejszanie się zasięgu tejże strefy – podwyższeniu ulega położenie osi obojętnej. Za końcowy moment tego etapu pracy belki przyjmuje się umownie tak zwaną fazę drugą – II. Na rysunku 3.3 przedstawia ją wykres „c". Jest to sytuacja wyidealizowana, zakładająca, że obowiązuje w przekroju prawo płaskich przekrojów, a siły wewnętrzne równoważące działający moment występują tylko w rozciąganej (pracującej w zakresie sprężystym) stali i w betonie w strefie ściskanej (też pracującym sprężyście). Faza ta odgrywa ważną rolę w analizie stanów granicznych użytkowania. Założenia i metodyka obliczeń jest w pełni analogiczna do fazy I, ale pomija się całkowicie rolę betonu w strefie rozciąganej (zakłada się, że rysa dochodzi bezpośrednio do osi obojętnej).

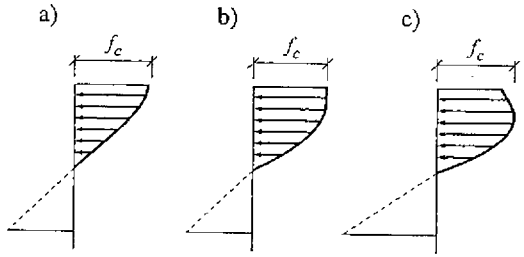
Trzeba jeszcze zwrócić uwagę, że opisane fazy pracy przekroju mogą występować równocześnie w całej belce w zależności od przebiegu momentów.



Rys. 3.4. Zróżnicowane wytężenie przekrojów belki

Na rysunku 3.4 wyróżnione zostały cztery przekroje. Przekrój α–α jest w miejscu, gdzie moment zginający jest na tyle mały, iż przekrój ten pracuje „cały" i w fazie I (niezarysowany). W przekroju γ–γ rysa dotarła już do osi obojętnej i sytuacja odpowiada idealnej fazie II. Przekrój β–β też jest zarysowany, ale zasięg rysy jest mniejszy – por. rys. 3.3a i b. Ciekawa sytuacja panuje w przekrojach typu δ–δ. Nie są one zarysowane, ale zerwanie przyczepności pierwotnej w pobliskich rysach umożliwiło poślizg zbrojenia względem otaczającego betonu. Skutkuje to zwiększeniem odkształceń w stali przy równoczesnej ich relaksacji w rozciąganym betonie. W tym przekroju prawo płaskich przekrojów stosuje się jedynie do betonu w strefie ściskanej i rozciąganej stali.

Dalszy przyrost obciążenia powoduje, że po okresie stabilnego rozwoju fazy II (proporcjonalny wzrost odkształceń ε_c i ε_s) może dochodzić do procesów uplastycznienia. Dotyczą one zarówno stali, jak i betonu. Różnice w charakterze zależności σ–ε dla stali i betonu powodują, że o ile osiągnięcie przez stal granicy plastyczności umożliwia jeszcze duży przyrost jej odkształceń, to w betonie proces uplastycznienia obejmuje stopniowo kolejne włókna ściskanego betonu. Na rysunku 3.5 schematycznie przedstawiono proces kształtowania się naprężeń w betonie w miarę wzrostu uplastycznienia. W ekstremalnych przypadkach (rys. 3.5c) możliwa jest dekompresja naprężeń w skrajnych włóknach.



Rys. 3.5. Zmiany w przebiegu odkształceń w ściskanym betonie przy rozwoju uplastycznienia

Opisana powyżej sytuacja prowadzi do stanu granicznego nośności na zginanie. Można mówić o jego osiągnięciu wtedy, gdy infinitezymalny przyrost momentu powoduje zniszczenie (utratę równowagi).

Z punktu widzenia zginanych konstrukcji żelbetowych można wyobrazić sobie trzy mechanizmy zniszczenia:

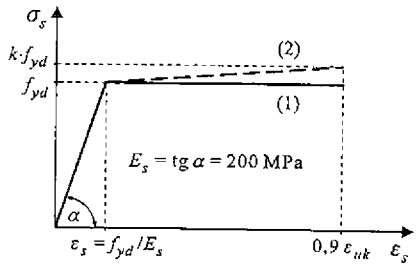
a) w wyniku przekroczenia wytrzymałości na ściskanie zmiażdżeniu ulega beton,
b) w wyniku przekroczenia granicznych wydłużeń (lub wytrzymałości na rozciąganie) zerwaniu ulega stal zbrojeniowa,
c) oba powyżej określone procesy zachodzą równocześnie.

Oczywiście ta ostatnia sytuacja jest najkorzystniejsza z punktu widzenia ekonomiki projektowania konstrukcji. Jest ona podstawą do formułowania inżynierskich założeń stanu granicznego. Czasami jednak trzeba się liczyć z tym, że z bardzo różnych względów mechanizmy zniszczenia są typu „a" lub „b". Zagadnienia te są omówione w dalszej części rozdziału 3.

3.1.2. Ogólne zasady określania stanu granicznego nośności na zginanie

Ze względu na wymagany zapas bezpieczeństwa analizę stanów granicznych przeprowadza się, stosując obliczeniowe wartości obciążeń (i wynikające z nich momenty) oraz obliczeniowe modele i wytrzymałości materiałów.

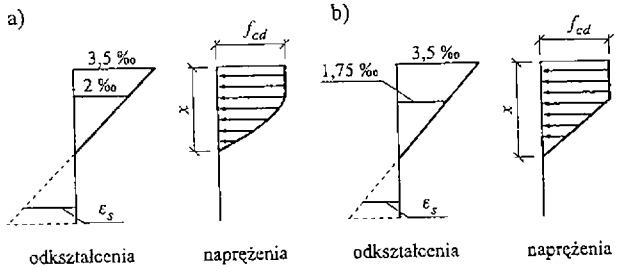
W odniesieniu do stali zbrojeniowej można stosować jeden z dwóch modeli odkształcalności pokazanych na rysunku 3.6.



Rys. 3.6. Modele obliczeniowe odkształcalności stali zbrojeniowej

Podstawowym jest model (1), w którym zakłada się, że stal jest materiałem idealnie liniowo sprężysto-plastycznym. W zbrojeniu po przekroczeniu odkształceń $\varepsilon_s = \varepsilon_{pl} = f_{yd}/E_s$ naprężenie jest stałe i wynosi $\sigma_s = f_{yd}$. Osiągnięcie przez stal odkształcenia plastycznego gwarantuje pełne wykorzystanie wytrzymałości stali. W tym modelu nie ma ograniczeń dotyczących dopuszczalnych maksymalnych odkształceń stali. Model (2) różni się tym, że uwzględnia on efekt wzmocnienia stali po uplastycznieniu. Maksymalne naprężenia w stali mogą tu wynosić $\sigma_s = k \cdot f_{yd}$ przy odkształceniu równemu $0{,}9\varepsilon_{uk}$. Wartości k oraz ε_{uk} zależą od klasy ciągliwości stali i są podawane w deklaracjach producenta. Ponieważ potencjalne korzyści z posługiwania się modelem (2) są niewielkie, a wymaga on bardziej pracochłonnych obliczeń, to stosowany jest tylko w nielicznych sytuacjach.

W odniesieniu do betonu można wybierać jeden z trzech modeli. Pierwsze dwa są pokazane na rysunku 3.7.



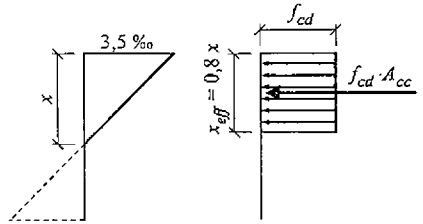
Rys. 3.7. Dwa modele przebiegu odkształceń i naprężeń w przekroju w stanie granicznym

Cechą wspólną obu modeli jest przyjęcie, że w stanie granicznym nośności odkształcenia w skrajnych włóknach wynoszą maksymalnie 3,5‰ i obowiązuje prawo płaskich przekrojów. Różnice wynikają z różnej aproksymacji rozkładu naprężeń w chwili zniszczenia (por. rys. 3.5b i c). W modelu (a) w przedziale odkształceń od zera do 2‰ zależność $\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_c)$ jest paraboliczna, a po przekroczeniu 2‰ naprężenie jest stałe i równe $\sigma_c = f_{cd}$. W modelu (b) w przedziale od zera do 1,75‰ zależność σ–ε jest liniowa, a następnie naprężenie osiąga stałą wartość równą f_{cd}. W obu sytuacjach, ze względu na zmienną po wysokości przekroju wartość σ_c, aby obliczyć wypadkową siłę w betonie i miejsce jej przyłożenia, należy wykonać operację całkowania naprężeń po ściskanej powierzchni. Nie jest to matematycznie specjalnie skomplikowane, ale może być odbierane jako „mało inżynierskie".

W tej sytuacji norma dopuszcza przyjęcie bardzo uproszczonego modelu pokazanego na rysunku 3.8.

Uproszczenia są tu daleko idące. Zakłada się stałą wartość naprężeń w strefie ściskanej równą f_{cd}. Wypadkowa siła w betonie wynosi wtedy $f_{cd} \cdot A_{cc}$, to znaczy jest iloczynem pola powierzchni ściskanego betonu i jego wytrzymałość na ściskanie. W zasadzie nie ma potrzeby korzystania z prawa płaskich przekrojów (oprócz paru wyjątków i wtedy przyjmuje się $x_{eff} = 0{,}8x$). Radykalnie upraszcza to obliczenia, szczególnie gdy nie korzysta się z programów komputerowych.

Po bliższej analizie okazuje się, że pomimo różnic w założeniach praktyczne wyniki otrzymane ze wszystkich tych modeli są bardzo zbliżone. W tabeli 3.1 pokazano rezultaty



Rys. 3.8. Uproszczony model przebiegu naprężeń w betonie

Tabela 3.1. Porównanie wartości momentów, obliczanych wg różnych modeli

	Model *a*	Model *b*	Model *c*	Model *a*	Model *b*	Model *c*
ρ	ξ	ξ	ξ	$\frac{M}{f_{yd} \cdot b \cdot d^2} \cdot 10^3$	$\frac{M}{f_{yd} \cdot b \cdot d^2} \cdot 10^3$	$\frac{M}{f_{yd} \cdot b \cdot d^2} \cdot 10^3$
0,4	0,104	0,112	0,084	3,827	3,826	3,832
0,6	0,156	0,168	0,126	5,612	5,608	5,622
0,8	0,208	0,224	0,168	7,309	7,303	7,328
1,0	0,259	0,280	0,210	8,921	8,911	8,950
1,2	0,311	0,336	0,252	10,446	10,432	10,488
1,4	0,363	0,392	0,294	11,885	11,886	11,942
1,6	0,415	0,448	0,336	13,238	13,212	13,312
1,8	0,467	0,504	0,378	14,504	14,472	14,598
2,0	0,519	0,560	0,420	15,684	15,644	15,800
2,2	0,571	0,616	0,462	16,777	16,730	16,918

obliczeń nośności (względnej nośności $M/(f_{yd}bd^2)$) w zależności od stopnia zbrojenia. Widać wyraźnie, że różnice są maksymalnie rzędu 1%, co nie ma praktycznego znaczenia. Podobne wnioski można wyciągnąć, gdy wyznacza się nie nośność, ale oblicza powierzchnię (stopień zbrojenia) potrzebnej stali przy zadanej wartości momentu.

Jeżeli nie ma widocznych różnic w ostatecznych wynikach, to racjonalne jest używanie najprostszej metody – skrajnie uproszczonej. Wniosek ten jest w ogólności prawdziwy, ale zdarzają się wyjątki. Bez wnikania w szczegóły można stwierdzić, że bardziej skomplikowane obliczenia trzeba wykonywać, gdy zbrojenie elementu nie jest skoncentrowane w określonych miejscach przekroju, tylko znajduje się na wielu różnych poziomach. Bardziej szczegółowo jest to omówione w dalszej części rozdziału.

3.2. Stan graniczny nośności na zginanie – model uproszczony

3.2.1. Uwagi ogólne

Analiza stanu granicznego ze względu na zginanie ma dwa aspekty. Pierwszy z nich nazywa się wymiarowaniem. Problem sprowadza się wtedy do określenia niezbędnej powierzchni stali zbrojeniowej, a dane są charakterystyki geometryczne przekroju belki,

klasa betonu i stali oraz działający moment. Jest to typowa sytuacja występująca podczas projektowania belki.

Druga sytuacja obliczeniowa jest nazywana wyznaczaniem (sprawdzaniem) nośności. Ma ona miejsce wtedy, gdy wiadome są nie tylko charakterystyki geometryczne przekroju, ale również powierzchnia zbrojenia. Niewiadomą, którą należy wyznaczyć, jest wartość maksymalna momentu, którym może być obciążony ten przekrój belki.

Podstawy do rozwiązania obu zagadnień są identyczne. Stanowią go przyjęty model obliczeniowy i warunki równowagi sił. Czasami, mimo że jest to metoda uproszczona, należy również sprawdzić odkształcenia. Jest to konieczne wtedy, gdy sytuacja wskazuje, że model zniszczenia opisany w podrozdziale 3.1 staje się nieadekwatny (stal lub beton w chwili zniszczenia są niewykorzystane).

3.2.2. Przekrój prostokątny pojedynczo zbrojony

Prostokątny przekrój belek żelbetowych jest z jednej strony najbardziej rozpowszechniony, a z drugiej jego analiza jest najprostsza. Trzeba też zwrócić uwagę, że określenie prostokątny dotyczy nie tyle całego przekroju, ale kształtu strefy ściskanej.

Określenie pojedynczo zbrojony również należy rozumieć nieco szerzej. Pojedyncze zbrojenie oznacza, że w obliczeniach uwzględnia się (jest niezbędne obliczeniowo) jedynie zbrojenie w strefie rozciąganej. Praktycznie bowiem w każdej belce jest również zbrojenie w strefie ściskanej (np. ze względu na konstruowanie szkieletu zbrojeniowego).

W metodzie uproszczonej zakłada się (nie ma innej możliwości), że stal rozciągana jest w pełni wykorzystana, tzn. $\sigma_s = f_{yd}$. Sytuacja taka ma miejsce (por. rys. 3.6), gdy $\varepsilon_s \geqslant \varepsilon_{pl} = f_{yd}/E_s$. Korzystając z prawa płaskich przekrojów i mając na uwadze, że w stanie granicznym $\varepsilon_c = 3{,}5‰$, otrzymujemy zależność:

$$\frac{3{,}5}{x} = \frac{\varepsilon_{pl}}{d - x} . \tag{3.1}$$

Po przekształceniu jej i wprowadzeniu zmiennej bezwymiarowej $\xi = x/d$ otrzymuje się:

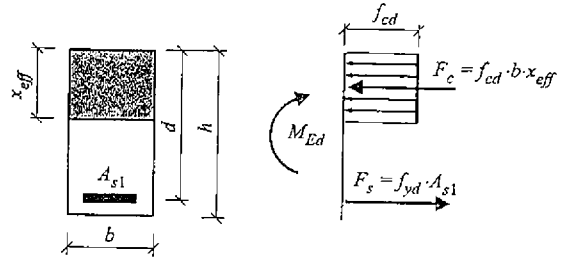
$$\xi = \frac{3{,}5}{3{,}5 + \varepsilon_{pl}} = \frac{3{,}5}{3{,}5 + \frac{f_{yd}}{E_s}} . \tag{3.2}$$

W metodzie uproszczonej operuje się wielkością $x_{eff} = 0{,}8x$, a ostateczna postać zależności (3.2) ma wtedy postać:

$$\xi_{eff,lim} = \frac{0{,}8 \cdot 3{,}5}{3{,}5 + \frac{f_{yd}}{E_s}} = \frac{2{,}8}{3{,}5 + \frac{f_{yd}}{E_s}} , \qquad \frac{f_{yd}}{E_s} \text{ w } ‰. \tag{3.3}$$

Dla stali klasy A-III (f_{yd} = 350 MPa) wartość ta wynosi $\xi_{eff,lim} = 0{,}53$, a dla A-III N (f_{yd} = 420 MPa) jest równa 0,5. Jeżeli z obliczeń wyszłoby, że $\xi_{eff} > \xi_{eff,lim}$, to naprężenia w stali $\sigma_s < f_{yd}$ i wystąpiłaby sprzeczność z założeniami stanu granicznego – przekroju nie można by traktować jako pojedynczo zbrojonego.

Klasyczny układ sił w zginanym przekroju pojedynczo zbrojonym pokazany jest na rysunku 3.9.



Rys. 3.9. Układ sił w przekroju zginanym pojedynczo zbrojonym

Wymiarowanie

Korzystając z rysunku 3.9, łatwo jest ustalić, że niewiadomymi są pole powierzchni zbrojenia – A_{s1} oraz zasięg strefy ściskanej x_{eff}. Ponieważ dysponujemy na płaszczyźnie dwoma równaniami równowagi (trzecie – suma rzutów sił na kierunek pionowy jest tożsamościowe), to zagadnienie ma z punktu widzenia matematyki jednoznaczne rozwiązania (układ dwóch równań z dwoma niewiadomymi). Najprościej osiąga się cel dzięki zapisaniu warunku równowagi sił oraz momentów.

Pierwsze z równań ma postać:

$$0 = f_{yd}A_{s1} - f_{cd} \cdot b \cdot x_{eff} . \tag{3.4}$$

Przy wyborze miejsca, względem którego określa się warunek równowagi momentów, dobrze jest kierować się zasadą, aby wybór ten ułatwiał obliczenia. Jeżeli wybierzemy jako ten punkt środek ciężkości zbrojenia, to równanie przyjmie postać:

$$M_{Ed} = f_{cd} \cdot b \cdot x_{eff}(d - 0{,}5x_{eff}) . \tag{3.5}$$

We wzorze tym wyrażenie $z = d - 0{,}5x_{eff}$ jest ramieniem działania sił wewnętrznych (wypadkowa stałych naprężeń ściskających jest w połowie (środku) strefy ściskanej).

Równanie (3.5) jest równaniem kwadratowym ze względu na x_{eff}. Po jego rozwiązaniu (jeżeli wszystko się zgadza) oblicza się wartość A_{s1} z równania (3.4), co kończy obliczenia. Wygodne i pouczające jest zastąpienie zmiennych x_{eff} i A_{s1} ich bezwymiarowymi odpowiednikami:

$$\xi_{eff} = \frac{x_{eff}}{d} \qquad \text{i} \qquad \rho_1 = \frac{A_{s1}}{bd} . \tag{3.6}$$

Przy tych niewiadomych równanie (3.5) można przekształcić do postaci:

$$0{,}5\xi_{eff}^2 - \xi_{eff} + \frac{M_{Ed}}{f_{cd} \cdot bd^2} = 0 . \tag{3.7}$$

Wyznacznik (Δ) tego równania jest równy

$$\Delta = 1 - \frac{2M_{Ed}}{f_{cd} \cdot bd^2} . \tag{3.8}$$

Rozwiązania równania (3.7) mają sens fizyczny, gdy $\Delta > 0$ i tak najczęściej się dzieje. Gdybyśmy jednak otrzymali $\Delta \leqslant 0$, to znaczyłoby to, że wymiary przekroju są zbyt małe (mianownik zbyt mały), aby zaprojektować przekrój pojedynczo zbrojony zdolny do przeniesienia momentu M_{Ed}. Nawet jednak, gdy $\Delta > 0$, trzeba sprawdzić dodatkowo czy spełniony jest warunek:

$$\xi_{eff} = 1 - \sqrt{\Delta} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2M_{Ed}}{f_{cd} \cdot bd^2}} \leqslant \xi_{eff,lim} . \tag{3.9}$$

Jego spełnienie gwarantuje, że stal jest wykorzystana (i można w równaniu (3.4) pisać f_{yd}), a pole powierzchni zbrojenia wylicza się z (3.4), wstawiając $x_{eff} = \xi_{eff} \cdot d$.

W bezwymiarowej postaci równanie (3.4) jest następujące:

$$\rho_1 = \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \xi_{eff} . \tag{3.10}$$

Stopień zbrojenia ρ_1 dostarcza informacji o „jakości" otrzymanego rozwiązania. Dobrze jest, gdy znajduje się on w przedziale gwarantującym dobre, ekonomiczne wykorzystanie stali i betonu. Zagadnienie to jest bardziej szczegółowo omówione w dalszej części rozdziału 3.

Jeżeli w obliczeniach korzystamy z zależności (3.10), to pole powierzchni zbrojenia można obliczyć wg wzoru (3.11):

$$A_{s1} = \rho_1 \cdot b \cdot d . \tag{3.11}$$

Wyznaczanie nośności

Zagadnienie wyznaczania nośności sprowadza się do określenia, jaki maksymalny moment M_{Rd} może przenieść przekrój o zadanej geometrii, określonych wytrzymałościach stali i betonu oraz znanej powierzchni zbrojenia A_{s1}. Istota problemu jest identyczna do opisanej powyżej. Różnice sprowadzają się jedynie do zmiany niewiadomych. Nieznane pozostaje x_{eff}, a obliczenia wymaga $M_{max} = M_{Rd}$. Ponieważ sytuacja nie ulega zmianie, to również równania równowagi mogą mieć taką samą postać. Z równania (3.4) oblicza się wartość x_{eff} i $\xi_{eff} = x_{eff}/d$. Jeżeli $\xi_{eff} < \xi_{eff,lim}$, to nośność ($M_{Rd}$) można obliczyć z równania (3.5), wstawiając tam obliczoną wartość x_{eff}. Czasami może się zdarzyć, że obliczone $x_{eff} > x_{eff,lim} = \xi_{eff,lim}$. Oznacza to, że ilość stali jest zbyt duża w stosunku do powierzchni przekroju betonowego i zbrojenie nie może być w pełni wykorzystane. Wtedy, aby oszacować nośność (w metodzie uproszczonej), należy przyjąć $x_{eff} = x_{eff,lim}$ i tę wartość wstawić do równania (3.5).

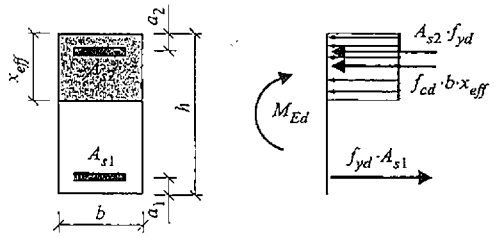
Czasami do obliczania wartości M_{Rd} korzysta się z równania równowagi momentów obliczonych względem środka ciężkości strefy ściskanej betonu:

$$M_{Rd} = f_{yd} \cdot A_{s1}(d - 0{,}5x_{eff}) . \tag{3.12}$$

Tak obliczone wartości są oczywiście identyczne z otrzymanymi z (3.5). Zaletą formuły (3.12) jest możliwość wykorzystania jej do obliczeń szacunkowych. Zasadzają się one na założeniu, że dla małych wartości x_{eff}, M_{Rd} prawie liniowo zależy od pola powierzchni użytego zbrojenia A_{s1}.

3.2.3. Przekrój prostokątny podwójnie zbrojony

Jak już wspomniano, czasami wymiary przekroju są zbyt małe, aby możliwe było przeniesienie przez niego dużych momentów. Sytuację taką można rozpoznać, gdy w czasie próby zwymiarowania przekroju jako pojedynczo zbrojonego otrzyma się $\Delta < 0$ lub (zdecydowanie częściej) $\xi_{eff} > \xi_{eff,lim}$. Najprostszym rozwiązaniem byłoby zwiększenie wymiarów przekroju. Kiedy ze względów architektonicznych, technologicznych czy jakichś innych nie wchodzi to w rachubę, to rozwiązaniem może być zastosowanie dodatkowego zbrojenia w strefie ściskanej. Układ sił w takim przekroju pokazany jest na rysunku 3.10.



Rys. 3.10. Układ sił w przekroju podwójnie zbrojonym

Wymiarowanie

Patrząc na rysunek 3.10 można dostrzec, że zwymiarowanie oznacza wyznaczenie trzech niewiadomych – A_{s1}, A_{s2} i x_{eff}, a dysponujemy jedynie dwoma niezależnymi równaniami równowagi. Jest więc to zagadnienie wewnętrznie statycznie niewyznaczalne. Klasyczne rozwiązanie takiego problemu – dodanie warunku zgodności odkształceń – nie ma tu zastosowania, gdyż uplastycznienie strefy ściskanej sprawia, że zależność σ–ε nie jest funkcją różnowartościową.

Praktyczne rozwiązanie polega na przyjęciu, że $x_{eff} = x_{eff,lim} = \xi_{eff,lim} \cdot d$. Ponieważ przekroje podwójnie zbrojone stosuje się, gdy w zwykłym przekroju strefa ściskana okazała się zbyt duża, to założenie to jest sensowne. Oznacza ono, że beton w strefie ściskanej będzie maksymalnie wykorzystany, a z resztą będzie sobie „radzić" ściskana stal. Gwarantuje to najmniejsze z możliwych zużycie tej stali w przekroju. Po zredukowaniu liczby niewiadomych do dwóch – A_{s1} i A_{s2}, dalsze postępowanie jest już proste. Można obliczyć pola zbrojeń w następujący sposób:

a) z warunku równowagi momentów obliczonych względem środka ciężkości stali rozciąganej oblicza się A_{s2}

$$M_{Ed} = f_{cd} \cdot b \cdot \xi_{eff,lim} \cdot d^2(1 - 0{,}5\xi_{eff,lim}) + A_{s2} f_{yd}(d - a_2) , \tag{3.13}$$

b) z warunku równowagi sił oblicza się A_{s1}

$$f_{yd} \cdot A_{s1} = f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \xi_{eff,lim} + A_{s2} f_{yd} . \tag{3.14}$$

Możliwy jest oczywiście również inny sposób postępowania – na przykład zamiast równania równowagi (3.14) można napisać warunek równowagi momentów względem środka ciężkości strefy ściskanej betonu lub zbrojenia A_{s2}. Wynik (wartość A_{s1}) będzie taki sam.

Wyznaczenie nośności

Przy wyznaczaniu wartości $M_{max} = M_{Rd}$ należy zachować pewną uwagę. Wynika to z faktu, że nie do końca wiemy, na jakiej zasadzie znalazło się zbrojenie w przekroju w strefie ściskanej. Ponieważ niewiadomymi są x_{eff} i M_{Rd}, to przekształcając równanie równowagi sił, otrzymuje się:

$$x_{eff} = \frac{(A_{s1} - A_{s2})f_{yd}}{f_{cd} \cdot b} . \tag{3.15}$$

Z postaci równania (3.15) wynika, że w zależności od proporcji pomiędzy wartościami A_{s1} i A_{s2} otrzymuje się mocno różniące się jakościowo wyniki:

a) Jeżeli $x_{eff} < 2a_2$, to oznacza, że ilość stali w strefie ściskanej jest zbyt duża. Ani beton, ani stal nie są tam w pełni wykorzystane. Uproszczona metoda nie pozwala na precyzyjne określenie panujących tam naprężeń. Sposób postępowania w tej sytuacji wynika z przyjęcia założenia, że co prawda nie wiemy, jakie są wartości sił w ściskanych stali i betonie, ale sensowne jest stwierdzenie, że wypadkowe tych sił znajdują się bardzo blisko siebie. Zakłada się więc $x_{eff} \approx 2a_2$ i oblicza wartość M_{Rd} z warunku równowagi momentów względem tego punktu („podejrzane" siły nie wchodzą w skład równania):

$$M_{Rd} = A_{s1} \cdot f_{yd}(d - a_2) . \tag{3.16}$$

Uwaga 1. Czasami może być nawet $x_{eff} < 0$; to też jest taka sama sytuacja.
Uwaga 2. We wzorze (3.16) ramię sił wewnętrznych wynosi $z = d - a_2$ i jest to maksymalna wartość, która może wystąpić w przekrojach podwójnie zbrojonych. Jeżeli więc dla przekroju pojedynczo zbrojonego o powierzchni A_{s1} otrzymuje się $z = d - 0{,}5x_{eff} > z = d - a_2$, to tak obliczona wartość M_{Rd} będzie większa niż przy uwzględnieniu zbrojenia podwójnego. W ten sposób należy też postąpić (pominąć zbrojenie w strefie ściskanej). Dotyczy to na przykład płyt lub też dużej części przekrojów pozornie teowych.

b) Jeżeli ilość zbrojenia w strefie ściskanej jest niewielka (na przykład tylko dwa pręty potrzebne do mocowania strzemion), to może się okazać (przy dużych wartościach A_{s1}), że $x_{eff} > x_{eff,lim} = d \cdot \xi_{eff,lim}$. Oznacza to, że pomimo obecności zbrojenia w strefie ściskanej, stal rozciągana nie jest wykorzystana. Należy więc postąpić w sposób opisany już w odniesieniu do przekroju pojedynczo zbrojonego, tzn. przyjąć $x_{eff} = x_{eff,lim}$ i obliczyć M_{Rd} np. ze wzoru (3.12).

c) Najbardziej typowa sytuacja ma miejsce, gdy x_{eff} obliczone z równania (3.15) spełnia warunek:

$$\xi_{eff,lim} \cdot d > x_{eff} > 2 \cdot a_2 . \tag{3.17}$$

Wtedy obie stale są wykorzystane (w tej metodzie) i nośność wylicza się ze wzoru:

$$M_{Rd} = f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot x_{eff} \cdot (d - 0{,}5x_{eff}) + A_{s2} \cdot f_{yd}(d - a_2) . \tag{3.18}$$

3.2.4. Przekrój prostokątny podwójnie zbrojony z zadanym zbrojeniem A_{s2}

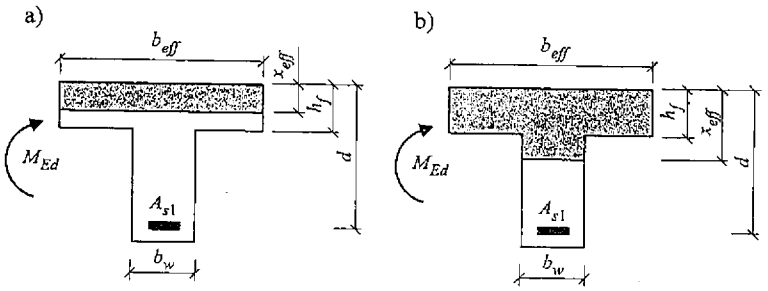
Podczas projektowania belek ciągłych zwyczajowo wymiarowanie rozpoczyna się od wyliczenia ilości zbrojenia potrzebnego w przęśle. Jego część (lub czasami całe) dochodzi do podpory. W związku z tym wymiarując przekrój podporowy, mamy do czynienia z sytuacją, w której obliczamy niezbędną ilość zbrojenia rozciąganego, wiedząc, że w strefie ściskanej jest już stal zbrojeniowa. Ponieważ z reguły momenty podporowe są większe niż przęsłowe, to opłaca się sprawdzić, czy jej uwzględnienie będzie korzystne. Sposób postępowania może być następujący:

1. Obliczamy zasięg strefy ściskanej jak dla przekroju pojedynczo zbrojonego i sprawdzamy, czy $x_{eff} > 2a_2$. Jeżeli warunek ten nie jest spełniony, to uwzględnienie zbrojenia w strefie ściskanej nie ma sensu.
2. Jeżeli $x_{eff} > 2a_2$, to warto wziąć pod uwagę istniejące zbrojenie A_{s2}. Wtedy zasięg strefy ściskanej wyliczy się z równania (3.18), przyjmując $M_{Rd} = M_{Ed}$.
3. Pole powierzchni zbrojenia wylicza się z równania równowagi sił, które po przekształceniu będzie miało postać:

$$A_{s1} = \frac{f_{cd} \cdot b \cdot x_{eff} + f_{yd} \cdot A_{s2}}{f_{yd}} . \tag{3.19}$$

3.2.5. Przekrój teowy

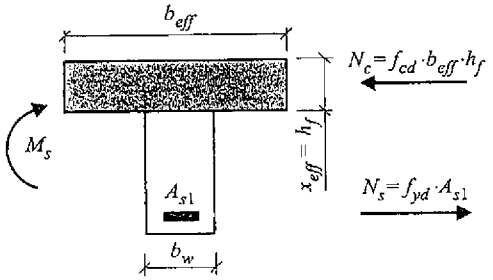
Teowy kształt przekroju jest równie popularny jak prostokątny. Jak już jednak wspomniano, decydujące znaczenie ma nie tyle geometria samego przekroju, ale kształt strefy ściskanej. Na rysunku 3.11 pokazano dwie sytuacje odnoszące się do takich belek.



Rys. 3.11. Przekroje teowe belki o różnych kształtach strefy ściskanej

Na rysunku 3.11a strefa ściskana ma kształt prostokąta o wymiarach $b_{eff} \times x_{eff}$ i siła w betonie jest równa $N_c = f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot x_{eff}$. Zarówno wymiarowanie, jak i wyznaczanie nośności można więc przeprowadzić w sposób w pełni analogiczny do opisanego w punkcie 3.2.2, zastępując jedynie b poprzez b_{eff}. Należy jedynie uważać przy interpretowaniu znaczenia stopnia zbrojenia ρ. Jest on zawsze odnoszony do szerokości b (b_w), a nie do b_{eff}.

Sytuacja pokazana na rysunku 3.11b ilustruje tzw. przekrój rzeczywiście teowy (taki jest kształt strefy ściskanej).



Rys. 3.12. Przekrój teowy – przypadek graniczny

Analizę przekrojów teowych należy zawsze rozpocząć od ustalenia z jakim typem przekroju mamy do czynienia. Najprościej można to zrobić, określając warunki, jakie spełnia przekrój będący granicą pomiędzy pozornie i rzeczywiście teowym (rys. 3.12).

Dla przypadku granicznego warunki równowagi mają postać:

$$M_s = f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot h_f(d - 0{,}5h_f) \tag{3.20}$$

oraz

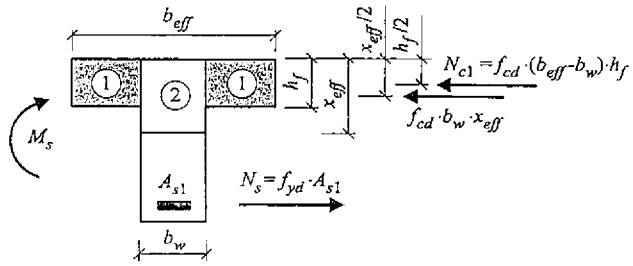
$$f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot h_f = f_{yd}A_{s1} \,. \tag{3.21}$$

Korzystając z zależności (3.20) i (3.21) można sprawdzić, czy interesujący nas przekrój jest rzeczywiści czy pozornie teowy. Gdy wymiarujemy przekrój (dane jest M_{Ed}), to korzystamy z (3.20) i porównujemy M_{Ed} i M_s. Przekrój jest pozornie teowy, gdy $M_{Ed} < M_s$, ponieważ do przeniesienia momentu M_{Ed} wystarczy siła w betonie mniejsza niż $f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot h_f$ (co oznacza, że $x_{eff} < h_f$).

Gdy wyznaczamy nośność (znane jest A_{s1}), to korzystamy z równania (3.21), w którym możemy obliczyć wartości po lewej i prawej stronie. Gdyby były one sobie równe, to byłby to przypadek graniczny, który jest pokazany na rysunku. Jeżeli natomiast siła $N_s = f_{yd}A_{s1}$ jest większa, to przekrój jest rzeczywiście teowy. Aby siły N_c i N_s były równe (a muszą być!), to konieczne jest zwiększenie wartości siły N_c, co wymaga zwiększenia zasięgu strefy ściskanej betonu ($x_{eff} > h_f$). Jeżeli natomiast $N_s = f_{yd}A_{s1}$ jest mniejsza od siły w betonie N_c, to przekrój należy traktować jako pozornie teowy.

Obliczanie przekroju rzeczywiście teowego (i innych też) prowadzi się na takich samych zasadach jak prostokątnego. Jedynym problemem (czysto „technicznym") może być obliczenie siły N_c i środka ciężkości jej działania. Najprostszym sposobem jest „podzielenie" strefy ściskanej na prostokąty, których pola i środki ciężkości z łatwością się wyznacza.

Na rysunku (3.13) pokazano taki przykładowy podział strefy ściskanej i związany z nim podział sił $N_c = N_{c1} + N_{c2}$. Pozwala on łatwo określić ich wartości i miejsca przyłożenia. Możliwe są oczywiście również inne podziały strefy ściskanej, które również dadzą takie same rezultaty końcowe.



Rys. 3.13. Układ sił w przekroju rzeczywiście teowym

Wymiarowanie

Postępując analogicznie jak w przypadku przekrojów prostokątnych, pisze się równanie równowagi momentów względem miejsca działania siły N_s:

$$M_{Ed} = f_{cd} \cdot [(b_{eff} - b_w) \cdot h_f \cdot (d - 0{,}5h_f) + b_w \cdot x_{eff} \cdot (d - 0{,}5x_{eff})] \,. \tag{3.22}$$

Równanie (3.22) jest równaniem kwadratowym ze względu na x_{eff}. Po jego rozwiązaniu sprawdzamy oczywiście, czy $x_{eff} < \xi_{eff,lim} \cdot d$. Jeżeli warunek ten jest spełniony, to przekrój musi mieć zbrojenie tylko w strefie rozciąganej. Jego powierzchnię – A_{s1} oblicza się z warunku równowagi sił:

$$A_{s1} = \frac{f_{cd} \cdot [(b_{eff} - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot x_{eff}]}{f_{yd}} \,. \tag{3.23}$$

Kończy to wymiarowanie typowego przekroju teowego pojedynczo zbrojonego. Gdyby natomiast okazało się, że po obliczeniu x_{eff} z (3.22) byłoby $x_{eff} > x_{eff,lim}$, to trzeba zastosować zbrojenie również w strefie ściskanej (przekrój teowy podwójnie zbrojony). Również w tej sytuacji postępowanie jest analogiczne do opisanego w punkcie 3.2.3. W związku z dodatkową siłą równą $N_{s2} = A_{s2} \cdot f_{yd}$ w równaniu (3.22) pojawia się po prawej stronie składnik równy $A_{s2} \cdot f_{yd}(d - a_2)$, a za x_{eff} podstawia się $x_{eff} = \xi_{eff,lim} \cdot d$. Teraz niewiadomą w równaniu równowagi momentów jest A_{s2} i można ją łatwo wyliczyć. Podobną modyfikację stosuje się również w warunku równowagi sił, służącemu do obliczenia A_{s1}.

Sprawdzanie nośności

Pierwszy krok, który już został opisany, polega na sprawdzeniu, czy przekrój jest rzeczywiście teowy. Następnie przekształcamy równanie równowagi do postaci umożliwiającej obliczenie zasięgu strefy ściskanej:

$$x_{eff} = \frac{A_{s1}f_{yd} - f_{cd} \cdot [(b_{eff} - b_w)h_f]}{f_{cd} \cdot b_w} \,. \tag{3.24}$$

Jeżeli przy określaniu, czy przekrój jest rzeczywiście teowy, nie popełniono błędu, to obliczone $x_{eff} > h_f$ i można je wstawić do (3.22). Pozwoli to obliczyć max $M_{Ed} = M_{Rd}$. Gdy ma się do czynienia z przekrojem teowym podwójnie zbrojonym, to sytuacja staje

się nieco bardziej skomplikowana. Przekrój jest rzeczywiście teowy, gdy spełniony jest warunek:

$$f_{yd} \cdot A_{s1} > f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot h_f + f_{yd} \cdot A_{s2} \,. \tag{3.25}$$

W przeciwnym przypadku obowiązują reguły postępowania z punktu 3.2.3.

Przekształcone równanie równowagi sił pozwala obliczyć zasięg strefy ściskanej:

$$x_{eff} = \frac{(A_{s1} - A_{s2}) \cdot f_{yd} - f_{cd} \cdot [(b_{eff} - b_w)h_f]}{f_{cd} \cdot b_w} \,. \tag{3.26}$$

Z omówionych już względów sprawdza się warunki:

$$\xi_{eff,lim} \cdot d \geqslant x_{eff} \geqslant 2a_2 \tag{3.27}$$

i jeżeli są one spełnione, to $M_{Rd} = \max M_{Ed}$ oblicza się ze wzoru (3.22) uzupełnionego o składnik $A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - a_2)$.

3.2.6. Inne przekroje belek

Ogólne zasady i procedury postępowania podane w punktach 3.2.2–3.2.5 mają swe zastosowanie również w odniesieniu do innych dowolnych przekrojów posiadających pionową oś symetrii.

Śledząc uważnie poprzednie rozdziały, łatwo dojść do wniosku, że podstawą jest zawsze określenie kształtu i pola powierzchni strefy ściskanej betonu A_{cc} oraz znalezienie środka jej ciężkości. To w zupełności wystarcza do zwymiarowania lub wyznaczenia nośności zginanego przekroju. Dla dowolnego przekroju można warunki równowagi zapisać w postaci:

$$f_{cd} \cdot A_{cc} + A_{s2} \cdot f_{yd} = A_{s1} \cdot f_{yd} \tag{3.28}$$

oraz

$$M_{Ed} = f_{cd} \cdot A_{cc} \cdot z + A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - a_2) \,, \tag{3.29}$$

gdzie z jest odległością pomiędzy środkami ciężkości strefy ściskanej i rozciąganej.

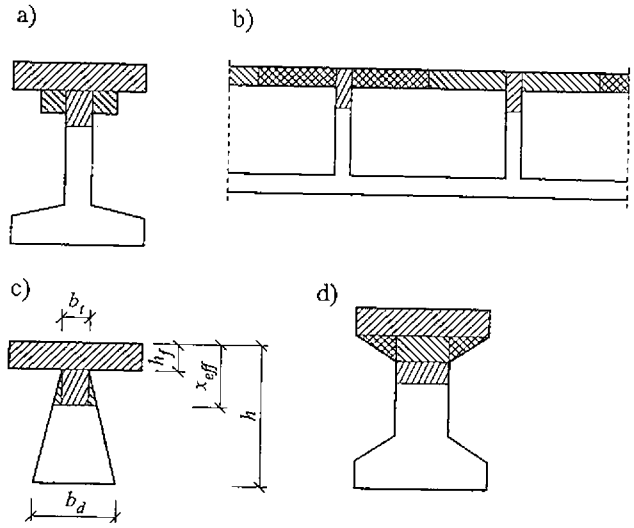
Praktycznie bardzo często stosuje się podział strefy ściskanej na części, których powierzchnie i środki ciężkości są znane (rys. 3.14), lub korzysta się z nieco bardziej zaawansowanych metod matematycznych.

3.2.7. Ogólne uwagi dotyczące wymiarowania przekrojów z wykorzystaniem zależności σ–ε dla betonu

a) przekrój prostokątny pojedynczo zbrojony

Zależność pomiędzy odkształceniami a naprężeniami ma postać:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \begin{cases} f_{cd} \cdot \varepsilon_c(1 - 0{,}25\varepsilon_c) & \varepsilon_c \leqslant 2‰ \\ f_{cd} & 2‰ < \varepsilon_c \leqslant 3{,}5‰ \end{cases} \tag{3.30}$$



Rys. 3.14. Przykłady podziału strefy ściskanej na proste figury geometryczne – prostokąty i trójkąty

Korzystając z prawa płaskich przekrojów i zależności (3.30), wartość wypadkowej siły ściskającej w betonie można obliczyć następująco:

$$N_c = \int_{(A_{cc})} \sigma_c dA = b \cdot f_{cd} \cdot \left[\int_0^{4x/7} \frac{7}{2x} \cdot z \cdot \left(1 - \frac{7}{8x} z\right) dz + \int_{4x/7}^{x} dz \right] = \frac{17}{21} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \,. \tag{3.31}$$

Obliczając w analogiczny sposób warunek równowagi momentów, otrzymuje się:

$$M_{Ed} = \int_{(A_{cc})} \sigma_c \cdot r dA = f_{cd} \cdot b \cdot x \left(\frac{17}{21} d - \frac{33}{98} x \right) , \tag{3.32}$$

a drugie równanie – warunek równowagi sił – ma postać:

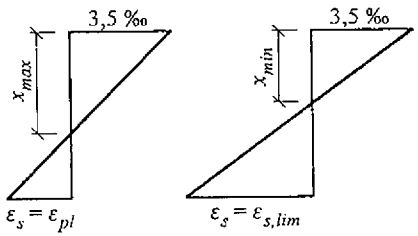
$$A_{s1} f_{yd} = \frac{17}{21} f_{cd} \cdot b \cdot x \,. \tag{3.33}$$

Układ równań (3.31) i (3.32) rozwiązuje się w pełni analogicznie do sposobu opisanego w punkcie 3.2.2. Jak już to prezentowano, wyniki obliczeń też są bardzo zbliżone.

b) ekonomiczny stopień zbrojenia

Z czysto formalnego punktu widzenia stopień zbrojenia ρ może należeć do bardzo szerokiego przedziału od ρ_{min} do ρ_{max}. Wartość ρ_{min} podana jest w normie i wynika z warunku ograniczającego możliwość kruchego zniszczenia – stanowi ona absolutne

minimum. Rozsądne jest takie projektowanie belek, w których ilość zbrojenia jest zdecydowanie większa i zapewnia dobre wykorzystanie zarówno betonu, jak i stali. Można to osiągnąć, ograniczając maksymalne dopuszczalne odkształcenia w stali. W praktyce inżynierskiej często spotyka się granice tych odkształceń rzędu 10 – 20‰. Korzystając z prawa płaskich przekrojów (rys. 3.15), można określić wartości x_{max} oraz x_{min} w funkcji ε_{pl} lub $\varepsilon_{s,lim}$.



Rys. 3.15. Wyznaczanie ekonomicznych zbrojenia belek

Tabela 3.2. Zakresy ekonomicznych stopni zbrojenia

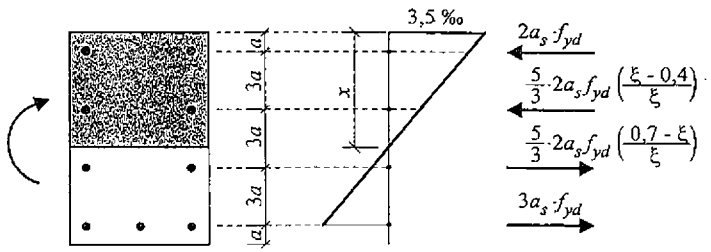
	ρ_{max} ($\varepsilon_s = \varepsilon_{pl}$)				
	C16/20	C20/25	C30/37	C35/45	C40/50
AIII	1,75	2,20	3,29	3,85	4,40
AIII-N	1,37	1,72	2,57	3,01	3,44
	ρ_{min} (ε_s = 10‰)				
	C16/20	C20/25	C30/37	C35/45	C40/50
AIII	0,60	0,86	1,20	1,50	1,72
AIII-N	0,50	0,72	1,00	1,25	1,43
	ρ_{min} (ε_s = 20‰)				
	C16/20	C20/25	C30/37	C35/45	C40/50
AIII	0,35	0,50	0,61	0,87	0,91
AIII-N	0,21	0,42	0,58	0,72	0,83

W tabeli 3.2 zestawiono wartość stopni zbrojenia odpowiadającego odpowiednio $\varepsilon_s = \varepsilon_{pl}$ i ε_s = 10‰ i ε_s = 20‰ dla stali A-III i A-III N.

Korzystając z niej, można tak dobrać wymiary przekroju belki, aby spełniały one wymogi dobrego wykorzystania stali i betonu. Jest to zagwarantowane, gdy założony wstępnie stopień zbrojenia mieści się w przedziale pomiędzy ρ_{min} i ρ_{max}.

c) belki z rozłożonym zbrojeniem

Na rysunku 3.16 pokazany jest przekrój belki, w którym zbrojenie nie jest skoncentrowane jedynie przy krawędziach, lecz dodatkowo równomiernie rozłożone wzdłuż boków.



Rys. 3.16. Belka ze zbrojeniem rozłożonym w całym przekroju

Warunek sumy sił ma postać:

$$f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \xi = a_s f_{yd} \left[3 + \frac{10}{3} \cdot \frac{(0,7 - \xi)}{\xi} - 2 - \frac{10}{3} \cdot \frac{(\xi - 0,4)}{\xi}\right],$$

$$f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \xi = a_s f_{yd} \left[1 + \frac{10}{3} \cdot \frac{(1,1 - 2\xi)}{\xi}\right].$$

Przykładowo dla $\rho = \frac{3a_1}{bd} \approx 1,5\%$ i $f_{cd}/f_{yd} = 0,05$ otrzymuje się:

$$0,05\xi = 0,005 \left[1 + \frac{10}{3} \cdot \frac{(1,1 - 2\xi)}{\xi}\right], \qquad \xi = 0,3852 .$$

Wartość odkształcenia w zbrojeniu rozciąganym wynosi $\varepsilon_s = \frac{5}{3} \cdot \frac{0,7 - 0,3852}{0,3852} \cdot 2,1 = 2,86 > 2,1$ należy więc zmienić układ sił.

Nowy warunek równowagi sił ma postać:

$$f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \xi = a_s f_{yd} \left[5 - 2 - \frac{10}{3}\left(\frac{\xi - 0,4}{\xi}\right)\right] = a_s f_{yd} \left[3 - \frac{10}{3}\left(\frac{\xi - 0,4}{\xi}\right)\right].$$

Po rozwiązaniu, przy poczynionych wcześniej założeniach, otrzymuje się $\xi = 0,3489$. Drugi od góry rząd zbrojenia ma odkształcenia równe $\varepsilon_s = \frac{5}{3} \cdot \frac{0,3489 - 0,4}{0,3489} \cdot 2,1 = -0,51\%$, tzn. jest rozciągane i $N_s = 0,406 f_{yd} a_s$.

Maksymalny moment przenoszony przez tę belkę jest równy:

$$M = f_{cd} b d^2 \xi \left(\frac{17}{21} - \frac{33}{98}\xi\right) + 2a_s f_{yd} \cdot 9a - 0,406 f_{yd} a_s \cdot 6a - 2a_s f_{yd} \cdot 3a =$$

$$= f_{cd} b d^2 \xi \left(\frac{17}{21} - \frac{33}{98}\xi\right) + f_{yd} \cdot a_s \cdot a \cdot 9,564 ,$$

$$\frac{M}{f_{cd} b d^2} = 0,3489 \left(\frac{17}{21} - \frac{33}{98} \cdot 0,3489\right) + 9,564 \cdot \frac{0,005 \cdot 0,1}{0,05} = 0,3371 .$$

W metodzie uproszczonej otrzymuje się $a_1 = a + \frac{6}{5}a = \frac{11}{5}a$, $A_{s1} = 5a_s$, $A_{s2} = 2a_2$.

$$\xi_{eff} = \frac{(5 - 2)a_s \cdot f_{yd}}{bdf_{cd}} = 0{,}015 \cdot 20 = 0{,}3\,,$$

$$M = f_{cd} \cdot b \cdot d^2 \cdot \xi_{eff}\left(1 - 0{,}5\xi_{eff}\right) + 2a_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{11}{5} \cdot \frac{1}{10}d\right),$$

$$\frac{M}{f_{cd}bd^2} = 0{,}3(1 - 0{,}15) + \frac{2 \cdot 39}{50} \cdot 20 \cdot 0{,}005 = 0{,}255 + 0{,}156 = 0{,}411\,.$$

Różnica jest znaczna (wynosi około 20%) i co gorsza, po tak zwanej „niebezpiecznej" stronie.

3.2.8. Tablice do wymiarowania zginanych przekrojów prostokątnych pojedynczo zbrojonych

Wymiarowanie przekrojów prostokątnych pojedynczo zbrojonych sprowadza się do rozwiązania równania (3.7) i podstawienia wyliczonej wartości ξ_{eff} do (3.10). W ten sposób oblicza się ρ, a pole powierzchni z zależności (3.11). ten algorytm postępowania łatwo jest przedstawić w tablicy. W książce znajdują się one w załączniku – tabele 5 i 6. Sporządzone są dla betonów klas od C16/20 do C40/50 i stali klas o $f_{yd} = 350$ MPa i $f_{yd} = 420$ MPa. Mogą być wykorzystane zarówno do wymiarowania, określania nośności, jak i wstępnego przyjmowania wymiarów przekroju belki.

W odniesieniu do wymiarowania sposób postępowania jest następujący:

a) oblicza się $A = \frac{M_{Ed}}{f_{cd}bd^2}$,
b) w odpowiadającemu tej wartości A wierszu odczytuje się dla określonej stali i betonu ρ,
c) oblicza się $A_{s1} = \rho \cdot b \cdot d$.

Dokładność obliczeń można poprawić, stosując przy ustalaniu ρ interpolację liniową.

Jeżeli chcemy natomiast określić nośność przekroju, to parametrem wejściowym jest obliczone $\rho = A_s/bd$. Na tej podstawie odczytuje się odpowiednią wartość A i oblicza $M_{max} = M_{Rd} = A \cdot f_{cd} \cdot bd^2$.

Tablice mogą być również przydatne do określania wstępnych wymiarów przekroju ze względu na zginanie. Algorytm postępowania jest wtedy następujący:

a) dla określonej stali oraz wybranej klasy betonu zakłada się pożądany stopień zbrojenia ρ (np. korzystając z tabeli 3.2),
b) następnie odczytuje się odpowiadającą mu wartość A,
c) jeżeli założy się proporcję pomiędzy $b/d = \alpha$ (np. $\alpha = 0{,}5$), to po przekształceniu otrzymuje się, że $d \approx \sqrt[3]{\frac{M_{Ed}}{A \cdot f_{cd} \cdot \alpha}}$ i $b = \alpha \cdot d$.

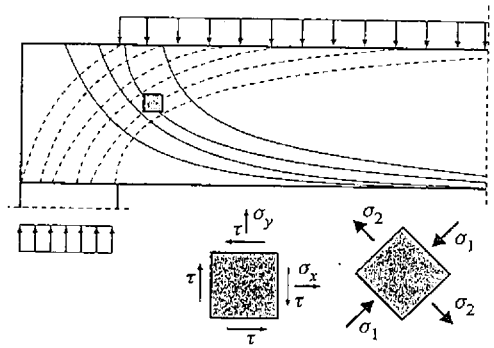
Tablice zostały opracowane dla przekrojów prostokątnych, ale można je też wykorzystywać przy analizie przekrojów pozornie teowych. Bezpośredni użytek jest możliwy, gdy obliczona wartość $A = M_{Ed}/(f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d^2)$ jest większa niż minimalna (można ją znaleźć w tablicach). Wtedy odczytuje się ρ i oblicza $A_{s1} = \rho \cdot b_{eff} \cdot d$. Częściej jednak otrzymuje się zbyt małą wartość A.

3.3. Ścinanie

3.3.1. Uwagi ogólne

Zjawiska związane ze ścinaniem są w konstrukcjach żelbetowych rozpowszechnione równie powszechnie jak zginanie. Ich wpływ na kształtowanie przekroju belek jest jednak zdecydowanie mniejszy.

W ogólności ścinanie należy traktować jako zagadnienie oddziaływania głównych naprężeń rozciągających (i ściskających) na konstrukcje betonowe. Na rysunku 3.17 pokazane są przebiegi trajektorii naprężeń w pobliżu skrajnej podpory belki.



Rys. 3.17. Trajektorie naprężeń w belce w okolicach podpory

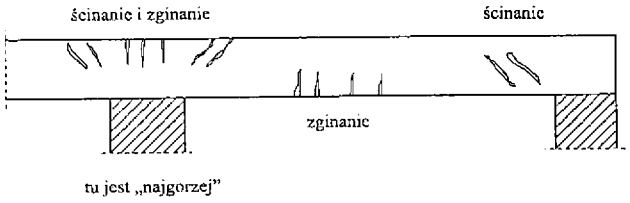
O ile w środkowej części belki (w przęśle) panuje w zasadzie jednoosiowy stan naprężeń (u góry ściskanie, a na dole rozciąganie), o tyle przy podporze mamy do czynienia ze złożonym stanem naprężeń. W fazie sprężystej wartości naprężeń głównych można obliczyć ze wzoru:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2}\left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2\right]^{0,5}\,. \tag{3.34}$$

Łatwo jest sprawdzić, że naprężenia na kierunku pionowym (σ_y) są wywołane bezpośrednim obciążeniem i mają wartość o rząd mniejszą niż naprężenia σ_x. Wtedy wzór (3.34) upraszcza się do postaci:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}\sigma_x \pm \frac{1}{2}\left[\sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2\right]^{0,5}\,. \tag{3.35}$$

Postać wzoru (3.35) wskazuje na dwa podstawowe źródła występowania głównych naprężeń rozciągających. Jest to naprężenie σ_x związane z działaniem momentu oraz τ_{xy} wynikające z wpływu siły tnącej. Formuła ta pozwala dobrze określić i zróżnicować miejsca, gdzie występują problemy ścinania. Na rysunku 3.18 pokazany jest typowy przebieg rys we fragmencie belki ciągłej. Ponieważ rysy (pęknięcia) powstają i propagują



Rys. 3.18. Układ rys w belce ciągłej ilustrujący działanie głównych naprężeń rozciągających

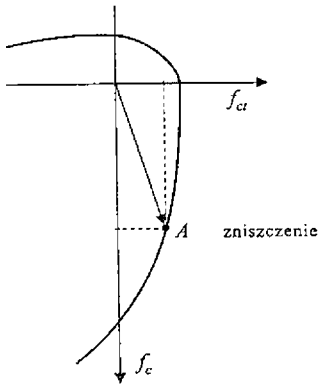
się prostopadle do kierunku działania naprężeń rozciągających, to ich analiza ułatwia zrozumienie pracy belki (taka analiza nazywa się morfologią rys).

Przy skrajnych podporach powstają rysy ukośne nachylone pod kątem około 30–50°. Są one głównie efektem działania siły tnącej (moment zginający jest tu znikomo mały). Nie tworzą się bezpośrednio przy krawędzi belki, lecz bliżej jej środka wysokości (tam są max τ). Dopiero później propagują się w kierunku dolnej części strefy rozciąganej. W typowych belkach tego typu rysy ukośne nie sprawiają szczególnych problemów.

Zdecydowanie więcej uwagi wymagają okolice podpory pośredniej. Ekstremalnym wartościom siły tnącej towarzyszy takiż sam moment zginający. Stąd też w tych przekrojach wartość naprężeń rozciągających jest znacznie większa (por. wzór 3.34). Rysy w tym miejscu mają przebieg zarówno ukośny, jak i prostopadły do osi podłużnej belki. Powstają one przy krawędzi belki (i tam zwykle mają największą szerokość) i propagują się w kierunku strefy ściskanej.

Problemy związane ze ścinaniem zachodzą w obszarze, gdzie panuje złożony stan naprężeń (ściskanie – rozciąganie). Ma on poważny wpływ na aktualną wytrzymałość betonu.

Ilustruje to rysunek 3.19, na którym pokazany jest fragment obwiedni wytrzymałości betonu. Przy jednoosiowym rozciąganiu wytrzymałość betonu wynosi f_{ct}, a przy ściskaniu f_c. Jeżeli stan naprężeń jest złożony, to zniszczenie nastąpi np. w punkcie A o współrzędnych odpowiednio mniejszych od f_{ct} i f_c. Występowanie złożonego stanu



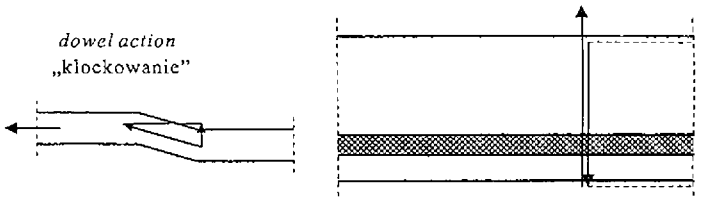
Rys. 3.19. Wytrzymałość betonu w złożonym stanie naprężeń ściskanie – rozciąganie

naprężeń skutkuje też tym, że nie ma zastosowania prawo płaskich przekrojów. Opisane tu efekty mają znaczący wpływ na sposoby wymiarowania belek na ścinanie.

Przy okazji analizy problematyki ścinania warto też zwrócić uwagę na charakterystyczny aspekt projektowania konstrukcji żelbetowych. Sprowadza się w skrócie do tego, że niektóre formuły obliczeniowe mają swoje źródło nie tyle w wynikach analiz teoretycznych, ale są efektem podsumowania wyników badań empirycznych z zachowaniem odpowiedniego zapasu bezpieczeństwa.

3.3.2. Ścinanie w belkach – odcinki I rodzaju

Przy niewielkich obciążeniach belka żelbetowa bez specjalnego zbrojenia na ścinanie jest w stanie bezpiecznie przenosić omawiane już naprężenia rozciągające. Również przy dużo wyższych poziomach obciążenia w obrębie całej belki są ciągle miejsca, gdzie ścinanie nie stwarza żadnych szczególnych problemów. Miejsca takie nazywa się odcinkami pierwszego rodzaju.



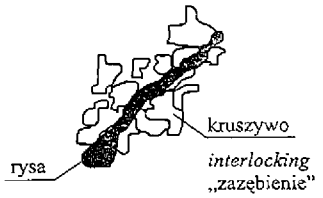
Rys. 3.20. Korzystny efekt *dowel action* – klockowania

Jest kilka czynników, które powodują, że nawet po powstaniu minimalnych rys przekrój nie ulegnie zniszczeniu. Podstawowym jest oczywiście wytrzymałość betonu na rozciąganie (ale zmniejszona za względu na złożony stan naprężeń). Dodatkowo uwzględnia się korzystny wpływ zbrojenia podłużnego. Efekt ten pokazany jest na rysunku 3.20. Siły tnące powodując przemieszczenia pionowe przekroju, odkształcają (w miejscu rysy) pręty, które zaprojektowane są ze względu na zginanie. „Wygięcie" pręta powoduje, że oprócz osiowego rozciągania pojawia się tam składowa pionowa naprężeń zmniejszająca efekt działania siły tnącej. Taka korzystna sytuacja może wystąpić, jeżeli zbrojenie to dobrze współpracuje z betonem. Siła tnąca, odkształcając pręt, powoduje jego lokalne odspojenie od betonu (nad prętem) i może także miażdżyć beton (pod prętem). Z tych względów można mówić o efekcie klocowania tylko w odniesieniu do tych prętów, które są dobrze zakotwione. Zagadnienia przyczepności prętów i ich kotwienia są szczegółowo omówione w rozdziale dotyczącym konstruowania belek.

Warto tu wspomnieć o innym korzystnym efekcie, który jednak nie jest brany pod uwagę w rozważaniach inżynierskich. Jest to tak zwane zazębienie (*interlocking*) kruszywa – rys. 3.21 – w rysie.

Rysa przebiegająca przez matrycę ma bardzo nieregularny kształt. Jej ewentualny rozwój może być istotnie ograniczony, gdy związane z tym przemieszczenie jest klinowane przez wzajemnie zazębiające się większe składniki kruszywa.

Dokładne uwzględnienie w obliczeniach tych zjawisk, które opisano, z zachowaniem odpowiednich zapasów bezpieczeństwa nie jest możliwe. W obliczeniach inżynierskich



Rys. 3.21. Zazębienie kruszywa hamujące rozwój rysy

stosuje się zamiast bardzo złożonych formuł – dużo prostsze wzory, bazujące na wynikach badań i wieloletnich doświadczeniach inżynierskich. W miarę rozwoju (lub uwiądu) wiedzy mogą ulegać one mniej lub bardziej istotnym zmianom. Obecnie obowiązująca norma wprowadza następującą zależność:

$$V_{Rd,c} = 0{,}13 \cdot k \cdot (\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b_w \cdot d\,. \tag{3.36}$$

We wzorze tym wartość ρ_l należy wstawiać w procentach, a f_{ck} w MPa.

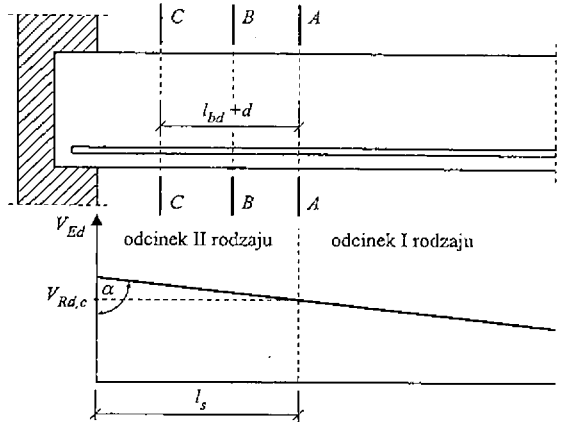
Siła $V_{Rd,c}$ jest maksymalną wartością siły tnącej, którą może przenieść belka (lub jej fragment), w której nie ma dodatkowo zaprojektowanego zbrojenia na ścinanie. Te fragmenty belki, gdzie $V_{Ed} \leqslant V_{Rd,c}$, nazywamy odcinkami pierwszego rodzaju.

Struktura wzoru (3.36) wynika ze źródła jego powstania – uogólnienie wyników badań empirycznych. We wzorze tym ρ_l jest stopniem zbrojenia ($\rho_l = A_{sl}/b_w d \leqslant 2\%$), które w analizowanym przekroju jest rozciągane (tam powstają rysy) i jest dobrze zakotwione. Przez dobre zakotwienie należy rozumieć, że zbrojenie biegnie „dalej" w kierunku malejącego momentu na odległość równą co najmniej $d + l_{bd}$. Drugi składnik tej sumy – l_{bd} – oznacza obliczeniową długość zakotwienia.

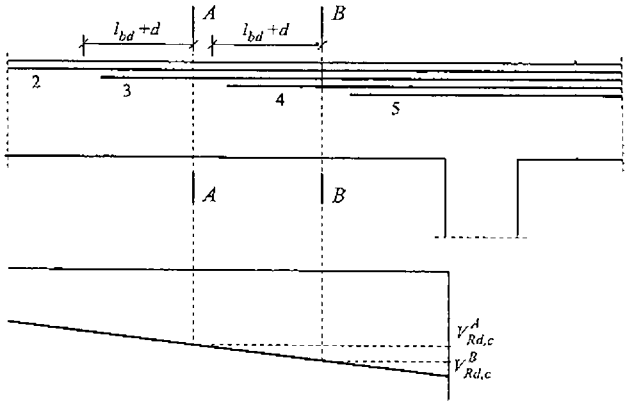
Poprawne wyznaczenie ρ_l na etapie projektowania belki nie jest zagadnieniem banalnym. Z istoty siły $V_{Rd,c}$ wynika, że należy ją obliczyć na końcu odcinka pierwszego ródzaju. Aby znaleźć ten przekrój (i sprawdzić, jakie jest tam zbrojenie!), trzeba znać wartość $V_{Rd,c}$. Ogólnie jest to tak zwane sprzężenie zwrotne i skazani jesteśmy na zgadywanie. Na szczęście w praktyce sytuacja jest nieco lepsza. Przy skrajnych podporach (rys. 3.22) ustalenie A_{sl} i ρ_l jest łatwe, gdyż praktycznie wszystkie pręty będące w przęśle dochodzą do podpory (nie ma tak zwanych prętów pływających). Czy więc przyjmiemy zbrojenie z przekroju A–A, B–B, czy prawidłowo C–C, to i tak wynik obliczeń będzie taki sam i prawidłowy.

Sytuacja komplikuje się, gdy trzeba określić wartość siły $V_{Rd,c}$ w okolicach podpory pośredniej. Jest to miejsce, gdzie moment jest ekstremalny, ale stosunkowo szybko maleje. Ponieważ zbrojenie usytuowane jest w górnej części belki, to dopuszczalne jest stopniowe kończenie prętów (rys. 3.23).

W zależności od miejsca, o którym zakładamy, że będzie początkiem odcinka pierwszego rodzaju (np. A–A lub B–B na rys. 3.23), dostajemy różne wartości stopnia zbrojenia ρ_l (tutaj albo 2, albo 3 pręty można wliczać do powierzchni A_{sl}). Zgadywania (i późniejszego sprawdzenia) raczej się nie uniknie, ale można je nieco ograniczyć, szacując wstępnie, że jeżeli przy skrajnej podporze odcinek I rodzaju rozpoczynał się w odległości l_{sA},



Rys. 3.22. Wyznaczanie odcinków I i II rodzaju – podpora skrajna



Rys. 3.23. Wyznaczanie A_{sl} dla podpory pośredniej

to przy pośredniej, gdzieś w miejscu określonym zależnością:

$$l_{sB} \approx \frac{V^B_{Ed,B} - V^A_{Rd,C}}{V^A_{Ed} - V^A_{Rd,C}} \cdot l_{s1}\,. \tag{3.37}$$

Reasumując, można stwierdzić, że:

a) przed przystąpieniem do wymiarowania belki ze względu na ścinanie (przy obliczaniu $V_{Rd,c}$) trzeba dysponować już rysunkiem (lub co najmniej dokładną koncepcją) układu zbrojenia przyjętego ze względu na zginanie,

b) przy podporach skrajnych określenie wartości ρ_l do wzoru (3.36) jest raczej bezproblemowe,

c) obliczanie wartości ρ_l przy podporach pośrednich zawsze wiąże się z koniecznością pewnego zgadywania i późniejszych weryfikacji: pomocna może być wtedy formuła (3.37).

We wzorze (3.36) występuje jeszcze parametr k (czasami określany jako tak zwany efekt skali) jego wartość oblicza się ze wzoru:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leqslant 2{,}0\,, \qquad d \text{ w mm.} \tag{3.38}$$

Jeżeli wzór (3.36) przekształci się do formy naprężeń (dzieląc przez $d \times b_w$, gdzie b_w – najmniejsza szerokość belki), to można określić taką wartość naprężeń, która powoduje powstanie rys ukośnych $\tau > \tau_{V_{Rd,c}}$. Gdy stopień zbrojenia jest mały, to wpływ zbrojenia należy pominąć, a wartość siły $V_{Rd,c}$ obliczać ze wzoru:

$$V_{Rd,c} = 0{,}035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} b_w \cdot d\,. \tag{3.39}$$

W tabeli 3.3 podano graniczne wartości stopnia zbrojenia $\rho_{l,min}$ takie, że jeżeli $\rho_l < \rho_{l,min}$, to obowiązuje w obliczeniach wzór (3.39). Oględziny tej tabeli wskazują, że problem ten raczej nie będzie dotyczył typowych belek, lecz raczej słabiej zbrojonych płyt.

Na zakończenie warto jeszcze zauważyć, że wartości naprężeń $\tau_{Rd,c}$ obliczone z wykorzystaniem wzoru (3.39) są około dwukrotnie mniejsze od wytrzymałości betonu na rozciąganie – f_{ctd}. Gdy uwzględnia się zbrojenie ρ_l, to wartości te stają się do siebie zbliżone po przekroczeniu przez ρ_l wartości 1%.

Tabela 3.3. Wartości stopnia zbrojenia $\rho_{l,min}$, takie że jeżeli $\rho_l \leqslant \rho_{l,min}$, to obowiązuje wzór (3.39)

Klasa betonu / k	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
1,58	0,16	0,17	0,19	0,21	0,23	0,25
1,60	0,16	0,18	0,20	0,22	0,23	0,25
1,63	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26
1,67	0,17	0,19	0,21	0,23	0,25	0,27
1,71	0,17	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28
1,82	0,19	0,21	0,24	0,26	0,28	0,30
2,00	0,22	0,25	0,28	0,30	0,33	0,35

3.3.3. Odcinki II rodzaju

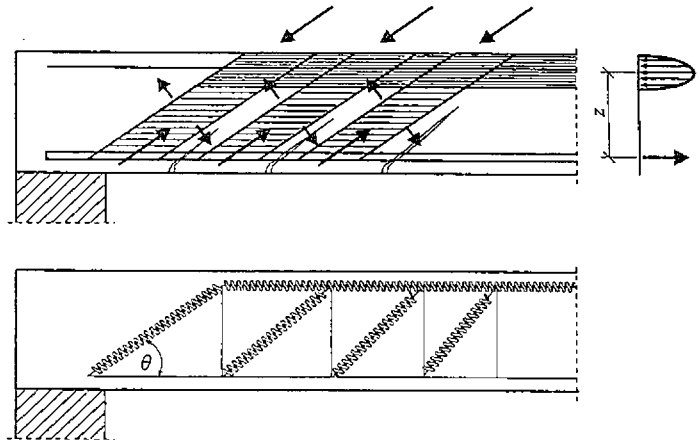
Odcinkami drugiego rodzaju nazywa się te fragmenty belki, na których siła tnąca $V_{Ed} > V_{Rd,c}$. Jeżeli nie byłoby tam dodatkowego specjalnie zaprojektowanego zbrojenia, to belka uległaby zniszczeniu. Proces ten wiązałby się z intensywnym rozwojem szerokości rozwarcia i zasięgu rys ukośnych. W momencie, gdy jedna z rys (przeważnie nieco oddalona od podpory) dotarłaby do początkowo ściskanej powierzchni belki, nastąpiłoby zniszczenie mające formę ukośnego przecięcia belki na całej jej wysokości.

Aby temu zjawisku zapobiec, na odcinku drugiego rodzaju projektuje się (oblicza) dodatkowe zbrojenie na ścinanie. Jest ono tak rozmieszczane, aby potencjalne rysy musiały przechodzić przez ich przekrój.

Obrazowo można powiedzieć, że stal „zszywa prujący się beton". Naprężenia rozciągające są absorbowane przez zbrojenie i odciążając beton powodują, że rysa nie ulega destrukcyjnemu rozwojowi.

Klasyczne zbrojenie na ścinanie tworzą stalowe pionowo umieszczone ramki zwane strzemionami. W niektórych specyficznych sytuacjach mogą to być również pręty odgięte pod kątem 45° do osi belki. Znaczenie prętów odginanych ze względu na ścinanie sukcesywnie maleje. Z drugiej strony odgięcie powoduje korzystny wzrost sztywności całego szkieletu zbrojeniowego. Ostatnio coraz częściej można spotkać się z rozwiązaniami polegającymi na stosowaniu ukośnych strzemion. Ma to w zamierzeniu łączyć zalety strzemion i korzystny wpływ odgięć.

Obliczanie przekrojów ukośnych ze względu na ścinanie ma swoją specyfikę. Wynika ona z omawianego już, panującego tam złożonego stanu naprężeń. W takiej sytuacji nie można korzystać z prawa płaskich przekrojów i normy zalecają korzystanie z metody S i T. Polega ona na wyodrębnieniu w konstrukcji takich jej fragmentów, które można modelować układem prętowym. Panuje pewna dowolność w kształtowaniu takiego układu, ale musi on być zgodny z trajektoriami występujących tam naprężeń. W odniesieniu do ścinania mówi się o tak zwanej metodzie kratownicowej.



Rys. 3.24. Idea metody kratownicowej

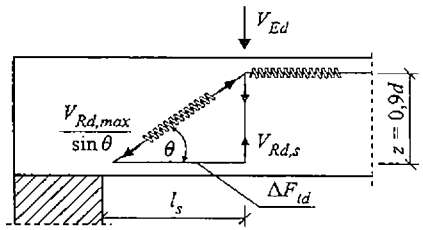
Na odcinkach drugiego rodzaju w pewnych odstępach od siebie powstają rysy ukośne. W tych przekrojach beton jest uszkodzony, ale ciągle może pracować w obszarach pomiędzy nimi. Beton ten można modelować ściskanym krzyżulcem betonowym pochylonym pod kątem do osi belki. Na rysunku 3.24 zaznaczono je linią falistą. Pasy kratownicy są równoległe. Pas ściskany odpowiada betonowi w strefie ściskanej, a jego środek pokrywa się ze środkiem ciężkości strefy ściskanej. Pasem rozciąganym jest natomiast to zbrojenie, które zaprojektowano już wcześniej ze względu na zginanie. Pionowymi elementami łączącymi oba pasy są rozciągane słupki. Reprezentują one w pewnym przybliżeniu te wszystkie strzemiona, które są przecięte przez rysę.

Dzięki możliwości utworzenia się w belce takiego układu sił, wzrost obciążenia (siły tnącej) przekraczający $V_{Rd,c}$ nie skutkuje zniszczeniem elementu, lecz powoduje stopniowy przyrost sił we wszystkich składowych częściach tej kratownicy. Trwa to tak długo, aż osiągnie się stan graniczny związany ze zniszczeniem chociaż jednego z jej elementów.

Teoretycznie można wyobrazić sobie następujące mechanizmy zniszczenia (por. rys. 3.25):

a) zerwanie rozciąganych słupków, co fizycznie oznacza zerwanie (uplastycznienie strzemion),
b) zmiażdżenie (w wyniku ściskania) betonowego krzyżulca (siła w ściskanym pasie jest mniejsza!),
c) zerwanie rozciąganego pasa kratownicy, co może mieć miejsce, gdy siła w zbrojeniu wynikająca za zginania belki w połączeniu z dodatkową wynikającą ze ścinania przekroczy nośność tego zbrojenia (lub zerwana zostanie przyczepność).

Układ tych ekstremalnych sił w pojedynczym fragmencie takiej kratownicy jest przedstawiony na rysunku 3.25.



Rys. 3.25. Układ ekstremalnych sił w kratownicy

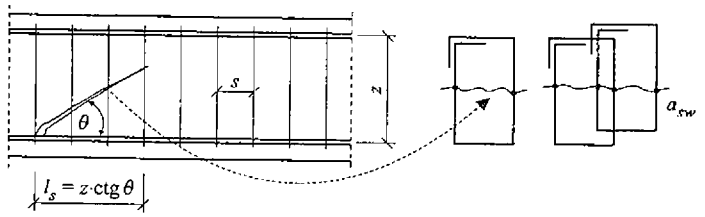
Praktycznie w typowych belkach decydujące znaczenie ma tylko pierwszy z tych elementów. Wartość maksymalnej siły w słupku – $V_{Rd,s}$ oblicza się ze wzoru:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z \cdot \operatorname{ctg}\theta}{s} . \tag{3.40}$$

Wzór ten ma przejrzystą interpretację fizyczną (rys. 3.26). Iloczyn $A_{sw} \cdot f_{ywd}$ jest siłą w pojedynczym zbrojeniu. W zależności od tego jakie są strzemiona (dwu- lub czterocięte), pole powierzchni $A_{sw} = a_{sw} \cdot n$. Z kolei iloczyn $z \cdot \operatorname{ctg}\theta$ jest równy długości rozpatrywanego odcinka. Jeżeli podzieli się go przez rozstaw rys s, to otrzyma się „rozmytą" liczbę strzemion przeciętych przez rysę (nie jest to liczba całkowita!).

Reasumując, $V_{Rd,s}$ – nośność słupka – to maksymalna wartość siły, która może powstać w przeciętych przez rysę strzemionach na odcinku l_s.

Długość takiego odcinka jest ustalana przez osobę projektującą określoną belkę. Zgodnie z polską normą musi się ona mieścić w przedziale od $l_{s,min} = 0{,}9d$ do $l_{s,max} = 1{,}8d$. Ograniczenie to wynika z limitów narzuconych na $\operatorname{ctg}\theta$. Musi on być w przedziale $\langle 1, 2\rangle$ (Uwaga: w większości krajów UE $\max \operatorname{ctg}\theta = 2{,}5$).



Rys. 3.26. Interpretacja fizyczna wzoru (3.40)

Zmiażdżenie betonowego krzyżulca jest możliwe, gdy siła tnąca V_{Ed} jest większa od ich nośności:

$$V_{Rd,max} = \nu \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{\operatorname{ctg}\theta}{1 + \operatorname{ctg}^2\theta} . \tag{3.41}$$

Należy zaznaczyć, że w typowych belkach siła ta jest znacznie większa niż $V_{Rd,s}$ i poza formalnym sprawdzeniem nie ma wpływu na przebieg wymiarowania. Warto zwrócić uwagę na współczynnik ν. Jest on podany zależnością:

$$\nu = 0{,}6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) , \qquad f_{ck} \text{ w MPa} . \tag{3.42}$$

Uwzględnia on, omawiany już wcześniej, efekt spadku wytrzymałości betonu (tu na ściskanie) w złożonym stanie naprężeń panującym w okolicach podpory.

Trzeci z omawianych potencjalnych mechanizmów zniszczenia może mieć miejsce, gdy:

$$\frac{M_{Ed}}{z} + \Delta F_{td} > \frac{M_{Ed,max}}{z} , \tag{3.43}$$

gdzie

$$\Delta F_{td} = 0{,}5 V_{Ed} . \tag{3.44}$$

Przyrost siły w zbrojeniu podłużnym ΔF_{td} może teoretycznie doprowadzić do zniszczenia jedynie w okolicach podpór pośrednich, gdzie ekstremalnym siłom tnącym towarzyszą takież same momenty. Alternatywnym rozwiązaniem do sprawdzania warunku (3.43) jest przedłużenie prętów poza miejsce, gdzie są niezbędne obliczeniowo o co najmniej $a_l = d$. Ponieważ zawsze można to zrobić, to praktycznie warunek ten też nie odgrywa znaczenia przy projektowaniu.

Oprócz klasycznych pionowych strzemion stosuje się czasami strzemiona ukośne lub (sporadycznie) pręty odgięte. Mechanizmy opisujące zniszczenie belki w wyniku ścinania są takie same. Modyfikacji ulegają jedynie opisujące je wzory (trzeba wyznaczyć składowe pionowe tych sił).

W odniesieniu do prętów ukośnych nachylonych do osi belki pod kątem α obowiązują następujące zależności:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z}{s} \cdot (\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha) \cdot \sin\alpha\,, \tag{3.45}$$

$$V_{Rd,max} = \nu \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{\operatorname{ctg}\theta + \operatorname{ctg}\alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2\theta}\,, \tag{3.46}$$

$$\Delta F_{td} = 0{,}5 V_{Ed}(\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{ctg}\alpha)\,. \tag{3.47}$$

3.3.4. Wymiarowanie belki na ścinanie

Zwymiarowanie belki ze względu na ścinanie sprowadza się do podania jakie strzemiona (pole powierzchni), w jakiej ilości i na jakich odcinkach (długości odcinków i rozstawy) muszą być zastosowane.

Przed przystąpieniem do obliczeń ścinania należy do końca zaprojektować belkę ze względu na zginanie. Jest to konieczne do prawidłowego określenia wartości siły $V_{Rd,c}$ i ewentualnego uwzględniania udziału prętów odgiętych.

Wymiarowanie można przeprowadzić zgodnie z poniżej opisanym algorytmem.

a) krok pierwszy

W pierwszym kroku sporządza się wykres lub obwiednię sił tnących. Przy pewnej wprawie, jeżeli obciążenie jest równomiernie rozłożone, można ograniczyć się do wyznaczenia ekstremalnych sił tnących w licu podpór. Uwaga: Wyniki obliczeń numerycznych podają zwykle wartości sił tnących w osiach podpór. Należy więc („ręcznie" lub w programie) podać ich odpowiedniki w licach podpór.

b) krok drugi – obliczanie $V_{Rd,c}$

W drugim kroku oblicza się wartości siły $V_{Rd,c}$ (wzór 3.36) przy każdej z podpór. Jest to maksymalna wartość siły tnącej, którą przenosi belka bez obliczeniowo wyznaczonych dodatkowych strzemion. Wyznaczenie wartości $V_{Rd,c}$ i porównanie jej z przebiegiem sił tnących pozwala wydzielić w belce odcinki pierwszego i drugiego rodzaju.

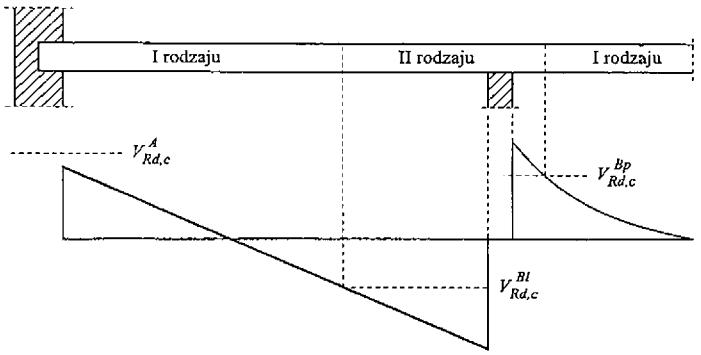
Siła $V_{Rd,c}$ zależy od wartości $\rho_l = A_{sl}/(b_w d)$, dlatego może mieć różne wartości przy różnych podporach. Przy określeniu wartości $V_{Rd,c}$ należy pamiętać, że odnosi się ona do przekroju, w którym kończy się odcinek drugiego rodzaju, a zbrojenie, które uwzględnia się w obliczeniach, musi nie tylko być w tym przekroju, ale musi biec dalej w kierunku malejącego momentu na odległość $d + l_{bd}$.

Czasami, z omawianych już powodów, wartość $V_{Rd,c}$ trzeba wyznaczyć, próbując różnych wartości A_{sl}.

c) krok trzeci – wyznaczenie i ewentualny podział odcinków drugiego rodzaju – l_s

Na końcu odcinka II rodzaju zachodzi równość $V_{Ed}(x = l_s) = V_{Rd,c}$ i z tego warunku można wyznaczyć jego długość. Przykładowe rozwiązanie graficzne pokazane jest na rysunku 3.27.

Aby analitycznie wyznaczyć długość odcinka l_s, należy zapisać równanie opisujące zmiany wartości siły tnącej w funkcji położenia. Dla najczęściej spotykanego



Rys. 3.27. Graficzna interpretacja określania zasięgu odcinków II rodzaju

obciążenia równomiernie rozłożonego otrzymuje się:

$$l_s = \frac{V_{Ed} - V_{Rd,c}}{q_0 + q_0}\,. \tag{3.48}$$

We wzorze tym V^{l}_{Ed} jest wartością siły tnącej w licu podpory.

Zwykle odcinki l_s są na tyle duże ($l_s > l_{s,max} = 1{,}8d$), że trzeba je podzielić na mniejsze, aby $\operatorname{ctg}\theta \leqslant 2$. Podział odcinka może być dowolny, byle tylko $0{,}9d \leqslant ls \leqslant 1{,}8d$. Patrząc jednak na wzór (3.40) i rys. 3.25, widać, że im jest on dłuższy, tym nośność jest większa (lub inaczej – rozstaw strzemion może być większy przy określonej wartości V_{Ed}). Celowe jest zatem dokonanie takiego podziału, aby większym wartościom siły tnącej odpowiadały dłuższe odcinki ($\operatorname{ctg}\theta \approx 2{,}0$), a mniejszym – krótsze. Jeżeli obciążenie jest równomiernie rozłożone, to odcinki przy podporze mają długość równą $l_{s,max}$, a dalsze stopniowo stają się krótsze. Przy praktycznie stałej wartości siły tnącej (podciąg) stosuje się zwykle równy podział odcinka.

d) krok czwarty – obliczanie rozstawu strzemion

Po dokonaniu (jeżeli zaszła taka potrzeba) podziału całego odcinka można przystępować do właściwego wymiarowania. Dokonuje się tego, korzystając z warunku stanu granicznego $V_{Ed} \leqslant V_{Rd,s}$, który po przekształceniu przyjmuje postać:

$$s \leqslant \frac{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot \operatorname{ctg}\theta}{V_{Ed}}\,. \tag{3.49}$$

Przed przystąpieniem do obliczeń rozstawu strzemion s określa się (przyjmuje) średnicę i rodzaj strzemion. Obecnie strzemiona wykonuje się zwykle ze średnic $\phi 6$, $\phi 8$, $\phi 10$ jako dwucięte. W podciągach (belkach głównych) często stosowane są strzemiona czterocięte.

Jeżeli obciążenie jest rozłożone i działa na górną powierzchnię belki, to przy obliczaniu rozstawu strzemion na i-tym odcinku – s_i, przyjmuje się wartość siły V_{Ed} na końcu tego odcinka. W innych sytuacjach jest to siła maksymalna na danym odcinku.

e) końcowe ustalenia i sprawdzenia

Obliczone ze wzoru (3.49) rozstawy strzemion na różnych odcinkach przy określonej podporze będą się różnić. Jeżeli dokonano dobrego podziału odcinka l_s, to możliwe jest dokonanie ujednolicenia tych rozstawów (na całym odcinku lub jego fragmentach). Polega ono na przyjęciu takiego rozstawu s, który jest wyrażony całkowitą liczbą centymetrów i jest mniejszy niż obliczony z (3.49). Przykładowo, jeżeli na trzech „pododcinkach" otrzymano rozstawy $s_1 = 13{,}5$ cm, $s_2 = 15{,}0$ cm i $s_3 = 16{,}8$ cm, to sensownym rozwiązaniem jest przyjęcie na całym tym odcinku jednolitego rozstawu $s = 130$ mm. Zwiększy to nieco ilość potrzebnych strzemion, ale przyspieszy i ułatwi wykonanie (co też ma swoją cenę). Jeżeli procedury te przeprowadza się na wszystkich odcinkach II rodzaju, to będzie można określić zarówno liczbę strzemion, które się tam znajdują, jak i rzeczywiste długości tych odcinków (będą większe niż wyjściowe l_s o nie więcej niż s!).

Pozostałe fragmenty belki są odcinkami pierwszego rodzaju, na których nie trzeba dokładnie obliczać rozstawu strzemion. Muszą one jednak spełniać dwa warunki konstrukcyjne. Stopień zbrojenia strzemionami ρ_w powinien być zgodny z (3.50):

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w} \geqslant \rho_{w,min} = 0{,}08\frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yd}} \,. \tag{3.50}$$

W tabeli 3.4 podane są wartości $\rho_{w,min}$ (w %).

Tabela 3.4. Wartości $\rho_{w,min}$ (w %) dla wybranych klas betonu i stali

Klasa stali \ Klasa betonu	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
AIII	0,080	0,089	0,100	0,110	0,118	0,126
AIIIN	0,064	0,072	0,080	0,088	0,095	0,101

Obliczony z (3.50) rozstaw strzemion powinien spełniać również warunek (3.51):

$$s \leqslant s_{max} = \min \begin{cases} 0{,}75d \\ 400 \text{ mm} \end{cases} \,. \tag{3.51}$$

Praktycznie na odcinkach drugiego rodzaju precyzyjnie określa się zarówno liczbę strzemion, jak i ich rozstaw, a na odcinkach pierwszego rodzaju można jedynie podać liczbę strzemion i przybliżony ich rozstaw (np. $6\phi 8$ co około 352 mm). W rzeczywistości te 6 strzemion będzie w miarę równomiernie rozłożone na wskazanym na rysunku odcinku belki.

Po przyjęciu zbrojenia strzemionami trzeba jeszcze sprawdzić formalnie warunek $V_{Ed} \leqslant V_{Rd,max}$. W typowych belkach jest on spełniony w sposób oczywisty. Można więc zamiast prowadzenia obliczeń dla wszystkich odcinków drugiego rodzaju, obliczyć najmniejszą wartość $V_{Rd,max}$ dla całej belki. Zgodnie z (3.41) będzie ona występować tam, gdzie $\operatorname{ctg}\theta$ jest największe (praktycznie $\operatorname{ctg}\theta = 2$). Sprawdzenie można ograniczyć do wykazania, że

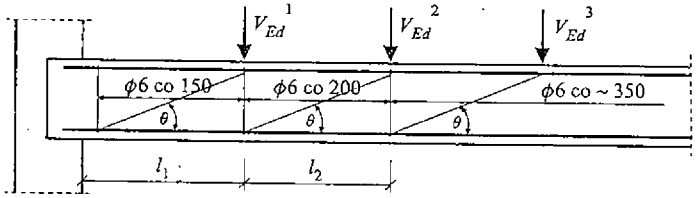
$$\max V_{Ed} \leqslant \min V_{Rd,max} \,. \tag{3.52}$$

Przyrostu siły podłużnej ΔF_{td} można nie liczyć, lecz (już to opisano) sprawdzić, czy pręty zbrojeniowe sięgają co najmniej o „d" dalej niż są niezbędne obliczeniowo (a dalej albo zakotwione, albo odgięte).

3.3.5. Sprawdzenie nośności na ścinanie

Zagadnienie wyznaczania nośności belki (przekroju) ze względu na ścinanie jest analogiczne do problemu określania nośności przy zginaniu. Sprowadza się ono do wyznaczenia wartości maksymalnego obciążenia (siły tnącej) dla elementu, którego zbrojenie w postaci strzemion oraz charakterystyki geometryczne i wytrzymałościowe są znane. Ścinanie rzadko decyduje o wymiarach belki i w poprawnie zaprojektowanej belce raczej nie sprawdza się nośności ze względu na ścinanie. Czasami jednak (np. w ekspertyzach budowlanych) zachodzi taka potrzeba.

Na rysunku 3.28 pokazany jest fragment belki, w której należy określić nośność ze względu na ścinanie. Podstawą do określenia nośności na ścinanie mogą być dwie wartości $V_{Rd,c}$ lub $V_{Rd,s}$.



Rys. 3.28. Zbrojenie belki, w której wyznacza się nośność na ścinanie

Pierwsza z nich będzie miarodajna, gdy zbrojenie strzemionami jest jedynie konstrukcyjne. Można to ocenić, określając na podstawie ρ_{min} rozstaw strzemion i porównując ze stanem, który jest w analizowanej belce. Jeżeli rzeczywisty rozstaw strzemion w belce jest zbliżony lub większy niż określony z zależności (3.50), to wtedy nośność określa się, obliczając $V_{Rd,c}$. Nie mając jeszcze doświadczenia, można dodatkowo sprawdzić, czy przy danych rozstawach strzemion jest $V_{Rd,c} > V_{Rd,s}$.

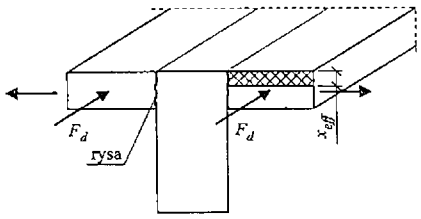
Jeżeli z inwentaryzacji przeprowadzonej na konkretnej belce lub na podstawie projektu widać wyraźnie, że strzemiona zostały zaprojektowane ze względu na ścinanie, to podstawą do wyznaczania nośności jest siła $V_{Rd,s}$. Sposób postępowania może być wtedy następujący:

1. Określamy długości odcinków, na których występuje określony rozstaw strzemion (na rys. 3.28 są trzy takie fragmenty).
2. Dla danego odcinka obliczamy $\operatorname{ctg}\theta = \frac{l}{0{,}9d}$ i sprawdzamy, czy $1 \leqslant \operatorname{ctg}\theta \leqslant 2$. jeżeli warunek ten jest spełniony, to obliczamy siłę $V_{Rd,s}$ (pozostałe wielkości występujące we wzorze (3.40) są znane). Jest ona równa wartości siły tnącej na końcu tego odcinka. Przy znanej geometrii belki, sposobie jej podparcia oraz przy określonym rodzaju obciążenia można podać zależność $V_{Ed}(x, q) = V_{Rd,s}$ i obliczyć wartość q.
3. W dokładnie taki sam sposób postępuje się na pozostałych odcinkach i otrzymuje się kolejne wartości dopuszczalnego obciążenia q_i. Nośność belki jest najmniejszą z tak obliczonych wartości.

Procedura postępowania komplikuje się, gdy dla któregoś z odcinków nie jest spełniony warunek ograniczający zakres zmienności $\operatorname{ctg}\theta$. Wtedy właściwe obliczenie nośności wymaga już pewnej wprawy. Bardzo często trzeba sprawdzać różne warianty dla sąsiadujących odcinków. Przykładowo, jeżeli $\operatorname{ctg}\theta < 1$, to w pierwszej wersji można przyjąć do obliczeń $\operatorname{ctg}\theta = 1$ dla tego odcinka, a kolejny potraktować standardowo. Może się jednak okazać, że lepszym rozwiązaniem będzie łączne potraktowanie sąsiadujących odcinków (przy przyjęciu większego z rozstawów strzemion) i uzyskanie większych wartości $\operatorname{ctg}\theta$, zbliżonych do 2. Podobnie pewnej wprawy wymaga ewentualny arbitralny podział odcinka, dla którego $\operatorname{ctg}\theta > 2$.

3.3.6. Ścinanie pomiędzy półką a środnikiem

Naprężenia styczne działają zarówno w kierunku pionowym, jak i poziomym. Wypadkowa tych naprężeń w kierunku poziomym nazywana jest często siłą rozwarstwiającą. Powoduje ona na tyle duże rozciąganie, że może spowodować uszkodzenie przekrojów teowych na styku pomiędzy środnikiem i skrzydełkami (rys. 3.29).



Rys. 3.29. Ścinanie na styku środnik – skrzydełka

Dotyczy to przekrojów teowych oraz konstrukcji monolitycznych przy połączeniu żebro – płyta oraz podciąg – płyta. Sprawdzenie tych połączeń polega na wykazaniu, że podłużne naprężenia styczne v_{Ed}, będące efektem zmiany wartości siły podłużnej w półce, mogą być zrównoważone przez układ zbrojenia poprzecznego i beton. Celowe jest rozróżnienie dwóch przypadków:

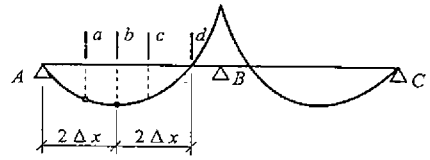
a) półka w strefie ściskanej bełki,
b) półka w strefie rozciąganej.

a) półka w strefie ściskanej

Jeżeli półka jest w strefie ściskanej, to zmiana wartości siły podłużnej wynika ze zmiany wartości momentu i w konsekwencji zasięgu strefy ściskanej x_{eff}. Różnicę pomiędzy siłami F_d^1 i F_d^2 oblicza się na odcinku Δx. Jego długość przyjmuje się równą co najwyżej połowie odległości pomiędzy miejscami, gdzie wartość momentu jest zerowa i maksymalna (rys. 3.30).

Różnicę pomiędzy siłami F_d można liczyć na każdym z zaznaczonych na rys. 3.29, ale największa będzie na odcinku A–a (na podporze $F_d = 0$ i $\Delta F_d = F_d^2$). W konsekwencji otrzymuje się (por. rys. 3.28):

$$\Delta F_d = f_{cd} \cdot 0{,}5(b_{eff} - b_w) \cdot x_{eff} \tag{3.53}$$



Rys. 3.30. Wyznaczanie długości odcinka Δx

i wartość naprężeń:

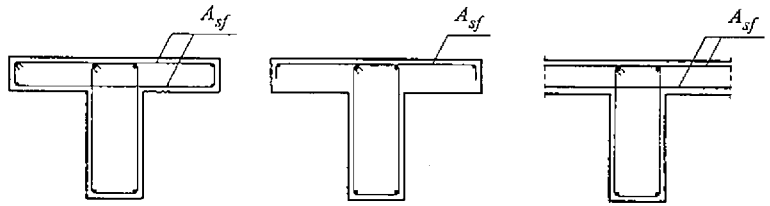
$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \cdot \Delta x} . \tag{3.54}$$

Sprawdzenie ścinania polega na obliczeniu dwóch warunków (odpowiednio dla betonu i zbrojenia):

$$v_{Ed} \leqslant \nu \cdot f_{cd} \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta , \tag{3.55}$$

$$v_{Ed} \leqslant \frac{A_{sf} \cdot f_{yd}}{s_f} \cdot \frac{\operatorname{ctg}\theta}{h_f} . \tag{3.56}$$

Podobnie jak przy zwykłym ścinaniu, decydujące znaczenia ma nośność zbrojenia. We wzorze (3.56) A_{sf} i s_f są odpowiednio polem powierzchni i rozstawem zbrojenia przebiegającego poziomo przez półkę.



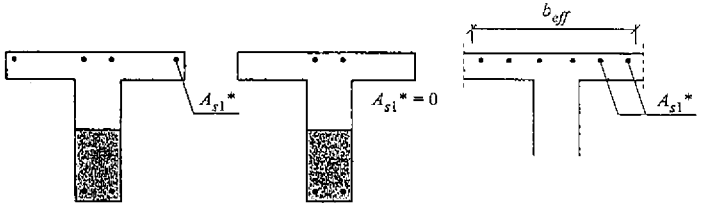
Rys. 3.31. Przykłady zbrojenia zapobiegającego ścięciu na styku środnik – skrzydełka

b) półka w strefie rozciąganej

Problem ze ścinaniem, jeżeli półka jest w strefie rozciąganej, występuje tylko wtedy, gdy zbrojenie podłużne umieszczone jest w obrysie skrzydełek (poza środnikiem) i w pewnej odległości kończy się. Wtedy efekt ścinania, analogiczny do już opisanego, wynika nie tyle ze zmiany siły ściskającej, ale ze zmniejszonego rozciągania (rys. 3.32).

Wartość siły $\Delta F_d = A_{s1} \cdot f_{yd}$, a długość odcinka Δx odpowiada długości zakotwienia pręta. Obliczenia przeprowadza się zgodnie z (3.55) i (3.56), ale zakres zmian $\operatorname{ctg}\theta$ jest ograniczony do przedziału $\langle 1; 1{,}25 \rangle$.

Trzeba też zwrócić uwagę, że czasami ścinaniu temu może towarzyszyć poprzeczne zginanie (np. połączenie płyta – żebro). Wtedy zbrojenie (na jednostkę długości) oblicza się, przyjmując większą z dwóch wartości – pierwsza obliczona z (3.56) lub druga wynikająca ze zginania i powiększona o połowę obliczoną z (3.56).



Rys. 3.32. Sposób określania A_{s1}

Jeżeli wartości naprężeń $\nu_{Ed} < 0{,}4 f_{ctd}$, to nie ma konieczności obliczania ilości dodatkowego zbrojenia (ponad to, które może wynikać ze zginania).

3.4. Zagadnienia związane z zarysowaniem

3.4.1. Uwagi ogólne

Możliwość pojawienia się rys w eksploatowanej normalnie konstrukcji żelbetowej jest bardzo charakterystyczną cechą tego materiału. W zdecydowany sposób odróżnia to żelbet na przykład od stali.

Rysy mogą powstać wszędzie tam, gdzie w elemencie jest strefa rozciągana – zginanie, ścinanie, skręcanie, osiowe i mimośrodowe rozciąganie, mimośrodowe ściskanie przy dużym mimośrodzie. Warunek powstania rysy zależy głównie od typu wytężenia przekroju. W odniesieniu do jednoosiowych stanów naprężeń (zginanie, rozciąganie itp.) kryterium to odpowiada osiągnięciu przez beton naprężenia równego wytrzymałości betonu na rozciąganie. W złożonych stanach naprężeń (ścinanie, skręcanie) zarysowanie pojawia się wcześniej.

Specyfika żelbetu polega na tym, że w tejże strefie rozciąganej, oprócz betonu zawsze musi znajdować się zbrojenie. Pęknięcie powoduje zniszczenie pierwotnej przyczepności stali do betonu i pozwala na „bardziej swobodne" odkształcenia zbrojenia. Do tego czasu odkształcenia stali i betonu były takie same i powodowało to, że naprężenia w stali nie przekraczały 5–10% jej wytrzymałości (stal była bardzo słabo wykorzystana). Dzięki rysie wykorzystanie zbrojenia jest właściwe, a współpraca betonu i stali jest w dalszym ciągu zapewniona, gdyż tworzy się tak zwana wtórna przyczepność. Transfer sił ze stali na beton związany jest z efektami mechanicznego zazębienia żeberek pręta stalowego o beton i siłami tarcia.

W takiej sytuacji, w prawidłowo zaprojektowanej belce, możliwy jest jeszcze znaczny przyrost obciążeń ponad poziom, który spowodował zarysowanie. W podrozdziale 3.2 opisano już zachowanie się belki zginanej po powstaniu rys.

Trzeba też pamiętać, że przyczyną powstania rys nie koniecznie musi być tylko obciążenie. W ustrojach statycznie niewyznaczalnych (a takich jest większość) odkształcenia wymuszone, np. osiadanie podpór, różnice temperatur, skurcz itp., też mogą prowadzić do spękań betonu. W szczególnie ważnych przypadkach (np. projektowanie szczelnych zbiorników) wykonuje się szczegółowe obliczenia uwzględniające te zjawiska. W większości sytuacji nie jest to konieczne. Stosuje się jedynie pewne rozwiązania konstrukcyjne polegające na stosowaniu określonej ilości zbrojenia.

Podsumowując, można stwierdzić, że pojawienie się rys w konstrukcji żelbetowej jest zjawiskiem normalnym i typowym (Uwaga: rysy są bardzo małe i „na oko" w elemencie ich raczej nie widać). Trzeba jednak proces ten kontrolować. Główny problem sprowadza się do ograniczenia szerokości rozwarcia rysy do takiego poziomu, który nie pogarsza trwałości konstrukcji, jej prawidłowego funkcjonowania i estetyki. Najważniejszym aspektem jest trwałość, w tym przypadku rozumiana jako zabezpieczenie stali przed zagrożeniem korozyjnym. Konieczne jest też sprawdzenie, czy zbrojenie w strefie rozciąganej jest na tyle duże, aby ewentualne zarysowanie (np. spowodowane skurczem) nie doprowadziło do zerwania stali lub takiego jej uplastycznienia, że rysa będzie bardzo szeroka.

Sprawdzanie, czy pojawią się w konstrukcji rysy oraz obliczanie szerokości ich rozwarcia zalicza się do stanów granicznych użytkowania. Przekroczenie takiego stanu nie wiąże się z tak poważnymi konsekwencjami, jak to ma miejsce w stanach granicznych nośności. Z tego też względu zapas bezpieczeństwa jest mniejszy. Obliczenia przeprowadza się dla obciążeń charakterystycznych, tzn. przyjmując $\gamma = 1{,}0$. Pod uwagę bierze się przeważnie tylko kombinację obciążeń zwaną quasi-stałą. W jej skład wchodzą obciążenia stałe oraz długotrwała część obciążeń zmiennych. Są dwa podstawowe powody, dla których właśnie te obciążenia są brane jedynie pod uwagę. Pierwszym jest fakt, że bardzo duży wpływ na stany graniczne użytkowania mają tak zwane własności reologiczne betonu, w szczególności pełzanie. Nie wdając się w szczegóły, można powiedzieć, że zjawisko to polega na przyroście odkształceń w betonie pod działaniem długotrwałych naprężeń. Obciążenia zmienne krótkotrwałe (np. śnieg lub wiatr) nie mają wtedy praktycznego znaczenia. Z drugiej strony krótkotrwałe przekroczenie dopuszczalnej szerokości rysy lub ugięcia nie ma zwykle znaczenia dla trwałości konstrukcji (przykładowo korozja zbrojenia też „wymaga" czasu).

3.4.2. Minimalne pole przekroju zbrojenia

W miejscach występowania ekstremalnych momentów pole powierzchni zbrojenia wyznacza się na podstawie szczegółowych obliczeń. Są one opisane w podrozdziale 3.2. Są jednak takie miejsca w konstrukcji, gdzie takich obliczeń nie przeprowadza się, gdyż momenty zginające są bardzo małe. Czasami zdarza się również, że rozciąganie może pojawić się w wyniku odkształceń wymuszonych. Zawsze wtedy, gdy oczekuje się, że może wystąpić rozciąganie, konieczne jest zastosowanie co najmniej minimalnego stopnia zbrojenia. Zapobiegać ma ono efektowi tak zwanego kruchego pękania. Polega ono na raptownym zniszczeniu przekroju w wyniku pojawienia się rysy i zerwaniu w tym miejscu stali (której jest zbyt mało). Takie elementy nie mogą być traktowane jak żelbetowe, lecz jako betonowe niezbrojone. Aby uniknąć takiej sytuacji, stopień zbrojenia belek musi być większy od minimalnego zestawionego w tabeli 3.5.

Tabela 3.5. Minimalny stopień zbrojenia zginanych belek żelbetowych ρ_{min}, [%]

Klasa betonu / Klasa stali	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
AIII	0,13	0,13	0,14	0,16	0,17	0,19
AIIIN	0,13	0,15	0,17	0,19	0,21	0,23

Z punktu widzenia szerokości rozwarcia rys, podane w tabeli wartości ρ_{min} nie gwarantują jeszcze, że rysa będzie miała szerokość mniejszą niż dopuszczalna.

Aby dokładnie sprawdzić stan graniczny zarysowania w zginanych belkach, należy postępować w sposób opisany w punkcie 3.4.3.

3.4.3. Zarysowanie w zginanych belkach żelbetowych

Z punktu widzenia trwałości konstrukcji szerokość rozwarcia rys jest ograniczona w zależności od klasy ekspozycji – tabela 3.6.

Tabela 3.6. Wartości maksymalnych obliczeniowych szerokości rozwarcia rys

Klasa ekspozycji	w_{max}, mm
X0, X1	0,4
XC2, XC3, XC4 XD1, XD2 XS1, XS2, XS3	0,3

Weryfikacja stanu granicznego zarysowania polega na wykazaniu, że obliczona szerokość rozwarcia rysy w_k jest nie większa niż w_{max}. Obliczenia szerokości rozwarcia rysy przeprowadza się zakładając, że w analizowanym zakresie obciążeń stal i beton są materiałami liniowo-sprężystymi. Dzięki temu można korzystać z klasycznych metod obliczeniowych znanych z wytrzymałości materiałów. Poważnym problemem jest jednak odpowiednie uwzględnienie reologicznych własności betonu, głównie pełzania. Szczegółowa analiza tego zagadnienia jest złożona i w związku z tym mało przydatna w typowo inżynierskich obliczeniach. Zamiast skomplikowanych metod postępowania odnośnie do obliczania odkształceń betonu, przyjmuje się, że całkowite odkształcenie betonu (wraz z pełzaniem) można obliczać, stosując efektywny moduł sprężystości według wzoru:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}, \tag{3.57}$$

w którym $\varphi(\infty, t_0)$ jest współczynnikiem pełzania, to znaczy stosunkiem odkształceń wywołanych pełzaniem do odkształceń sprężystych. Jego wartość podana jest w załączonych tablicach.

W celu obliczenia szerokości rozwarcia rysy (również przy obliczaniu ugięć) trzeba określić stopień wytężenia przekroju rozumiany jako stosunek naprężeń w stali w chwili zarysowania do tychże naprężeń przy analizowanym poziomie obciążenia. W szczególności oznacza to, że przeprowadza się stosowne obliczenia dla przekroju w fazie I (niezarysowanej) oraz II (w pełni zarysowana strefa rozciągana przekroju):

a) analiza w I fazie pracy przekroju

Głównym celem prowadzonych tu obliczeń jest wyznaczenie wartości momentu rysującego M_{cr}, to znaczy takiej jego wartości, która stanowi granicę pomiędzy przekrojem zarysowanym i niezarysowanym. Ponieważ warunek powstania rysy w jednoosiowym

stanie naprężeń ma postać $\sigma_{ct} = f_{ctm}$, to zgodnie z zasadami wytrzymałości materiałów moment M_{cr} jest równy

$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot W_{cs}. \tag{3.58}$$

We wzorze tym W_{cs} jest wskaźnikiem przekroju na zginanie uwzględniającym, że składa się on zarówno z betonu, jak i stali zbrojeniowej. Procedura jego wyznaczania jest opisana w następujących krokach:

1. Obliczenie sprowadzonego pola przekroju.

   Polega to na „zastąpieniu" stali dodatkową i ekwiwalentną powierzchnią betonu:

   $$A_{cs} = A_c + \alpha_{e,lt}(A_{s1} + A_{s2}), \tag{3.59}$$

   gdzie $\alpha_{e,lt} = E_s / E_{c,eff}$.

   Wzór (3.59) wynika z założenia, że odkształcenia stali i betonu rozpatrywane w tych samych włóknach są równe (idealna przyczepność) i uwzględnia efekty pełzania.
2. Wyznaczenie środka ciężkości przekroju.

   Krok ten jest niezbędny, aby można było obliczyć moment bezwładności przekroju. Tutaj również korzysta się z wytrzymałości materiałów i po obliczeniu momentu statycznego (uwzględniającego „zamienioną" stal) względem skrajnej ściskanej krawędzi przekroju – S_{cs} wyznacza się:

   $$x_I = \frac{S_{cs}}{A_{cs}}. \tag{3.60}$$

   Łatwo można wykazać, że przy poczynionych założeniach odległość środka ciężkości x_I od krawędzi ściskanej jest tym samym co zasięg strefy ściskanej (oś obojętna pokrywa się ze środkiem ciężkości przekroju).
3. Obliczenie momentu bezwładności I_I i wskaźnika na zginanie W_{cs}.

   Znając środek ciężkości przekroju, można już obliczać moment bezwładności. Praktycznie bardzo często korzysta się przy tym z twierdzenia Steinera i dzieli się pole przekroju (np. teowego) na najprostsze figury geometryczne (np. prostokąty) o powszechnie znanych charakterystykach. W obliczeniach uwzględnia się konsekwentnie stal zbrojeniową „przekształconą" na beton. Obliczając wtedy moment bezwładności, pomija się zwykle, jako bardzo mały, moment bezwładności stali względem własnej osi ciężkości.

   Wskaźnik na zginanie oblicza się względem skrajnych rozciąganych włókien przekroju, wg wzoru (3.61):

   $$W_{cs} = \frac{I_I}{h - x_I}. \tag{3.61}$$

   Pozwala to obliczyć moment rysujący M_{cr} zgodnie ze wzorem (3.58) i porównać go z momentem wywołanym quasi-stałą kombinacją – M_{Eqp}. Jeżeli $M_{cr} < M_{Eqp}$, to przyjmuje się, że przekrój jest zarysowany i należy obliczyć jego charakterystyki w fazie II. Taki rezultat jest osiągany najczęściej. Gdyby $M_{cr} > M_{Eqp}$, oznaczałoby to, że obciążenia prawie stałe nie spowodują powstania rysy i nie ma potrzeby sprawdzania szerokości jej rozwarcia.

Uwagi końcowe – komentarze

1. Obliczenia M_{cr} zgodnie z (3.58) uwzględniają korzystny wpływ zbrojenia (większa wartość M_{cr}), a pomijają ewentualny niekorzystny wpływ odkształceń skurczowych towarzyszący temu zbrojeniu. W sytuacji, gdy spodziewamy się dużych wpływów reologicznych, można wziąć pod uwagę modyfikację wzoru (3.58). Najprostsza polega na zignorowaniu zbrojenia i policzeniu I_I jak dla przekroju *stricte* betonowego. Drugie rozwiązanie, wymagające większej wiedzy i bardziej pracochłonne (ale dokładniejsze), sprowadza się do modyfikacji wzoru (3.58) poprzez zmniejszenie wartości średniej wytrzymałości betonu na rozciąganie f_{ctm} o wartość naprężeń wywołanych skurczem.

2. Wynik obliczeń taki, że $M_{cr} > M_{Eqp}$ może w odniesieniu do typowych konstrukcji żelbetowych oznaczać, że przyjęto zbyt duże wymiary przekroju i wykorzystanie materiałów nie jest racjonalne. Takich zastrzeżeń nie ma wtedy, gdy ze względu na dużą agresywność środowiska lub wymogi szczelności $w_{max} = 0{,}1$ mm.

3. Jeżeli $M_{cr} > M_{Eqp}$, to nie oznacza, że element w ogóle nie ulegnie zarysowaniu pod wpływem obciążeń eksploatacyjnych. Aby miało to miejsce, moment rysujący musiałby być większy niż moment wywołany obciążeniem stałym i całym obciążeniem użytkowym. Zarysowanie mogące się pojawić pod działaniem zmiennych obciążeń długotrwałych i krótkotrwałych trwa krótko i rysa praktycznie (po ustaniu działania np. wiatru) zamyka się. Nie stwarza to poważniejszego zagrożenia dla trwałości.

b) analiza przekroju w fazie II – zarysowanej

Analizę tę prowadzi się, gdy okazało się, że $M_{cr} < M_{Eqp}$. W odniesieniu do zarysowania głównym jej celem jest wyznaczenie naprężeń w stali w przekroju zarysowanym. Zgodnie z zasadami wytrzymałości materiałów naprężenie to oblicza się ze wzoru:

$$\sigma_s = \frac{\alpha_{e,lt} \cdot M_{Eqp}}{I_{II}}(d - x_{II}) . \tag{3.62}$$

Podobnie jak w odniesieniu do fazy I obliczenia przeprowadza się dla przekroju sprowadzonego, to znaczy takiego, w którym pole powierzchni stali zastąpione zostało dodatkowym polem betonu zgodnie z formułą $\Delta A_c = \alpha_{e,lt} \cdot A_s$. Obliczenia są analogiczne do opisanych, a różnice wynikają z tego, że pod uwagę bierze się jedynie sprowadzoną stal zbrojeniową oraz beton w strefie ściskanej (strefę rozciąganą obejmuje całkowicie rysa).

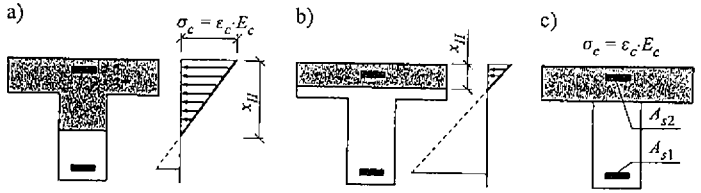
1. Wyznaczenie zasięgu strefy ściskanej (środka ciężkości) – x_{II}.

   Wyznaczanie środka ciężkości przekroju można przeprowadzić w sposób analogiczny do zastosowanego w odniesieniu do fazy pierwszej. Ponieważ jednak nieznany jest zasięg strefy ściskanej x_{II}, to zarówno wartości A_{cs}, jak i S_{cs} są funkcjami x_{II}. Położenie środka ciężkości znajduje się, rozwiązując równanie kwadratowe:

$$x_{II} = \frac{S_{sc}(x_{II})}{A_{cs}(x_{II})} . \tag{3.63}$$

   Alternatywnie można wyznaczyć x_{II}, korzystając z warunku, że moment statyczny obliczony względem środka ciężkości jest równy zeru.

   Pewne komplikacje mogą wystąpić, gdy obliczenia przeprowadza się dla przekroju teowego (rys. 3.33).



Rys. 3.33. Określanie zasięgu strefy ściskanej w SLS dla przekrojów teowych

Aby sprawdzić, czy przekrój jest rzeczywiście teowy (rys. 3.32a), czy też pozornie, można obliczyć momenty statyczne względem dolnej krawędzi półki. Jeżeli spełniony jest warunek (3.64), to przekrój jest pozornie teowy.

$$0{,}5 b_{eff} \cdot h_f^2 + A_{s2} \cdot \alpha_{e,lt} \cdot (h_f - a_2) > A_{s1} \cdot \alpha_{e,lt} \cdot (d - h_f) . \tag{3.64}$$

Obliczanie momentu statycznego (i pola przekroju) przekroju rzeczywiście teowego najwygodniej przeprowadzić, dzieląc go na tzw. skrzydełka ($(b_{eff} - b_w) \cdot h_f$) i środnik ($b_w \cdot x_{II}$).

2. Obliczanie momentu bezwładności I_{II}.

   Po obliczeniu x_{II}, obliczenia I_{II} prowadzi się na identycznych zasadach, które dotyczyły I_I, pamiętając, że pod uwagę nie bierze się betonu w strefie rozciąganej.

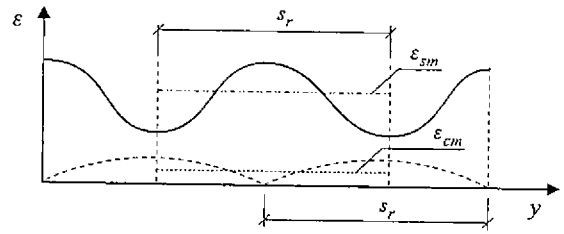
Uwagi końcowe – komentarze

1. Z poprawnie przeprowadzonych obliczeń powinno wynikać, że $x_I > x_{II}$ oraz $I_I > I_{II}$.

2. Warto zwrócić uwagę na wpływ zbrojenia na sztywność przekroju. O ile w pierwszej fazie jest on istotny, ale rzędu 10–20%, o tyle w fazie drugiej może stanowić nawet ponad 50% I_{II}.

c) obliczanie szerokości rozwarcia rysy

Na rysunku 3.34 pokazany jest schematyczny widok przebiegu odkształceń w belce, w strefie rozciąganej, w której proces zarysowania jest zaawansowany.



Rys. 3.34. Schematyczny przebieg odkształceń w rozciąganej strefie belki zarysowanej

Linia ciągła opisuje odkształcenia w stali, a przerywana w betonie (oba na poziomie zbrojenia). Odkształcenia w stali są we wszystkich przekrojach większe niż w betonie. W miejscach, gdzie pojawiły się rysy, odkształcenia w stali są ekstremalne, a w betonie równe zeru. W miarę oddalania się od rysy, dzięki przyczepności, odkształcenia w stali

spadają, a w betonie rosną. Najmniejsza różnica w ich wartościach ma miejsce w okolicach połowy odległości pomiędzy rysami.

Różnica odkształceń stali i betonu powoduje, że wydłużenia stali są większe niż betonu i „ukazują się" w miejscu rysy. Szerokość rozwarcia rysy można więc określić ogólnym wzorem:

$$w = 2 \int_0^{s_r/2} [\varepsilon_s(y) - \varepsilon_{ct}(y)]\, dy \,. \tag{3.65}$$

We wzorze tym s_r jest średnim rozstawem rys – w konkretnej rysie koncentruje się różnica wydłużeń z obu jej stron ($s_r/2$).

Obliczanie szerokości rozwarcia rys ze wzoru (3.65) wymaga znajomości przebiegu odkształceń i szczegółowych informacji na temat wtórnej przyczepności stali i betonu. Jest to zbyt skomplikowane i niecelowe z punktu widzenia praktyki inżynierskiej. W celu obliczenia szerokości rozwarcia rysy i porównania z wartością dopuszczalną (por. tabela 3.6) korzysta się z zależności:

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \,. \tag{3.66}$$

Symbolem $s_{r,max}$ oznaczony jest maksymalny rozstaw rys, a indeksy przy odkształceniach oznaczają, że są to wartości średnie.

Na rozstaw rys wpływają dwa składniki – zasięg odcinka całkowitego odspojenia zbrojenia od betonu bezpośrednio przy rysie oraz odcinek, na którym (tuż po zarysowaniu) możliwe jest, dzięki przyczepności, „odtworzenie" równości odkształceń ($\varepsilon_{ct} = \varepsilon_s = f_{ctm}/E_{cm}$).

W elementach zginanych rozstaw rys oblicza się ze wzoru:

$$S_{r,max} = 3{,}4 \cdot c + 0{,}17 \cdot \frac{\phi}{\rho_{eff}} = 1{,}7 \cdot \left(2c + 0{,}1\frac{\phi}{\rho_{eff}}\right) , \tag{3.67}$$

gdzie c – otulenie betonowe, ϕ – średnica pręta zbrojeniowego, $\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{ct,eff}}$.

Efektywne pole rozciąganego (przed zarysowaniem) betonu oblicza się, korzystając z formuły:

$$A_{ct,eff} = \min \begin{cases} b \cdot 2{,}5 \cdot (h - d) \\ b \cdot \dfrac{h - x_I}{3} \end{cases} . \tag{3.68}$$

Drugi człon wzoru (3.66), różnicę średnich odkształceń, można obliczyć z zależności:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - 0{,}4\dfrac{f_{ctm}}{\rho_{eff}}(1 + \alpha_{e,II}\rho_{eff})}{E_s} \geqslant \frac{0{,}6\sigma_s}{E_s} \,. \tag{3.69}$$

Występujące w tym wzorze σ_s jest wartością naprężenia w stali w miejscu, gdzie pojawiła się rysa. Oblicza się ją ze wzoru (3.62) – faza II.

Jeżeli obliczona w opisany sposób maksymalna szerokość rozwarcia rysy $w_k \leqslant w_{max}$, to ten warunek stanu granicznego użytkowania jest spełniony i obliczenia można zakończyć.

Czasami (ale raczej rzadko) może się okazać, że obliczona wartość w_k jest większa od dopuszczalnej. Wtedy należy dokonać zmiany, ale w taki sposób, aby nie naruszyć sprawdzonych już stanów granicznych nośności, ani nie wprowadzać daleko idących ingerencji we wcześniejsze ustalenia. Ze struktury wzorów (3.66–3.69) oraz (3.62) wynika, że najprostsze są dwa rozwiązania. Tradycyjne polega na zastąpieniu prętów o dużej średnicy ϕ_1 większą liczbą prętów o mniejszej średnicy ϕ_2. Oczywiście zmodyfikowane pole powierzchni zbrojenia nie może być mniejsze od pierwotnego (wynikającego z nośności na zginanie). Dzięki takiej zmianie zmniejszy się nieco rozstaw rys, a tym samym ich szerokość. Istotnym ograniczeniem dla tego rozwiązania jest konieczność rozmieszczenia większej liczby prętów w jednym rzędzie. W wielu sytuacjach praktyczniejszym rozwiązaniem będzie „dołożenie" jednego pręta (przy uwagach jak powyżej). Efekt będzie większy, gdyż dodatkowe zbrojenie zmniejszy zarówno rozstaw rys, jak i średnią wartość odkształceń w stali. Za takim rozwiązaniem przemawiają również względy wykonawcze (łatwiej operować mniejszą liczbą prętów, a później dobrze je zabetonować i zagęścić mieszanką). Na zakończenie trzeba jeszcze podkreślić, że przy dopuszczalnej szerokości rozwarcia rys $w_{max} = 0{,}3$ mm, stan graniczny zarysowania tylko wyjątkowo może sprawić kłopoty i trudności na etapie projektowania belek zginanych.

W tej sytuacji wygodne jest, z punktu widzenia projektanta, zrezygnowanie z dokładnych obliczeń na rzecz przybliżonego sprawdzenia. Temu celowi służą różnego rodzaju tabele, w których dzięki porównaniu wybranych parametrów (np. średnicy pręta, rozstawu, naprężeń w stali) można szybciej rozstrzygnąć, że $w_k \leqslant w_{max}$. Przykład takiej tabeli podany jest w załączniku (tabela 10). Korzystając z niej, należy mieć na uwadze dwie rzeczy:

a) tabele są sporządzane przy określonych założeniach i korzystając z nich, należy to uwzględnić (np. stosując współczynniki korygujące),
b) fakt, że przy korzystaniu z tablic okazało się, iż $w_k > w_{max}$, nie przesądza sprawy. Tablice, ze względu na zastosowane uproszczenia, mają dodatkowy zapas bezpieczeństwa. Przy małych różnicach warto przeprowadzić dokładne obliczenia.

Uwaga 1

Opisana metoda obliczania szerokości rozwarcia rys została dokładnie zaczerpnięta z normy. Norma ta pozwala również stosować inne sposoby zgodne z ogólnymi założeniami. Wymaganie takie spełnia poniższy algorytm postępowania odwołujący się do poprzedniej wersji normy. Jest on spójny z zasadami, które będą użyte do analizy stanów granicznych ugięcia.

Podstawę stanowi założenie, że dowolna deformacja elementu zarysowanego w skutek zginania może być opisana następującą zależnością:

$$\alpha = \zeta \cdot \alpha_{II} + (1 - \zeta)\alpha_I \,. \tag{3.70}$$

Parametr ζ występujący w tym wzorze służy uwzględnieniu efektu współpracy stali i betonu na odcinkach pomiędzy rysami i określony jest wzorem (dla obciążeń

długotrwałych):

$$\zeta = 1 - 0{,}5\left(\frac{M_{cr}}{M_{Eqp}}\right)^2 . \tag{3.71}$$

Zastosowanie wzoru (3.70) do opisania odkształceń w stali i rozciąganym betonie prowadzi do zależności:

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &= \zeta \cdot \varepsilon_{s,\mathrm{II}} + (1-\zeta)\cdot \varepsilon_{s,\mathrm{I}} , \\ \varepsilon_{ct} &= (1-\zeta)\cdot \varepsilon_{ct,\mathrm{I}} . \end{aligned} \tag{3.72}$$

W opisie ε_{ct} występuje tylko jeden składnik sumy, gdyż w przekroju zarysowanym jest oczywiście $\varepsilon_{ct,\mathrm{II}} = 0$. Jeżeli dodatkowo zwróci się uwagę, że w fazie pierwszej panuje idealna przyczepność, tzn. $\varepsilon_{s,\mathrm{I}} = \varepsilon_{ct,\mathrm{I}}$, to różnicę odkształceń w stali i betonie można obliczyć zgodnie ze wzorem:

$$\varepsilon_s - \varepsilon_{ct} = \zeta \cdot \varepsilon_{s,\mathrm{II}} = \zeta \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} . \tag{3.73}$$

Jest on odpowiednikiem (3.69), a formułę określającą szerokość rozwarcia rysy w_k można zapisać w postaci:

$$W_k = 1{,}7\left(2c + 0{,}1 \cdot \frac{\phi}{\rho_{eff}}\right)\cdot \frac{\sigma_s}{E_s}\cdot\left[1 - 0{,}5\left(\frac{M_{cr}}{M_{Eqp}}\right)^2\right] . \tag{3.74}$$

Otrzymane w ten sposób wyniki są bardzo zbliżone do rezultatów otrzymanych w rezultacie stosowania formuły (3.69) i (3.66).

Uwaga 2

Opisane algorytmy obliczania szerokości rozwarcia rysy dotyczą typowych sytuacji projektowych. Trzeba wiedzieć, że mogą być takie przypadki, kiedy konieczne będzie inne ograniczenie wartości w_{max} lub trzeba będzie wziąć pod uwagę inną kombinację obciążeń. Spowoduje to oczywiście zmiany niektórych podanych tu formuł, ale zasady pozostaną takie same.

3.5. Zagadnienia związane z ugięciem belek

3.5.1. Uwagi ogólne

W projektowaniu konstrukcji żelbetowych określenie strzałka ugięcia oznacza różnicę pomiędzy maksymalnym pionowym przemieszczeniem elementu a jego podporami. Jeżeli podpory uzna się za niepodatne, to strzałka ugięcia jest po prostu równa maksymalnemu pionowemu przemieszczeniu.

Wartości ugięcia (odkształcenia) elementu są ograniczone z wielu powodów, z których najważniejsze są następujące:

1. Ugięcie elementów konstrukcyjnych nie może negatywnie oddziaływać na towarzyszące im elementy wykończeniowe – ścianki działowe, okładziny, szklenia, elementy wyposażenia itp. Zbyt duże ugięcie może prowadzić do ich spękania, odspojenia lub innych tego typu uszkodzeń.
2. Zbyt duże ugięcie może naruszać subiektywne poczucie bezpieczeństwa użytkownika i negatywnie wpływać na ogólną estetykę konstrukcji.
3. Czasami duże ugięcia mogą generować w smukłych elementach efekty drugiego rzędu w analizie statycznej.

W ogólności wartość dopuszczalnego obliczeniowego ugięcia powinna być ustalana indywidualnie w uzgodnieniu z inwestorem. W typowych sytuacjach można przyjmować, że wystarczającym ograniczeniem będzie wartość $a_{max} = \frac{l_{eff}}{250}$. Czasami deskowanie belki kształtuje się nie poziomo, lecz z wygięciem do góry. Mówi się wtedy o tak zwanej wstępnej strzałce ujemnej. Jej wartość też nie powinna przekraczać $l_{eff}/250$. W niektórych sytuacjach jest to dobry pomysł, ale przed przyjęciem takiej koncepcji trzeba dobrze przemyśleć zachowanie się elementów towarzyszących.

3.5.2. Teoretyczne problemy obliczania ugięć

Teoretycznym punktem wyjścia do obliczania ugięć jest równanie krzywizny funkcji opisującej przemieszczenia pionowe. W konstrukcjach budowlanych wartość ugięcia jest na tyle ograniczona, że równanie różniczkowe upraszcza się do postaci (w układzie współrzędnych y, a):

$$\rho = \frac{d^2a}{dy^2} . \tag{3.75}$$

Po wykorzystaniu zależności geometrycznych wiążących lokalną krzywiznę z odkształceniami równanie (3.75) można zapisać w postaci:

$$\frac{d^2a}{dy^2} = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_c}{d} , \tag{3.76}$$

gdzie ε_s jest odkształceniem dolnych włókien elementu (tu – odkształceniem stali), ε_c jest odkształceniem górnych włókien elementu (tu – betonu).

Występujące we wzorze odkształcenia ε_s i ε_c mogą być skutkiem szeregu różnych oddziaływań na określoną konstrukcję. W rachubę wchodzą na przykład momenty zginające, siły tnące, różnice temperatur, skurcz itp. Największe znaczenie i najczęściej obliczane jest ugięcie wywołane momentem. Jeżeli założy się, upraszczając, że element pracuje sprężyście i obowiązuje prawo płaskich przekrojów, to wpływ momentu zginającego na krzywiznę można zapisać w postaci:

$$\rho = \frac{d^2a}{dy^2} = -\frac{M}{E \cdot I} . \tag{3.77}$$

Przebieg wartości momentu $M(y)$ jest znany i jeżeli sztywność EI jest stała lub jej zmiany są łatwe do opisania w funkcji położenia y, to dalsze obliczenia są względnie proste. Polegają one na dwukrotnym scałkowaniu równania (3.77) i wyznaczeniu sta-

łych całkowania z warunków brzegowych (podparcia – przemieszczenie pionowe i (lub) kąt obrotu na podporze). Mając zamkniętą postać funkcji $a = a(y)$, można znaleźć jej ekstremum, które będzie szukaną wartością strzałki ugięcia.

Taki sposób postępowania (znany z klasycznej statyki i wytrzymałości materiałów) można zastosować do belek wykonanych na przykład z kształtowników stalowych lub drewnianych. Wynik opisanych obliczeń można zapisać na przykład w postaci:

$$a_{max} = \alpha_k \cdot \frac{M \cdot l_{eff}^2}{EI} . \tag{3.78}$$

We wzorze tym M jest maksymalną wartością momentu w obrębie belki (lub jednego z analizowanych przęseł), a wartość współczynnika α_k, który zależy od przebiegu $M(y)$ i warunków podparcia, można znaleźć (lub samemu wyliczyć!) w wielu książkach dotyczących statyki.

O ile w odniesieniu do konstrukcji stalowych można powiedzieć, że obliczanie ugięć jest więc proste, o tyle w konstrukcjach żelbetowych sprawy ulegają ogromnym komplikacjom. Źródła tych utrudnień są następujące:

a) przekroje żelbetowe są niejednorodne, występuje w nich zarówno stal, jak i beton, które mają różne moduły sprężystości,
b) typowe belki żelbetowe są zarysowane, co powoduje, że wartości momentów bezwładności są zróżnicowane w zależności od analizowanego przekroju (por. podrozdział 3.4 – momenty I_I i I_II),
c) beton, o którym można założyć, że pracuje sprężyście, wykazuje jednak dodatkowe (niesprężyste) odkształcenia związane z pełzaniem. Są one funkcją zarówno czasu działania obciążeń, jak i wartości naprężeń.

Pierwszy z problemów (przekrój złożony) można względnie łatwo rozwiązać, korzystając z koncepcji przekrojów sprowadzonych (por. podrozdział 3.4). kolejne dwa są jednak na tyle złożone, że ścisłe rozwiązanie równania (3.76) nie jest możliwe. Co więcej, na obecnym etapie wiedzy, podanie funkcji określających wartości $\varepsilon_s(y)$ i $\varepsilon_c(y)$ uwzględniających równocześnie efekty zarysowania, jak i pełzania, wydaje się nieosiągalne. Istnieje wiele teorii pełzania betonu i sporo koncepcji opisujących wpływ zarysowania na przebieg odkształceń (a tym samym sztywność), ale próby ich połączenia są raczej mało przekonywające. Hipotetyczna „dobra" ich synteza też nie spełniłaby wymagań inżynierskich. Struktura wzorów byłaby bardzo złożona, a fakt, że oba zjawiska mają charakter wysoce losowy i zależą od parametrów, których wartości mogą być wyznaczane jedynie w sposób przybliżony, powodowałoby połączenie dużego nakładu pracy z nie największą wiarygodnością. Nie o to jednak chodzi!

Praktyczne rozwiązania sprowadzają się do rozłącznego i uproszczonego opisu procesu zarysowania i pełzania. Najczęściej efekt pełzania jest uwzględniony w ten sposób, że zamiast modułu sprężystości E_{cm} w obliczeniach używa się podanego już, efektywnego modułu sprężystości $E_{c,eff}$ (wzór 3.57). Warto przy tym zauważyć, że występujący w nim współczynnik pełzania $\varphi(\infty, t_0)$ charakteryzuje się w rzeczywistości dużą nieokreślonością. Zależy bowiem między innymi od temperatur i wilgotności środowiska, które w okresie eksploatacji ulegają dużym zmianom.

Również uproszczone koncepcje zarysowania bazujące bądź to na modelach dyskretnych (rysy w określonych przekrojach elementu), bądź na rozmytych (zmodyfikowane odkształcenia w obszarze, który uległ zarysowaniu) były i pozostają kłopotliwe w praktycznym użyciu.

3.5.3. Praktyczne obliczanie ugięć według zaleceń normowych

Zgodnie normą obliczenia ugięć przeprowadza się dla takiej kombinacji obciążeń, która będzie miała kluczowe znaczenie dla własności użytkowych konstrukcji. Najczęściej (podobnie jak i przy zarysowaniu) są to obciążenia charakterystyczne prawie stałe (obciążenia stałe i długotrwała część obciążeń zmiennych). Efekty związane z pełzaniem (a są one znaczące) uwzględnia się w sposób przybliżony, stosując omawiany już efektywny moduł sprężystości betonu $E_{c,eff}$. Zakłada się, że sztywność elementu jest stała na całej długości belki (lub przęsła) i wyróżnia się stan niezarysowany i „całkowicie" zarysowany. Ten drugi jest całkowicie sztuczną konstrukcją myślową, odpowiadającą sytuacji, w której cała (!) strefa rozciągana betonu w elemencie byłaby zarysowana (nie byłoby tam betonu). Rzeczywista sztywność belki, w której występują rysy, jest wartością pośrednią i zależy od poziomu wytężenia.

Normowe sprawdzanie stanu granicznego ugięcia można sprowadzić do następującego algorytmu:

1. Ustala się warunki określające wartość współczynnika pełzania $\varphi(\infty, t_0)$, tzn. zakłada wilgotność środowiska, wiek betonu w chwili obciążenia i oblicza zastępczą grubość $h_o = 2A_c/u$, gdzie u jest długością obwodu przekroju, przez którą może następować wysychanie elementu.
2. Oblicza się, w sposób podany przy analizie zarysowania, charakterystyki geometryczne przekroju w fazie I i II.
3. Sprawdza się, czy element można uznać za niezarysowany, tzn. czy $M_{Eqp} \leqslant M_{cr}$. Jeżeli warunek ten jest spełniony, to ugięcie obliczeniowe, które porównuje się z dopuszczalnym, wyznacza się ze wzoru:

$$a_I = \alpha_k \cdot \frac{M_{Eqp} \cdot l_{eff}^2}{E_{c,eff} \cdot I_\mathrm{I}} . \tag{3.79}$$

4. W większości sytuacji jest $M_{Eqp} > M_{cr}$ i należy obliczyć ugięcie a_II (hipotetycznego elementu – całkowicie bez betonu w strefie rozciąganej):

$$a_\mathrm{II} = \alpha_k \cdot \frac{M_{Eqp} \cdot l_{eff}^2}{E_{c,eff} \cdot I_\mathrm{II}} . \tag{3.80}$$

5. Ugięcie zarysowanego elementu, które porównuje się z dopuszczalnym jest średnią ważoną a_I i a_II obliczoną z zależności:

$$a = a_\mathrm{II} \cdot \zeta + a_\mathrm{I} \cdot (1 - \zeta) . \tag{3.81}$$

Nawiązuje ona do wzorów (3.70) i (3.71).

Jeżeli belka została prawidłowo wykonana, to warunek $a \leqslant a_{max}$ jest spełniony. Tak najczęściej się dzieje, gdyż w typowych belkach żelbetowych prawidłowo zaprojektowanych ze względu na zginanie i ścinanie stan graniczny ugięcia nie ma większego znaczenia.

Nieliczne wyjątki mogą dotyczyć sytuacji, gdy rozpiętości belek są znaczne ($l_{eff} >$ 10,0 m), a dodatkowo udział obciążeń prawie stałych jest bardzo duży w odniesieniu do całości (i jeszcze duży $\varphi(t_0, \infty)$). Wtedy może się okazać, że to właśnie warunek ugięcia decyduje o skonstruowaniu elementu. Po wykonaniu obliczeń ugięcia okazuje się, że warunek stanu granicznego nie został spełniony i trzeba przeprojektować element. Można to zrobić na jeden z następujących sposobów:

I. Ponieważ na wartość ugięcia największy wpływ mają momenty bezwładności, to należy zwiększyć wymiary przekroju elementu (szczególnie wysokość). Jest to rozwiązanie skuteczne, ale przyjęcie takiej koncepcji wiąże się z koniecznością ponownego zwymiarowania belki ze względu na ścinanie i zginanie.

II. Jeżeli przekroczenie wartości a_{max} nie jest duże, a wytężenie belki dość znaczne, to dobrym pomysłem może się okazać dołożenie dodatkowego zbrojenia. Powoduje ono wzrost stopnia zbrojenia, a tym samym przyrost wartości sprowadzonych momentów bezwładności. Zwiększenie wartości I_I nie jest duże, ale wpływa na wartość M_{cr}. Tym samym zmniejszona zostaje też wartość ζ występująca we wzorze (3.81). Wpływ dodatkowej stali na moment bezwładności przekroju zarysowanego I_{II} jest już całkiem wyraźny.

W wielu sytuacjach, gdy rozpiętości belek nie odbiegają od typowych, sprawdzanie stanu granicznego polega nie na obliczaniu ugięcia, ale na wykazaniu, że dopuszczalne ugięcie nie będzie przekroczone. W obecnej normie (w poprzednich też) głównym parametrem służącym sprawdzaniu stanu granicznego jest l_{eff}/d. Procedura postępowania polega na obliczeniu wartości $\max(l_{eff}/d)$ i wykazaniu, że $\max(l_{eff}/d) \geqslant (l_{eff}/d)$. Postać wzoru określającego maksymalną wartość stosunku rozpiętości do wysokości elementu zależy od stopnia zbrojenia. Algorytm postępowania może być następujący:

1. Obliczamy porównawczy stopień zbrojenia

$$\rho_o = \sqrt{f_{ck} \cdot 10^{-3}}\,, \qquad f_{ck} \text{ w MPa;}$$

2. Obliczamy (lub odwołujemy się do obliczeń SGN na zginanie) stopień zbrojenia

$$\rho = A_{s,req}/(b_w \cdot d)\,;$$

3. Jeżeli $\rho \leqslant \rho_o$, to $\max(l_{eff}/d)$ obliczamy ze wzoru

$$\max \frac{l_{eff}}{d} = K\left[11 + 1{,}5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_o}{\rho} + 3{,}2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_o}{\rho} - 1\right)^{1{,}5}\right], \tag{3.82a}$$

a gdy $\rho > \rho_o$ z

$$\max \frac{l_{eff}}{d} = K\left[11 + 1{,}5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_o}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot \frac{\rho'}{\rho_o}}\right]. \tag{3.82b}$$

We wzorze (3.91b) symbol ρ' oznacza wymagany stopień zbrojenia w strefie ściskanej najbardziej wytężonego przekroju. Ma to miejsce tylko wtedy, gdy mamy do czynienia z przekrojem obliczeniowo podwójnie zbrojonym. W typowych sytuacjach $\rho' = 0$.

Wartość współczynnika K przyjmuje się w zależności od rodzaju konstrukcji:
- belki swobodnie podparte $K = 1{,}0$,
- skrajne przęsła belek ciągłych $K = 1{,}3$,
- wewnętrzne przęsła belek ciągłych $K = 1{,}5$,
- wspomiki $K = 0{,}4$;

4. Obliczamy wartość naprężeń σ_s w miejscu maksymalnego momentu (wzór 3.62) i obliczamy

$$\max\left(\frac{l_{eff}}{d}\right) \cdot \frac{310}{\sigma_s} \geqslant \frac{l_{eff}}{d}\,. \tag{3.83}$$

Jeżeli warunek ten jest spełniony, to mamy gwarancję, że dopuszczalne ugięcie nie będzie przekroczone. Ponieważ obliczanie σ_s jest pracochłonne, można zamiast ilorazu $310/\sigma_s$ przyjmować wartość

$$\frac{500}{f_{yk}} \cdot \frac{A_{s,prov}}{A_{s,req}}\,.$$

Wzory (3.82) trzeba jeszcze dodatkowo skorygować przy większych rozpiętościach. Gdy $l_{eff} > 7{,}0$ m, należy pomnożyć przez $7/l_{eff}$, a jeżeli $l_{eff} > 8{,}5$ m, to przez $8{,}5/l_{eff}$ (dla pośrednich wartości można zastosować interpolację liniową). Jeżeli ze wzoru (3.82) korzysta się w odniesieniu do przekrojów teowych, takich że $b_{eff} > 3b_w$, to korekta wzorów (3.82) polega na pomnożeniu ich przez 0,8.

Na zakończenie trzeba zauważyć (podobnie jak przy zarysowaniu), że fakt, iż $\max(l_{eff}/d) < l_{eff}/d$, nie musi oznaczać, że ugięcie zostanie przekroczone. Jeżeli różnica nie jest zbyt duża, warto przeprowadzić dokładniejsze obliczenia zamiast wprowadzania korekt w wymiarach belki.

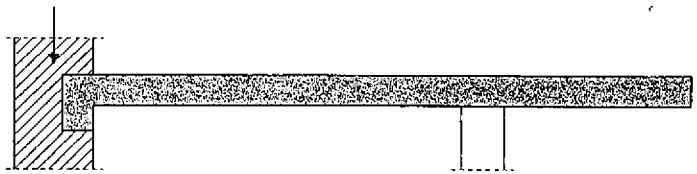
3.6. Konstruowanie belek żelbetowych

3.6.1. Uwagi ogólne

Zasady postępowania dotyczące sprawdzania stanów granicznych nośności i użytkowania podane zostały w poprzednich rozdziałach. Zanim jednak w projektowaniu dojdzie się do tego etapu, należy wykonać szereg czynności poprzedzających. Można je pogrupować w następujący sposób:

a) zagadnienia dotyczące obciążeń i schematów statycznych oraz rodzaju analizy,
b) dobór materiałów, tzn. klasy stali i betonu z uwzględnieniem aspektu trwałości konstrukcji,
c) wstępne określenie wymiarów przekrojów belek.

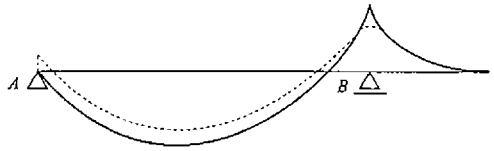
Przed przystąpieniem do wymiarowania trzeba, w odniesieniu do belek, określić ekstremalne wartości momentów i sił tnących wraz z ich położeniem (tzw. przekroje niebezpieczne) oraz przebieg tych sił wzdłuż danego elementu. Zagadnienia te są dziedziną statyki i z jej zasad zwykle się korzysta. Zanim jednak się to zrobi, trzeba pamiętać, że schematy statyczne operują wyidealizowanymi pojęciami rozpiętości i warunków podparcia. Przykładowo typowe podpory są punktowe, pozwalają na swobodny obrót lub



Rys. 3.35. Schematyczny widok belki opartej na murze i podpartej ścianą

całkowicie go eliminują. Rzeczywistość jest bardziej złożona. Na rysunku 3.35 pokazany jest schematyczny widok belki opartej za pośrednictwem wieńca na murze i podpartej ścianą.

Oparcie belki na murze nie spełnia warunków ani pełnego zamocowania, ani podpory swobodnej. Można to określić jako częściowe zamocowanie. Wiarygodne ustalenie stopnia utwierdzenia jest mocno skomplikowane, ponieważ zależy ono od wielu, często trudnych do oszacowania czynników – sztywności muru i belki, wartości obciążeń przekazujących się na mur, rodzaju materiałów itp. Przy projektowaniu konstrukcji żelbetowych stosuje się najczęściej zasadę polegającą na tym, że przyjmuje się relatywnie prosty, ale wiarygodny schemat statyczny, a rzeczywiste warunki pracy konstrukcji uwzględnia się na etapie konstruowania, korzystając z tak zwanych zaleceń projektowych. Są to zasady i reguły wynikające z wieloletnich doświadczeń projektowych i wykonawczych. W tym konkretnym przypadku typowe postępowanie polegałoby na przyjęciu schematu statycznego jak na rysunku 3.36, a „dopasowanie" do rzeczywistych warunków polegałoby na „dodaniu" zbrojenia u góry w okolicach podpory „A" i pewnej redukcji w okolicach podpory „B".



Rys. 3.36. Uproszczony schemat statyczny i wykres momentów dla belki z rys. 3.35

Podana tu reguła postępowania jest właściwa dla elementów wydzielonych i prostych konstrukcji. Bardziej złożone konstrukcje trzeba analizować, korzystając z zaawansowanych programów komputerowych bazujących na metodzie elementów skończonych.

Powracając do prostych zagadnień – np. belek, można przyjąć następujące zasady ustalania schematów statycznych w celu zaprojektowania elementu:

1. Zakłada się prosty schemat statyczny, najczęściej przyjmując swobodne podparcia.
2. W celu określenia rozpiętości obliczeniowych l_{eff} ustala się rzeczywistą rozpiętość przęseł w świetle podpór l_n, a szerokość podparcia ustala się ze wzoru (dla i-tej podpory)

$$a_i = \min(0{,}5t, 0{,}5h) \ , \tag{3.84}$$

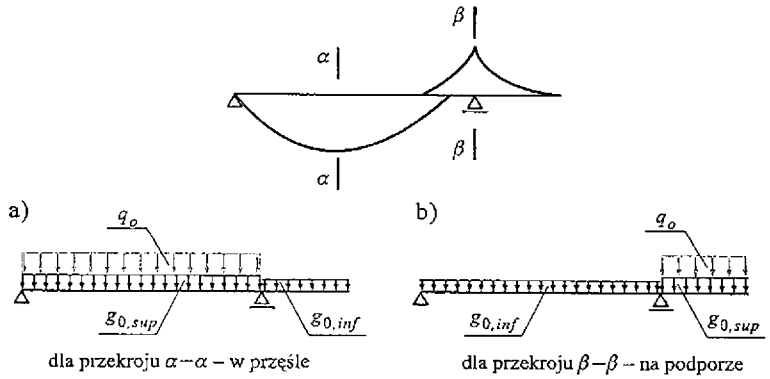
w którym t – rzeczywista szerokość podpory, h – wysokość belki.

3. Rozpiętość obliczeniową belki lub pojedynczego przęsła, będącą podstawą do dalszych działań oblicza się ze wzoru (3.85):

$$l_{eff} = a_1 + l_n + a_2 \ . \tag{3.85}$$

Po przyjęciu schematu statycznego można przystąpić do analizy obciążeń i szacowania ekstremalnych wartości sił wewnętrznych. Na tym etapie projektowania belki przeważnie nie znamy jeszcze jej wymiarów (chyba że są narzucone np. względami architektonicznymi, technologicznymi lub żądaniem inwestora), a tym samym obciążeń z nią związanych. Nie stanowi to jednak poważniejszej przeszkody, gdyż bardzo rzadko zdarza się, by przekraczały one 10–15% całości obciążeń.

Na etapie wstępnego przyjmowania wymiarów nie trzeba dokładnie (i nie jest to możliwe) obliczać sił wewnętrznych. W zupełności wystarczy dobre i szybkie ich oszacowanie w miejscach tak zwanych niebezpiecznych przekrojów. Nazwą tą określa się miejsca, w których pojawiają się ekstremalne momenty zginające. Ich wyznaczenie jest analogiczne do sporządzania obwiedni momentów. Pod uwagę bierze się obciążenia stałe (z odpowiednimi współczynnikami obciążenia) oraz obciążenia zmienne. Na rysunku 3.37 pokazano schematy obciążeń, które są potrzebne do wyznaczania ekstremalnych momentów w belce pokazanej na rysunku 3.35.



Rys. 3.37. Schematy obciążeń do wyznaczania M_{ext}

Na podstawie typowego wykresu przebiegu momentów (lub ich obwiedni) wiadomo, że w tym przypadku ekstremalne momenty mogą wystąpić w przęśle (przed połową rozpiętości) – rozciąganie dolnych włókien oraz na podporze – rozciąganie górnych włókien. Aby wyznaczyć pierwsze z tych ekstremów przyjmujemy do obliczeń schemat obciążeń „a" – w przęśle obciążenie stałe obliczeniowe $g_{0,sup}$ i obliczeniowe obciążenie zmienne q_o, a na wsporniku minimalne obliczeniowe obciążenie stałe. Drugie ekstremum wyznaczy się przy założeniu, że maksymalne możliwe obciążenie wystąpi na wspornikowej części belki.

Po oszacowaniu ekstremalnych wartości momentów (i ewentualnie – sił tnących) można przystępować do wstępnego ustalenia wymiarów przekroju belki. Trzeba jesz-

cze tylko dokonać wyboru materiałów przeznaczonych do wykonania konstrukcji – stali zbrojeniowej i betonu.

Na etapie wyboru klasy betonu jednym z głównych aspektów, który musi być brany pod uwagę jest klasa ekspozycji. Zaleca się, aby ze względu na trwałość konstrukcji klasa betonu nie była niższa niż podana w tabeli 3.7 (dla klasy konstrukcji S4).

Tabela 3.7. Zalecane minimalne klasy betonu wymagane ze względu na trwałość

zagrożenie korozją	XC1	XC2	XC3 XC4	XD1 XD2	XD3	XS1	XS2 XS3
	C20/25	C25/30	C30/37	C30/37	C35/45	C30/37	C35/45

uszkodzenia betonu	X0	XF1	XF2	XF3	XA1 XA2	XA3
	C12/15	C30/37	C25/30	C30/37	C30/37	C35/45

Podane w tabeli 3.7 wartości klas betonu można uznać nie tylko za minimalne, ale również jako całkowicie wystarczające.

Warto też zwrócić uwagę, że klasa ekspozycji środowiska, w którym będzie wznoszona i później funkcjonowała konstrukcja, determinuje również (bardzo ważne z punktu widzenia projektowego) dwa inne parametry – minimalną grubość nominalnej otuliny $c_{min,dur}$ oraz dopuszczalną szerokość rysy w_{max}. Te zależności są podane w tabeli 3.8 (dla klasy konstrukcji S4). Podejmując ostateczną decyzję o wyborze klasy betonu trzeba brać również pod uwagę wartość obciążeń, które będą działać na konstrukcję. Oczywiście, im będą one większe, tym klasa betonu powinna być wyższa.

Tabela 3.8. Minimalne wartości $c_{min,dur}$ oraz w_{max} ze względu na trwałość zbrojenia

klasa ekspozycji	X0	XC1	XC2 XC3	XC4	XD1 XS1	XD2 XS2	XD3 XS3
$c_{min,dur}$	10	15	25	30	35	40	45
w_{max}	0,4	0,4	0,3				

Wybór gatunku stali jest zdecydowanie prostszy. W rachubę wchodzą trzy klasy stali żebrowanej podzielone ze względu na ich ciągliwość – A, B, C. W praktyce wybór ograniczony jest do stali 34GS (klasa B) o wytrzymałości obliczeniowej f_{yd} = 350 MPa i stali grupy C – typu St500 o wytrzymałości f_{yd} = 420 MPa. Dominująca na rynku jest ta druga grupa. Przy wyborze gatunku stali należy zwrócić uwagę na dodatkowe elementy – spawalność, dostępne średnice prętów i aktualne ceny.

3.6.2. Ustalanie wymiarów przekroju poprzecznego

Czasami wymiary przekroju poprzecznego (lub część z nich) są konstruktorowi narzucone. Mogą o nich decydować względy architektoniczne, technologiczne lub inne wynikające z oczekiwań inwestora. Zdecydowanie częściej są one jednak ustalane przez projektanta.

Wstępne ustalenie wymiarów przekroju (dopuszczające jednak niewielkie korekty) jest ważne z następujących powodów:

1. Wymiary przekroju determinują ciężar własny konstrukcji będący częścią obciążenia stałego (wcześniej jedynie szacowanego).
2. W ustrojach statycznie niewyznaczalnych (praktycznie obliczonych za pomocą programów komputerowych) wartości sił wewnętrznych są funkcją sztywności. Jeżeli wynik obliczeń numerycznych dla złożonych konstrukcji ma być wiarygodny, to wstępnie przyjęte wymiary przekrojów (a tym samym sztywność) muszą też być sensowne.
3. Prawidłowe, a przy tym prosto ustalone wymiary przekroju ułatwiają i przyspieszają szczegółowe wymiarowanie konstrukcji. Ewentualna konieczność zmian wymiarów przekroju na którymś z kolejnych etapów obliczeń powoduje, że trzeba powrócić do etapu ustalania obciążeń i ponownie przeliczyć sprawdzone już stany graniczne.

Ustalenie wstępnych wymiarów przekroju opiera się na uproszczonych regułach dotyczących analizy opisanych już stanów granicznych nośności i użytkowania. Oznacza to, że hipotetycznie o wymiarach przekroju poprzecznego belki może decydować:

a) zginanie,
b) ścinanie,
c) ugięcie,
d) zarysowanie.

Ich wpływ na kształtowanie przekroju nie jest jednakowy. Najczęściej o wymiarach decyduje stan graniczny związany ze zginaniem.

Zginanie

– przekrój prostokątny

W odniesieniu do tego przekroju podstawowe znaczenie ma jedynie maksymalny moment zginający (niezależnie od jego znaku). Wstępne przyjęcie wymiarów sprowadza się do ustalenia wartości szerokości przekroju – b oraz wysokości użytecznej – d i na tej podstawie, po uwzględnieniu wymagań związanych z trwałością (otulenie c), określenia wysokości h. Jest wiele sposobów określenia tych wymiarów. Poniżej podano przykładowo jeden z nich. Punktem wyjścia jest przyjęcie określonej klasy betonu (spełniającej wymagania trwałości konstrukcji) oraz rodzaju stali. Kolejny krok polega na założeniu stopnia zbrojenia przekroju – ρ. Przy wyborze ρ można posiłkować się danymi zawartymi w tabeli 3.2. Należy przy tym brać pod uwagę wartości odpowiadające przedziałowi od ρ_{min} (ε_s = 10‰) i ρ_{max}. Im większa jest wartość momentu, tym większe powinno być ρ. W dalszej kolejności oblicza się:

$$\xi_{eff} = \frac{\rho \cdot f_{yd}}{f_{cd}} \qquad \text{i} \qquad A = \xi_{eff} \cdot (1 - 0{,}5\xi_{eff}) .$$

Ponieważ z równania równowagi momentów wynika, że $A = M_{Ed}/(f_{cd}bd^2)$, to otrzymuje się w ten sposób zależność pomiędzy momentem a iloczynem bd^2. Aby oszacować wartości b i d, należy założyć wstępnie proporcję pomiędzy nimi. Stosunek d/b przeważnie mieści się w przedziale od 3 do 1,5, a tradycyjnie zakłada się, że jest równy około 2. Decydując się na wybór d/b, należy wziąć pod uwagę dwa ważne aspekty wyboru:

- Im większy jest stopień zbrojenia, tym większa musi być szerokość belki. Chodzi o to, aby zbrojenie można było ułożyć w jednym rzędzie.

– Przy przyjmowaniu wstępnej wartości szerokości należy pamiętać, że pręty zbrojeniowe obejmują jedynie część tej szerokości, pomniejszoną o wartość otulenia (z obu stron).

Po obliczeniu wartości b i d należy krytycznie ocenić otrzymane wyniki. Aby otrzymać wartość h (wysokość belki), trzeba przeprowadzić oszacowanie $h \approx b + c_{dur} + \Delta c + \phi + 0{,}5\phi_b$. Ostatecznie obliczone wartości b i h zaokrągla się, biorąc pod uwagę wymiary standardowych deskowań dostępnych na rynku.

Uwagi:

* Ponieważ przy obliczaniu wartości b i h korzystamy z wartości momentu M_{Ed} nie uwzględniającego ciężaru własnego belki, to przeważnie wymiary b i h zaokrąglamy w górę.

** Opisany sposób postępowania można stosować również w odniesieniu do belek teowych, w których maksymalny moment zginający powoduje ściskanie w środniku.

– przekrój teowy

W przypadku przekroju teowego konieczne jest określenie szerokości środnika – b_w, szerokości półki – b_{eff}, wysokości półki – h_f i wysokości całego przekroju h. Do asortymentu deskowań należy dostosować następujące wymiary: b_w, $h - h_f$ oraz $(b_{eff}-b_w) / 2$. Duża liczba niewiadomych komplikuje nieco procedury postępowania. Poniżej zaproponowano heurystyczne rozwiązania dla różnych przypadków.

a) maksymalny moment wywołuje ściskanie tylko środnika

Z punktu widzenia wymiarowania jest to przekrój prostokątny. Decydujące znaczenie ma h i b_w. Postępujemy identycznie jak w odniesieniu do „zwykłego" przekroju prostokątnego. Szerokość półki b_{eff} przyjmujemy minimalną z możliwych (lub ze względów technologicznych), tzn. $b_{eff} = b_w + 2 \cdot 50$ mm. Wysokość półki h_f również nie ma znaczenia konstrukcyjnego. Musi być ona taka, aby zapewnione było właściwe otulenie zbrojenia ($h_f > 2(c_{min} + \Delta c) + \phi_{st} + \phi_b$). Praktycznie oznacza to około 100 mm (grubość półki określa się z zaokrągleniem do pełnych centymetrów).

b) belka jest ciągła (lub ma długie wsporniki), maksymalny moment powoduje ściskanie półki, ale są też niebezpieczne przekroje, gdzie ściskany jest tylko środnik.

W takiej sytuacji łatwiej jest rozpocząć analizę od przekroju prostokątnego (b_w, h), pomimo że jest to przekrój, w którym moment jest mniejszy. Po ustaleniu, w znany już sposób, wartości b_w i h, wartość b_{eff} można obliczyć, korzystając z założenia, że wartość momentu przenoszonego przez dany przekrój jest proporcjonalna do szerokości. Prowadzi to do zależności:

$$b_{eff} \approx b_w \cdot \frac{M_{Ed,max}}{M_{Ed}} .$$

We wzorze tym $M_{Ed,max}$ jest maksymalnym momentem w obszarze belki, gdzie ściskana jest półka, a M_{Ed} ekstremalnym momentem przeciwnego znaku. Otrzymany wynik można zaokrąglać w dół.

Uwaga:

Przy bardzo dużej dysproporcji momentów $M_{Ed,max}$ i M_{Ed} otrzymana wartość b_{eff} może być zbyt duża, tzn. przekraczać wartość h. wtedy warto skorzystać z zasad podanych dla przekroju dwuteowego.

– belka o przekroju dwuteowym

W tym przypadku problem polega na tym, że stopień zbrojenia ρ odnoszony jest do szerokości b_w, a o nośności na zginanie decyduje b_{eff}. W takiej sytuacji szerokość środnika b_w można przyjąć w ten sposób, aby spełniony był warunek $V_{Ed,max} < V_{Rd,max}$ i dodatkowo możliwe było umieszczenie w jego obrysie co najmniej dwóch prętów zbrojeniowych (praktycznie $b_{w,min} = 150$ mm). W dalszej kolejności w celu obliczenia b_{eff} i h można skorzystać z założenia, że $h/b_{eff} \in (1{,}5; 1)$, a do obliczenia ξ_{eff} i A wykorzysta się $\rho' = \rho/(3–4)$. Wyniki obliczeń będzie można uznać za zadowalające, jeżeli proporcja pomiędzy b_{eff} i b_w będzie zbliżona do założonej ρ/ρ'. W przeciwnym przypadku procedurę należy ponowić, korygując odpowiednio zakładany stosunek ρ/ρ'.

Szerokość drugiej z półek można oszacować, korzystając z zasady, że szerokości półek powinny być proporcjonalne do wartości występujących momentów (belki ciągłe). Jeżeli druga półka zawsze znajduje się w strefie rozciąganej, to jej szerokość wynika z warunku odpowiedniego rozmieszczenia prętów.

Przedstawione w tym punkcie sposoby wstępnego ustalania wymiarów przekroju ze względu na zginanie nie pretendują do wyłączności. Otrzymane wyniki należy krytycznie ocenić i ewentualnie skorygować. Możliwe są również inne procedury postępowania służące szybkiemu i w miarę sensownemu przyjęciu wymiarów przekroju.

Ścinanie

Stan graniczny nośności na ścinanie praktycznie nie ma wpływu na wstępne przyjmowanie wymiarów przekrojów prostokątnych i teowych. Jedynie gdy projektujemy przekrój dwuteowy, warto sprawdzić szerokość środnika, który może być relatywnie cienki.

Wymiar b_w sprawdza się z warunku $V_{Ed,max} < V_{Rd,max}$, przy czym korzysta się z następującego oszacowania (por. wzór 3.41):

$$V_{Ed,max} < V_{Rd,max} \leqslant 0{,}5 f_{cd} \cdot b_w \cdot 0{,}9d \cdot 0{,}4 = 0{,}18 f_{cd} \cdot b_w \cdot d .$$

Stany graniczne użytkowania

Przy projektowaniu elementów, w których $w_{max} = 0{,}3$ mm lub 0,4 mm, nie ma potrzeby uwzględniania zarysowania na ogólne wymiary przekroju betonowego. Problem pojawia się, gdy wymagania trwałości lub szczelności ograniczają maksymalną szerokość rozwarcia rysy do 0,2 lub nawet 0,1 mm. Nie leży to jednak w zakresie rozważań tej książki.

Warunek ograniczający dopuszczalne ugięcie może mieć wpływ na wymaganą wysokość belki, gdy jej rozpiętość jest znaczna (praktycznie powyżej 8,0 m). Na etapie wstępnego przyjmowania wymiarów przekroju sprawdzenie wysokości przekroju można sprowadzić do spełnienia warunku $l_{eff}/d \leqslant \max(l_{eff}/d)$. Wartości $\max(l_{eff}/d)$ podane są w tabeli 3.9. Jeżeli stopień zbrojenia przyjęty ze względu na zginanie znajduje się w przedziale (1,5%, 0,5%), to można stosować interpolację liniową (por. też tabela nr 9 – załącznik).

Trzeba też zaznaczyć, że niewielkie przekroczenie wartości podanych w tabeli jest dopuszczalne, szczególnie gdy udział obciążeń długotrwałych w całości obciążeń nie przekracza 60%.

Tabela 3.9. Maksymalne wartości l_{eff}/d

	silne zbrojenie $\rho = 1{,}5\%$	słabe zbrojenie $\rho = 0{,}5\%$
belki swobodnie podparte	14	20
skrajne przęsła belek ciągłych	18	26
wewnętrzne przęsła belek	20	30
wsporniki	6	8

3.6.3. Konstruowanie belek ze względu na zginanie

Proces konstruowania konstrukcji żelbetowej ma za zadanie zrealizowanie następujących celów:

a) takie ukształtowanie zbrojenia, aby to rozwiązanie było ekonomicznie uzasadnione, proste do wykonania i technologiczne,
b) zapewnienie, że układ zbrojenia będzie maksymalnie zbliżony do tego, który wynika z rzeczywistych warunków pracy konstrukcji,
c) spełnione zostaną wymagania dotyczące trwałości konstrukcji.

Wymagania podane w punktach b) i c) należy traktować jako obligatoryjne, natomiast realizacja pierwszego celu może się wiązać z wyborem jednej z kilku opcji. Jedne mogą być bardziej oszczędne w odniesieniu do zużycia materiału, a inne – prostsze i szybsze w realizacji. W takich sytuacjach wybór zależy od oczekiwań inwestora i przekonań projektanta.

Najbardziej elementarne zasady konstruowania zbrojenia dotyczą doboru i rozmieszczenia zbrojenia w niebezpiecznych przekrojach (tych, które były wymiarowane) oraz rozkładu zbrojenia wzdłuż belki (w pozostałych miejscach).

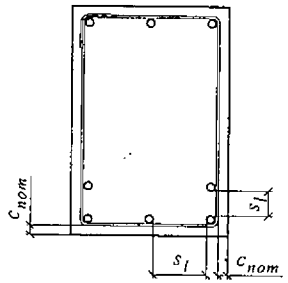
* rozmieszczanie prętów w przekroju belki

Po obliczeniu pola powierzchni zbrojenia – A_{req} należy określić liczbę i średnicę prętów, których powierzchnia – A_{prov} spełniać będzie warunek $A_{prov} \geqslant A_{req}$. Przy wyborze średnicy zbrojenia należy sprawdzić, które z nich są w ofercie handlowej. Najczęściej zawiera ona następujące średnice 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25 i 32 mm. Podejmując decyzję o zbrojeniu, warto brać pod uwagę następujące wskazówki:

- Wygodne jest, jeżeli do zbrojenia używa się prętów o takiej samej średnicy we wszystkich przekrojach belki. Jest to rozwiązanie godne polecenia, ale przy dużych dysproporcjach wartości momentów w przekrojach niebezpiecznych raczej nierealne.
- Zastosowanie dwóch różnych średnic jest oczywiście dopuszczalne. Może to być dobre rozwiązanie w sytuacji, gdy np. momenty ujemne są znacznie większe niż w przęśle. Wtedy część z dużej liczby prętów o mniejszej średnicy (które musiałyby być użyte) można zastąpić grubszymi prętami, zmniejszając istotnie liczbę prętów.
- Stosując mniejsze średnice prętów (większa liczba), możemy lepiej „dopasować" się do wartości A_{req}. Są one korzystniejsze ze względu na stan graniczny zarysowania (o ile jest istotny dla konstrukcji). Z drugiej jednak strony nakład robocizny ulega zwiększeniu i mogą one (ze względu na dużą liczbę) utrudniać układanie i zagęszczanie mieszanki betonowej.

- Liczba prętów w przęsłach powinna umożliwić odgięcie co najmniej jednego z nich. Pręty odgięte (byle nie było ich zbyt dużo) zwiększają nieco pracochłonność, ale bardzo korzystnie wpływają na sztywność całego szkieletu zbrojeniowego i mogą poprawić ekonomikę zużycia stali.

Po przyjęciu średnicy zbrojenia (lub dwóch różnych) rozmieszczamy je w analizowanym przekroju. Należy to przeprowadzić zgodnie z zasadami pokazanymi na rysunku 3.38.



Rys. 3.38. Zasady rozmieszczania prętów w przekroju belki

Podstawowym wymaganiem jest zapewnienie zbrojeniu odpowiedniego otulenia betonem c_{nom}. Wartość c_{nom} jest sumą otulenia minimalnego – c_{min} i odchyłki Δc_{dev}. Służy ona do obliczania wysokości użytecznej przekroju d i jest podawana na rysunku jako otulenie (tzn. odległość powierzchni betonu od najbliższej stali – np. strzemienia). Wartość minimalnego otulenia betonem wynika z wymagań dotyczących przyczepności oraz trwałości (ochrona przed korozją). Minimalne wartości $c_{min,dur}$ (trwałość) podane są w tabeli 3.8. Ze względu na przyczepność $c_{min,b}$ jest równe średnicy pręta.

Otulenie minimalne należy zwiększyć o odchyłkę Δc_{dev} uwzględniającą dokładność wykonania. W warunkach zapewniających kontrolę jakości wykonania $\Delta c_{dev} \in \langle 5, 10\ \text{mm}\rangle$. Dolną granicę można przyjmować dla elementów prefabrykowanych, a górną dla wykonywanych na porządnych budowach.

Oprócz otulenia ważnym elementem aranżacji prętów w przekroju jest takie ich wzajemne położenie, które umożliwia właściwe ułożenie i zagęszczenie betonu. Minimalna odległość prętów w świetle s_l musi spełniać warunek:

$$s_l \geqslant s_{l,min} = \max\left\{\phi, 20\ \text{mm}, d_g + 5\right\},$$

gdzie d_g – średnica kruszywa.

Są to wymagania minimalne. Warto tak układać pręty (szczególnie u góry z kierunku betonowania), aby odstępy były większe i zapewniały możliwość dobrego zawibrowania elementu.

** rozmieszczanie prętów wzdłuż osi belki

Zagadnienie to jest ściśle skorelowane z omawianym już rozkładem zbrojenia w niebezpiecznych przekrojach. Istota problemu sprowadza się do spełnienia następujących wymagań i zaleceń:

1. Przebieg prętów wzdłuż belki musi gwarantować, że w każdym przekroju spełnione są wymagania dotyczące stanu granicznego nośności na zginanie.
2. Podstawą do określenia miejsc, gdzie określona liczba prętów zbrojeniowych jest niezbędna, jest porównanie przebiegu obwiedni momentów i nośności przekrojów na zginanie w funkcji zastosowanego zbrojenia. Na tym etapie projektowania znane są już średnice użytych prętów (strzemiona, pręty podłużne) i ich ułożenie (w jednym lub dwóch rzędach). Pozwala to podać dokładną wartość wysokości użytecznej d i to ją należy stosować przy określaniu nośności.
3. Wszystkie pręty zbrojeniowe musza być ułożone w ten sposób, aby sięgały poza przekrój, gdzie są niezbędne obliczeniowo co najmniej na długość wynikającą z zaleceń związanych ze ścinaniem i zakotwieniem.
4. Długość pręta nie może przekraczać jego handlowego ograniczenia, które zwykle wynosi 12,0 m (bywa też 9,0 m). (Nie dotyczy to prętów dostarczanych w kręgach o $\phi \leqslant 12$ mm).

Ułożenie prętów musi być poprawne, ale w tym pojęciu zawarte są rozwiązania zarówno bardzo pomysłowe, jak i bardzo słabe. Umiejętność odpowiedniego (poprawnego, czytelnego i praktycznego) zazbrojenia belki wzrasta wraz z praktycznymi doświadczeniami. W dalszej części podane są pewne praktyczne rady i wskazówki dotyczące konstrukcji belek ciągłych monolitycznych.

– zbrojenie dolne

  Ze względów bezpieczeństwa dolne pręty zbrojeniowe mogą albo obejmować swym zasięgiem całe przęsło (i na końcach być zakotwione), albo będąc zakotwione na jednej z podpór przebiegać przez część przęsła, a następnie zostać odgięte do góry i tam kontynuować swój przebieg. Ewentualne odginanie pręta powinno wynikać z tego, że w dolnej części belki nie jest już potrzebne, natomiast będzie wykorzystane do przenoszenia momentów ujemnych w górnej części belki. Odgięcie poprawia dodatkowo sztywność szkieletu zbrojeniowego. Norma wymaga, aby do podpór dochodziło co najmniej 25% zbrojenia. W monolitycznych konstrukcjach warunek ten jest praktycznie zawsze spełniony.

– zbrojenie górne

  Pręty tego zbrojenia nie muszą obejmować całego przęsła belki. Zwykle składają się z prętów, które po odgięciu z dołu pojawiły się u góry oraz dodatkowych prętów znajdujących się wyłącznie w górnej części belki. Możliwe jest również używanie prętów, które występują wyłącznie w pewnym fragmencie górnej części belki (najczęściej tylko blisko podpory).

W belkach ciągłych opartych na ścianach lub słupach należy uwzględniać częściowe zamocowanie w wielkości co najmniej $0{,}15M_{max}$. Oznacza to, że do skrajnych podpór muszą dochodzić i tam być zakotwione jakieś pręty. Ponieważ ze względu na ścinanie są tam potrzebne co najmniej dwa pręty, to warunek ten jest przeważnie automatycznie spełniony.

*** kotwienie prętów

W uproszczeniu można stwierdzić, że zakotwienie prętów polega na przedłużeniu ich poza przekrój, gdzie są niezbędne obliczeniowo. W ogólności to przedłużenie składa się z dwóch elementów. Pierwszy związany jest z uwzględnieniem wpływu sił tnących

na przyrost naprężeń w zbrojeniu głównym. Można to uwzględnić w prosty sposób, przedłużając pręt o wartość wysokości użytecznej przekroju – d. Inny, ale identyczny w skutkach pomysł polega na „rozsunięciu" obwiedni momentów o tą wartość d.

Drugi składnik tej dodatkowej długości pręta (przy jego końcu) określany jest jako obliczeniowa długość zakotwienia. Na tym odcinku siły z rozciąganego zbrojenia stopniowo przekazują się na beton dzięki działaniu sił przyczepności. Formalnie niezbędną obliczeniową długość zakotwienia oblicza się ze wzoru:

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,req} \,. \tag{3.86}$$

We wzorze tym przyjęte są następujące oznaczenia:
$l_{b,req}$ – podstawowa (wymagana) długość zakotwienia,
α_1 – współczynnik uwzględniający efekt kształtu pręta,
α_2 – współczynnik uwzględniający wpływ otulenia,
α_3 – współczynnik uwzględniający wpływ zbrojenia poprzecznego,
α_4 – jak wyżej, ale dla zbrojenia trwale połączonego (zespawane, zgrzane),
α_5 – wpływ naprężeń ściskających.

Z praktycznego punktu widzenia znaczenie przy projektowaniu mają głównie czynniki $l_{b,req}$, α_2 i α_3. Podstawową długość zakotwienia oblicza się ze wzoru:

$$l_{b,req} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{ba}} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \cdot \frac{A_{req}}{A_{prov}} \,. \tag{3.87}$$

Występujące tu f_{bd} oznacza graniczną wartość naprężeń przyczepności. Zależy ona od wytrzymałości betonu na rozciąganie oraz warunków przyczepności pręta. Przyjmuje się, że „dobre" warunki odnoszą się do wszystkich płyt o $h \leqslant 250$ mm, dolnych fragmentów belek i prętów, które są odgięte na swej długości. W takich przypadkach naprężenia przyczepności oblicza się z zależności:

$$f_{bd} = 2{,}25 \cdot f_{ctd} \,. \tag{3.88}$$

W tabeli 3.10 podane są wymagane długości zakotwienia w wielokrotności średnicy pręta ϕ przy założeniu dobrych warunków przyczepności i maksymalnego wykorzystania stali, tzn. $\sigma_{sd} = f_{yd}$.

Tabela 3.10. Względne długości zakotwienia $\frac{l_{b,req}}{\phi}$ dla $\sigma_s = f_{yd}$

	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
A-III	41	35	30	27	24	22
A-III N	48	42	36	33	29	26

Jeżeli warunki przyczepności nie są dobre (pręty proste kotwione u góry), to długość zakotwienia trzeba zwiększyć mnożąc wartości z tabeli przez 1,4. Tak obliczone długości zakotwienia są duże i zawsze warto uwzględniać fakt, że $A_{prov} > A_{req}$. Kotwienie pręta przebiega na tym fragmencie belki, gdzie nie jest on już potrzebny obliczeniowo, ale

znajduje się fizycznie. Można więc bezpiecznie przyjmować, że A_{prov} jest zawsze większe od A_{req} co najmniej o pole powierzchni tego pręta.

Zdecydowanie mniejsze znaczenie przy redukcji długości zakotwienia mają współczynniki α_i. Gdy klasa ekspozycji wymaga dużego otulenia c_{nom}, warto jednak obliczać α_2 ze wzoru:

$$\alpha_2 = 1 - 0{,}15 \cdot \frac{c_{nom} - \phi}{\phi} \geqslant 0{,}7 . \tag{3.89}$$

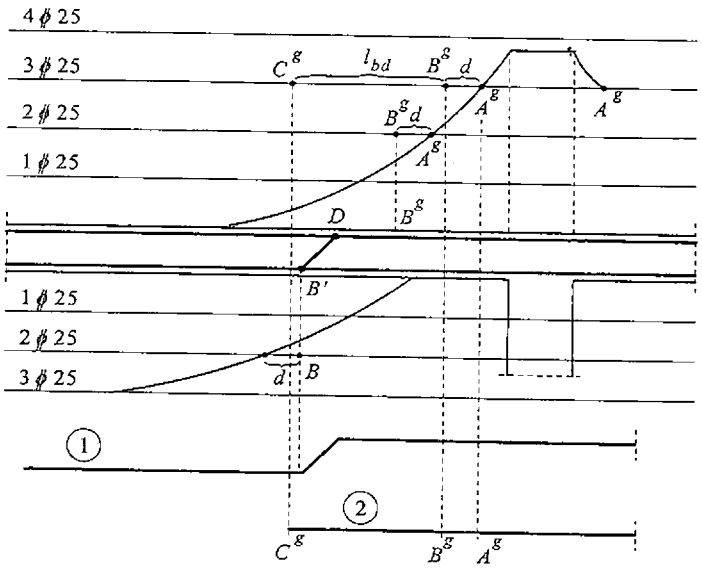
Pewne efekty osiągnie się również uwzględniając korzystny wpływ strzemion.

$$\alpha_3 = 1 - 0{,}1 \cdot \lambda \geqslant 0{,}7 , \tag{3.90}$$

gdzie $\lambda = \dfrac{\sum A_{st} - 0{,}25A_s}{A_s}$.

Symbol $\sum A_{st}$ oznacza pole powierzchni wszystkich strzemion (jednej gałązki) znajdujących się na długości zakotwienia, a A_s pole powierzchni pojedynczego kotwionego pręta. Do obliczania $\sum A_{st}$ można przyjmować, że długość zakotwienia wynosi około $0{,}7l_{b,req}$.

Opisane zasady kotwienia prętów w praktyce odnoszą się jedynie do prętów, które kończą się u góry belki w pewnej odległości od podpory pośredniej oraz do prętów górnych przy skrajnych podporach. Na rysunku 3.39 pokazano praktyczną realizację zaleceń podanych w tym rozdziale. Rysunek ten ilustruje sytuację, w której na podstawie obliczeń wyznaczono, że w przęśle niezbędne jest zbrojenie w postaci $3\phi25$, a w licu podpory $4\phi25$. Nośności przekrojów w zależności od ilości zbrojenia zaznaczono na



Rys. 3.39. Zasady odginania i kotwienia prętów

rysunku liniami poziomymi, stosując taką samą skalę jak przy sporządzaniu wykresu obwiedni momentów (linia pogrubiona). Koncepcja zbrojenia jest następująca: dwa pręty zbrojeniowe na dole i na górze belki przechodzą przez całe przęsło. Trzeci z dolnych prętów (oznaczony jako 1) jest odgięty do góry i tam pracuje na rozciąganie. Dodatkowo u góry jako trzeci został zastosowany pręt 2. Przebieg pręta 1 jest następujący – jest on niezbędny obliczeniowo do przekroju oznaczonego literą A, ale trzeba go przedłużyć o długość d do punktu B i tam dopiero można go odgiąć pod kątem $\alpha = 45°$. Pojawia się on na górze w punkcie D. Ponieważ traktujemy go jako trzeci pręt górny, to jest on niezbędny obliczeniowo już w punkcie A^g zaznaczonej na linii odpowiadającej nośności $2\phi25$. Ze względu na wpływ ścinania musi on znaleźć się na górze „wcześniej" – w punkcie B^g odległym od A^g o d. Wymaganie to jest spełnione (D poprzedza B^g). Pręt nr 2 jest niezbędny w przekrojach, gdzie moment zginający jest większy niż nośność określona dla zbrojenia trzema prętami (odcinek A^g–A^g). Musi on być przedłużony w obie strony o wartość $d + l_{bd}$, tzn. do punktu B^g (d) i dalej do C^g (C^gB^g – długość zakotwienia l_{bd}).

W odniesieniu do dolnych prętów kotwienie sprowadza się do określenia, jak daleko mają one sięgać poza lico podpory. W wypadku podpór skrajnych na długość zakotwienia wpływa wartość siły tnącej:

$$l_{bd} = \frac{1{,}1 \cdot V_{Ed} \cdot \phi}{4 \cdot f_{bd} \cdot A_s} . \tag{3.91}$$

We wzorze tym V_{Ed} jest wartością siły tnącej w licu przekroju, a A_s polem powierzchni zbrojenia kotwionego przy tej podporze.

Na podporach pośrednich dolne pręty przęsłowe są już ściskane i długość zakotwienia można przyjmować równą $l_{bd} = 10\phi$.

**** Łączenie prętów na zakład

Z sytuacją taką ma się głównie do czynienia, gdy z koncepcji zbrojenia wynika, że długość pręta przekracza 12,0 m (długość handlowa). Najczęściej dotyczy to górnych prętów belek ciągłych o znacznych rozpiętościach. Czasami można też w ten sposób postępować w odniesieniu do zbrojenia dolnego. Najczęściej, w obu przypadkach, dotyczy to prętów skrajnych, do których mocuje się strzemiona.

Analizując problem zakładów, należy brać pod uwagę miejsce jego wykonania, długość zakładu oraz zbrojenie poprzeczne (strzemiona) w obszarze połączenia.

- miejsce zakładu

  Jeżeli to tylko możliwe, to zakłady należy wykonywać tam, gdzie zbrojenie nie jest potrzebne obliczeniowo lub jest słabo wykorzystane (np. górne pręty w przęśle, dolne w okolicach podpory).
- długość zakładu

  Można ją obliczać analogicznie jak długość zakotwienia, tzn.

$$l_o = l_{bd} \cdot \alpha_6 \geqslant l_{o,min} , \tag{3.92}$$

gdzie $\alpha_6 = \sqrt{\rho/25}$, ρ – udział procentowy łączonego zbrojenia w całkowitej powierzchni zbrojenia danego przekroju.

$$l_{o,min} = \max\left\{0{,}3\alpha_6 \cdot l_{b,req}, 15\phi, 200 \text{ mm}\right\} . \tag{3.93}$$

Jeżeli uwzględnia się przy obliczaniu l_{bd} współczynnik α_3, to można przyjmować $\lambda = \frac{\sum A_{st}}{A_s} - 0{,}5$.

– zbrojenie poprzeczne

Jeżeli łączy się pręty o średnicy mniejszej niż $\phi 20$, to nie ma potrzeby stosowania dodatkowego zbrojenia poprzecznego. To samo dotyczy również prętów o większych średnicach, jeżeli udział prętów łączonych w całości zbrojenia w tym przekroju nie przekracza 25%.

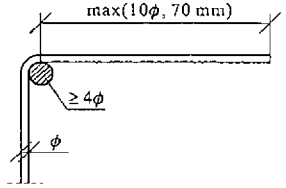
Gdy średnice prętów są większe niż $\phi 20$ i przekroczony jest poziom 25% całości prętów, to w obszarze zakotwienia należy zastosować zbrojenie w postaci strzemion o sumarycznej powierzchni $\sum A_{st} \geq A_{s,sing}$, to znaczy nie mniejszej niż pole powierzchni łączonego pręta. Zbrojenie to powinno być skoncentrowane przy końcach zakładów (po $1/3 l_o$ z każdej strony).

Uwaga:

Sensowną modyfikacją tego zalecenia może być przyjęcie, że $\sum A_{st} = 1{,}5 A_{s,sing}$ i strzemiona są rozłożone równomiernie na całości.

3.6.4. Konstruowanie belek ze względu na ścinanie

Tradycyjnym i najpowszechniej stosowanym zbrojeniem na ścinanie są w Polsce strzemiona wykonywane w formie zamkniętych ramek. Obecnie stosuje się do ich wykonania stale żebrowane. Typowe średnice strzemion to $\phi 6$ i 8 oraz nieco rzadziej ϕ 10. Aby mogły one zostać prawidłowo wykonane i spełniać swoją funkcję, muszą być odpowiednio zagięte i posiadać odcinki zakotwienia. Zakotwienia można wykonywać stosując haki proste lub półokrągłe. Bezpieczniejsze w wykonaniu są te pierwsze. Strzemiona takie powinny spełniać warunki pokazane na rysunku 3.40.



Rys. 3.40. Warunki wyginania i kotwienia strzemion

Podając długość całkowitą strzemienia, trzeba pamiętać o „dodatkach" na odgięcia i długość zakotwienia.

Najważniejszą rolę pełnią strzemiona na odcinkach drugiego rodzaju. Ich rozstawy są ustalane na podstawie obliczeń. Przy obliczaniu długich odcinków, na których bierze się pod uwagę ścinanie, otrzymuje się zwykle kilka zróżnicowanych ich rozstawów. Z praktycznego punktu widzenia celowe jest dokonanie ich końcowego ujednolicenia. Pociąga to za sobą nieco większe zużycie stali, ale zdecydowanie ułatwia i przyspiesza wykonanie na budowie. Jeżeli ujednolicanie rozstawu strzemion na bardzo długich odcinkach prowadziłoby do zbyt dużego marnotrawstwa stali, można wtedy rozważać stosowanie do dwóch ujednoliconych rozstawów. Koniecznie należy pamiętać, aby przy przyjmowaniu jednakowego rozstawu strzemion wybierać najmniejszy, wyliczony dla tego fragmentu

belki. Ogólnie można polecić, aby w typowych belkach występowały co najwyżej 2–3 rozstawy zagęszczone (na odcinkach drugiego rodzaju). Przy opisie zbrojenia strzemionami wygodne dla wykonawcy jest podanie informacji (na rysunku) o długości odcinka, na którym są te strzemiona i ich liczba – np. $8\phi 6$ co 120 mm i długość l_s = 840 mm.

Nad ewentualnym ujednoliceniem warto też zastanowić się, biorąc pod uwagę długości odcinków, na których stosowane są zagęszczone strzemiona. Jeżeli różnice w wartościach sił tnących przy podporach skrajnych albo po obu stronach podpory pośredniej są niewielkie, to celowe jest przyjmowanie takich samych (większych) odcinków.

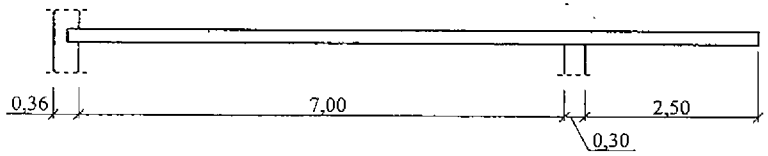
Po ustaleniu rozstawu strzemion i zasięgu odcinków o zagęszczonym rozstawie można obliczyć, gdzie i na jak długich fragmentach belki należy zastosować zbrojenie konstrukcyjne. Stopień zbrojenia strzemionami podany jest wzorem (3.50), można też skorzystać z tabeli 3.4. Na tej podstawie oblicza się jaki może być maksymalny rozstaw strzemion s_{max} na tych odcinkach (pierwszego rodzaju). Z formalnego punktu widzenia musi on być mniejszy niż $s_{l,max} = 0{,}75d(1 + \operatorname{ctg}\alpha)$ – dla strzemion pionowych $\operatorname{ctg}\alpha = 0$. Dzieląc długość odcinka, na którym stosujemy takie strzemiona przez s_{max} otrzymujemy ich liczbę (po zaokrągleniu do całości i w dół). Opisując taki fragment belki podajemy jego długość, liczbę strzemion i ich przybliżony rozstaw (nie jest w odróżnieniu od odcinków drugiego rodzaju liczbą całkowitą).

Jeżeli belki są bardzo szerokie, tzn. $b > \min(0{,}75d, 600\text{ mm})$, koniecznie trzeba stosować tak zwane strzemiona czterocięte. Są to po prostu podwójne ramki zwykłych strzemion. Takie rozwiązanie jest też korzystne, jeżeli mamy do czynienia z dużymi siłami tnącymi (np. belki główne – podciągi).

3.7. Przykłady do rozdziału trzeciego

Przykład 1.

Zaprojektować ze względu na zginanie i ścinanie belkę jak na rysunku, obciążoną obciążeniem stałym g_k = 25 kN/m oraz q_k = 50 kN/m. Przekrój belki ma być prostokątny, a klasa ekspozycji została określona jako XC3.



Ustalenia wstępne

Na podstawie tabeli 2.2 (rozdział 2) przyjęto, że belka będzie wykonana z betonu klasy C30/37. Oznacza to, że f_{ck} = 30 MPa i $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 30/1{,}4 = 21{,}4$ MPa. Zbrojenie będzie wykonane ze stali Epstal o f_{yd} = 420 MPa. Z tabeli 2.3 odczytano, że $c_{min,dur}$ = 25 mm. Biorąc pod uwagę przewidywaną jakość wykonania – Δc_{dev} = 5 mm, daje to $c_{nom} = c_{min,dur} + \Delta c_{dev} = 25 + 5 = 30$ mm (pod warunkiem, że średnice zbrojenia nie przekroczą tej wartości).

Rozpiętości obliczeniowe przęseł ustalono zgodnie ze wzorami (1.1) i (1.2) – domniemując, że $h > 0{,}36$ m.

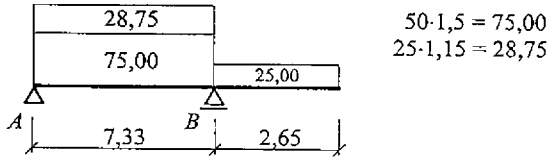
$l_{eff,1} = 0{,}18 + 7{,}0 + 0{,}15 = 7{,}33$ m,

$l_{eff,2} = 0{,}15 + 2{,}5 = 2{,}65$ m.

Dla obciążeń zmiennych przyjęto $\gamma_F = 1{,}5$ a dla stałych $\gamma_F = 1{,}15$ lub $1{,}0$.

Określenie wymiarów przekroju belki

O wymiarach belki będzie decydowało zginanie. Maksymalne momenty w przęśle i na podporze wyznaczono z następujących schematów statycznych.

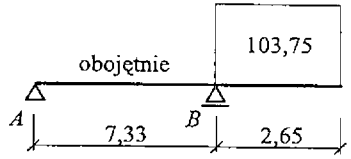


$50 \cdot 1{,}5 = 75{,}00$
$25 \cdot 1{,}15 = 28{,}75$

$\sum M_B = 0 \qquad R_a \cdot 7{,}33 = 103{,}75 \cdot 7{,}33^2 \cdot 0{,}5 - 25 \cdot 2{,}65^2 \cdot 0{,}5$

$R_a = 368{,}3$ kN

Maksymalny moment będzie w okolicach przekroju o $x = 368{,}3/103{,}75 = 3{,}55$ i $M_{max} = 654$ kNm.



$M_{max} = 103{,}75 \cdot 2{,}65^2 \cdot 0{,}5 = 364$ kNm < 654 kNm.

Decydujące znaczenie dla wymiarów przekroju ma moment przęsłowy. Korzystając z tabeli 3.2 przyjęto wstępnie $\rho = 1{,}5\%$, $\epsilon_s \in (10‰, 2{,}1‰)$. Ze wzorów (3.10) można obliczyć:

$$\xi_{eff} = \frac{\rho \cdot f_{yd}}{f_{cd}} = \frac{0{,}015 \cdot 420}{21{,}4} = 0{,}294$$

oraz

$A = 0{,}294(1 - 0{,}5 \cdot 0{,}294) = 0{,}251$.

Ze względu na relatywnie wysoki stopień zbrojenia i niewielkie rozpiętości przyjęto proporcję $d/b = 1{,}6$, a ponieważ $A = M_{Ed}/f_{cd}bd^2$, to otrzymuje się:

$$b = \sqrt[3]{\frac{M_{Ed}}{1{,}6^2 \cdot f_{cd} \cdot A}} = \sqrt[3]{\frac{0{,}654}{1{,}6^2 \cdot 21{,}4 \cdot 0{,}251}} = 0{,}36 \text{ m} \qquad \text{i} \qquad d = 0{,}58 \text{ m}.$$

Ustalając ostatecznie wymiary trzeba pamiętać o otuleniu $c_{nom} = 30$ mm oraz o tym, że w obliczeniach statycznych nie uwzględniono ciężaru belki (około 10% obciążenia). Przyjęto więc $b = 0{,}40$ m i $h = 0{,}70$ m (można było przyjąć też $h = 0{,}65$ m).

Ciężar własny belki wynosi $\Delta g_k = 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot 25 = 7$ kN/m. Ostatecznie więc $g_k = 25 + 7 = 32$ kN/m i $q_k = 50$ kN/m.

Wymiarowanie na zginanie

a) przęsło

$R_a = 394{,}4$ kN; $\qquad M_{max} = M(x = 3{,}53 \text{ m}) = 696$ kNm

$$0{,}5\xi_{eff}^2 - \xi_{eff} + \frac{M_{Ed}}{f_{cd}bd^2} = 0 \qquad \text{(wzór 3.7)}$$

$d \approx 70 - 3{,}0 - 0{,}8 - 2{,}5/2 = 65$ cm $= 0{,}65$ m.

Z (3.8) i (3.9):

$$\Delta = 1 - \frac{2 \cdot 0{,}696}{21{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}65^2} = 0{,}6151; \qquad \xi_{eff} = 0{,}216 .$$

Z (3.4) można wyliczyć pole zbrojenia ($x_{eff} = \xi_{eff} \cdot d$):

$$A_{s1} = \frac{f_{cd}bd\xi_{eff}}{f_{yd}} = \frac{21{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}65 \cdot 0{,}216}{420} = 28{,}61 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 28{,}61 \text{ cm}^2.$$

Jeżeli użyjemy prętów $\phi 25$ o $a_{s1} = 4{,}91$ cm^2, to trzeba wykorzystać 6 prętów ($A_{s1} = 29{,}46$ cm^2 $> A_{s1rq} = 28{,}61$ cm^2).

$\rho = 29{,}46/(65 \cdot 40) = 0{,}011 = 1{,}1\%$.

Teraz należy sprawdzić rozmieszczenie prętów w przekroju – rysunek 3.37. Odstęp między prętami musi być nie mniejszy niż 25 mm, otulenia po $c_{nom} = 30$ mm i strzemiona 2×8 mm. Stąd $b_{req} = (6 + 5) \cdot 25 + 2 \cdot 30 + 2 \cdot 8 = 351$ mm $< b = 400$ mm. Pręty mieszczą się w jednym rzędzie.

b) podpora

$M_{max} = 111{,}8 \cdot 2{,}65^2 \cdot 0{,}5 = 392{,}6$ kNm.

Zdecydowano się na użycie prętów o takiej samej średnicy jak w przęśle. Zamiast wymiarowania określono nośności. Zasięg strefy ściskanej obliczono z (3.4), a M_{Rd} z (3.12). Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli.

1	2	3	4	5
liczba prętów	pole powierzchni, cm^2	x_{eff}, cm	M_{Rd}, kNm	$\sim M_{Rd}$, kNm
6	29,45	14,4	714,9	714,9
5	24,54	12,0	608,1	595,8
4	19,63	9,6	496,3	476,6
3	14,73	7,2	379,9	357,5
2	9,82	4,8	258,2	238,3

W piątej kolumnie podano przybliżone wartości momentu M_{Rd}. Obliczono je zakładając, że w przybliżeniu moment jest proporcjonalny do powierzchni zbrojenia. Różnice pomiędzy M_{Rd} i $\sim M_{Rd}$ są niewielkie (do 10%) i zawsze na korzyść bezpieczeństwa. Jeżeli duża dokładność obliczeń nie jest potrzebna, to warto korzystać z tego sposobu.

Korzystając z wyników M_{Rd} zawartych w tej tabeli można przyjąć, że nad podporą potrzebne są $4\phi 25$, które „przenoszą" moment $M_{Rd} = 496{,}3$ kNm $> M_{Ed} = 392{,}6$ kNm. Gdybyśmy przeprowadzili dokładniejszą analizę statyczną (moment w licu podpory), to okazałoby się, że wystarczą trzy pręty.

Układ prętów po długości belki może być następujący: w przęśle 6 prętów, z których jeden jest odgięty tak, aby „pracował" u góry. Pięć prętów dochodzi do podpory „B" i tam kotwione są trzy z nich, a dwa przechodzą przez całą belkę. Górą nad podporą trzy pręty (jeden z nich to ten odgięty z dołu), a na całości w przęśle dwa pręty.

Wymiarowanie na ścinanie

a) podpora A

Maksymalna siła tnąca jast równa $V_{Ed} = 394{,}4$ kN. Do podpory dochodzą i są zakotwione $6\phi 25$ o $A_{s1} = 29{,}46$ cm^2; $\rho_l = 1{,}1\%$.

Nośność na ścinanie bez strzemion wynosi (wzór 3.36):

$$V_{Rd,c} = 0{,}13k(\rho_l f_{ck})^{1/3} b_w d\,,$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{650}} = 1{,}55\,,$$

$$V_{Rd,c} = 0{,}13 \cdot 1{,}55 \cdot (1{,}1 \cdot 30)^{1/3} \cdot 0{,}40 \cdot 0{,}65 = 0{,}168 \text{ MN} = 168 \text{ kN}.$$

Wartość siły tnącej jest równa w odległości l_s od lica wartości $V_{Rd,c}$.

$$l_s = \frac{V_{Ed} - V_{Rd,c}}{g_o + q_o} - a_1 = \frac{394{,}4 - 168}{111{,}8} - 0{,}18 = 1{,}85 \text{ m}.$$

(a_1 – odległość od podpory do lica belki)

$$\operatorname{ctg}\theta = \frac{l_s}{0{,}9d} = \frac{1{,}85}{0{,}9 \cdot 0{,}65} = 3{,}16 > 2\,.$$

Odcinek trzeba podzielić na mniejsze o wartościach z przedziału $l_{s,min} = 0{,}9d = 0{,}585$ m, $l_{s,max} = 1{,}8d = 1{,}17$ m. Przyjęto długość pierwszego odcinka $l_{s1} = 0{,}68$ m, a dwóch pozostałych po $l_{s2} = 0{,}585$ m.

Wartości siły tnącej na końcach odcinków są równe:

$$V_{Ed,1} = 394{,}4 - 111{,}8 \cdot (0{,}18 + 0{,}68) = 298{,}3 \text{ kN},$$

$$V_{Ed,2} = 232{,}8 \text{ kN} \quad \text{i} \quad V_{Ed,3} = 168 \text{ kN}.$$

Rozstawy strzemion (przyjęto $\phi 8$ o $A_{sw} = 2 \cdot 0{,}5 = 1{,}0$ cm^2) obliczono ze wzoru (3.40):

$$s_1 \leqslant \frac{1{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 420 \cdot 10^3 \cdot 0{,}68}{298{,}3} = 0{,}096 \text{ m},$$

$$s_2 \leqslant \frac{1{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 420 \cdot 10^3 \cdot 0{,}585}{232{,}8} = 0{,}106 \text{ m},$$

$$s_3 \leqslant 0{,}146 \text{ m}.$$

W celu ujednolicenia rozstawu przyjęto w całym odcinku $s_1 = 0{,}09$ m. Daje to $1{,}85/0{,}09 = 20{,}55$, czyli 21 „pól" i 22 strzemiona. Pierwsze 50 mm od lica podpory, a ostatnie $50 + 21 \cdot 90 = 1940$ mm $> l_s = 1850$ mm.

b) podpora B z lewej strony

Siła tnąca w osi podpory jast równa $V_{Ed} = 464$ kN. W miejscu, gdzie należy spodziewać się końca odcinka drugiego rodzaju będą dobrze zakotwione tylko dwa pręty $\rho_l = 0{,}38\%$.

$$V_{Rd,c} = 0{,}13 \cdot 1{,}55 \cdot (0{,}38 \cdot 30)^{1/3} \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}65 = 0{,}118 \text{ MN} = 118 \text{ kN}.$$

Długość odcinka l_s wynosi:

$$l_s = \frac{464 - 118}{11{,}8} - 0{,}15 = 2{,}94 \text{ m}.$$

Przyjęto następujący podział odcinka:

$l_{s1} = 1{,}17$ m, $\quad V_{Ed} = 464 - (0{,}15 + 1{,}17) \cdot 111{,}8 = 316{,}4$ kN,

$l_{s2} = 1{,}00$ m, $\quad \operatorname{ctg}\theta = 1{,}71$, $\quad V_{Ed} = 316{,}4 - 111{,}8 = 204{,}6$ kN,

$l_{s3} = 2{,}94 - 2{,}17 = 0{,}77$ m, $\quad \operatorname{ctg}\theta = 1{,}32$, $\quad V_{Ed} = 118$ kN.

Otrzymano rozstawy strzemion:

$$s_1 \leqslant \frac{1{,}0 \cdot 42 \cdot 1{,}17}{316{,}4} = 0{,}155 \text{ m},$$

$$s_2 \leqslant \frac{1{,}0 \cdot 42 \cdot 1{,}0}{204{,}6} = 0{,}205 \text{ m},$$

$$s_3 \leqslant \frac{1{,}0 \cdot 42 \cdot 0{,}77}{118} = 0{,}274 \text{ m}.$$

Przyjęto na całości rozstaw $s = 0{,}15$ m. Daje to 2,94/0,15 = 19,6, czyli 21 strzemion. Pierwsze 50 mm od podpory, a ostatnie $50 + 20 \cdot 150 = 3050$ mm $> l_s = 2940$ mm.

W przęśle pozostaje odcinek pierwszego rodzaju o długości równej $l_s = 7{,}0 - 3{,}05 - 1{,}94 = 2{,}01$ m. Tu rozstaw strzemion ustala się zgodnie z zaleceniami konstrukcyjnymi. Z tabeli 3.4 odczytano $\rho_{min} = 0{,}088\%$. Stąd $s \leqslant A_{sw}/(l_w \cdot \rho) = 1{,}0/(40 \cdot 0{,}088\%) = 28{,}4$ cm. Dalej 2,01/0,284 = 7,07 czyli 8 pól i 7 strzemion o średnim rozstawie równym około 250 mm,

Podobnie należy jeszcze obliczyć zbrojenie na ścinanie w części wspornikowej.

Przykład 2.

Dla belki o obciążeniach i schemacie statycznym jak w przykładzie pierwszym należy przyjąć wymiary przekroju zakładając teowy kształt, a następnie zwymiarować ją ze względu na ścinanie.

Określenie wymiarów przekroju belki

Korzystając z obliczeń statycznych z przykładu pierwszego możemy oszacować momenty w przęśle i na podporze odpowiednio jako $M_{Ed} = 650$ kNm i $M_{Ed} = 360$ kNm. Moment przęsłowy jest większy, ale w tym przekroju kształt belki jest teowy i bezpośrednie korzystanie z opisanej wcześniej metody nie jest możliwe. Przy podporze ściskany jest natomiast środnik (przekrój prostokątny). Ponieważ momenty na podporze i w przęśle są tego samego rzędu, to można postąpić w następujący sposób:

- Zakładamy stopień zbrojenia nad podporą (mniejszy niż w przęśle), np. $\rho = 0{,}8\%$ i proporcję boków $d/b_w = 2{,}5$.

$$\xi_{eff} = \frac{0{,}008 \cdot 420}{21{,}4} = 0{,}157 \quad \text{i} \quad A = 0{,}157(1 - 0{,}5 \cdot 0{,}157) = 0{,}145\,,$$

$$b_w = \sqrt[3]{\frac{0{,}360}{2{,}5^2 \cdot 21{,}4 \cdot 0{,}145}} = 0{,}265 \text{ m}$$

oraz $d = 2{,}5 \cdot 0{,}265 = 0{,}663$ m.

- Szerokość półki b_{eff} można oszacować z założenia, że momenty zginające w belce prawie liniowo zależą od szerokości:

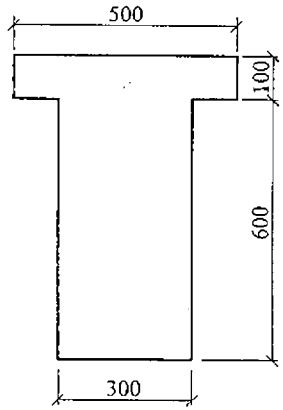
$$b_{eff} = b_w \cdot \frac{650}{360} = 0{,}265 \cdot 1{,}8 = 0{,}478 \text{ m}.$$

- Ze względu na wymiary deskowań przyjęto $b_w = 0{,}30$ m i $b_{eff} = 0{,}50$ m.
- Grubość półki powinna zapewniać możliwość wykonania odpowiednich otulin i umieszczenia tam zbrojenia głównego oraz strzemion, tzn.

$$h_f \geqslant 2c_{nom} + \phi_b + \phi_{st} = 2 \cdot 30 + 25 + 8 = 93 \text{ mm}.$$

Przyjęto $h_f = 100$ mm.

- Wysokość belki powinna również być dostosowana do deskowań. Na podstawie obliczonego $d = 0{,}663$ przyjęto $h = 700$ mm (tutaj zaokrąglono oszacowanie w dół).



Do obliczeń będzie się przyjmowało $d \approx h - c_{nom} - \phi_b/2 - \phi_{st} = 637$ mm.
Ciężar własny belki wynosi:

$$\Delta g_k = (0{,}3 \cdot 0{,}6 + 0{,}5 \cdot 0{,}1) \cdot 25 = 5{,}75 \text{ kNm}.$$

Jest on nieco wyższy niż z przykładu (1)

$$q_o = 75 \text{ kN/m}, \qquad g_o = 35{,}36 \text{ kN/m}, \qquad g_o^* = 30{,}75 \text{ kN/m}.$$

Wymiarowanie na zginanie w przęśle

$M_{max} = 688$ kNm.

Sprawdzenie typu przekroju – rzeczywiście czy pozornie teowy. Granicą jest sytuacja, gdy ściskana jest cała półka (wzór 3.20).

$$M_s = f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot h_f(d - 0{,}5h_f) =$$

$$= 21{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}1(0{,}637 - 0{,}05) = 0{,}628 \text{ MNm} = 628 \text{ kNm}.$$

Ponieważ $M_s < M_{max}$, to strefa ściskana znajduje się również w środniku – przekrój rzeczywiście teowy.

Z równania (3.22) otrzymuje się $x_{eff} = \xi_{eff} \cdot d$:

$$0{,}688 = 21{,}4\left[(0{,}5 - 0{,}3) \cdot 0{,}1(0{,}637 - 0{,}05) + 0{,}3 \cdot 0{,}637^2 \cdot \xi_{eff}(1 - 0{,}5\xi_{eff})\right]$$

i po przekształceniu:

$$0{,}5\xi_{eff}^2 - \xi_{eff} + 0{,}1677 = 0\,, \quad \sqrt{\Delta} = 0{,}8152\,,$$

$$\xi_{eff} = 1 - 0{,}8152 = 0{,}1848\,,$$

$$x_{eff} = \xi_{eff} \cdot d = 0{,}1848 \cdot 0{,}637 = 0{,}118 \text{ m} > h_f = 0{,}10 \text{ m}.$$

Pole zbrojenia obliczono ze wzoru (3.23):

$$A_{s1} = \frac{21{,}4 \cdot [0{,}2 \cdot 0{,}1 + 0{,}3 \cdot 0{,}118]}{420} = 28{,}23 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 28{,}23 \text{ cm}^2.$$

Przyjęto $4\phi30$ o $A_{s1} = 28{,}28$ cm^2 ($a_1 = 30 + 8 + 15 = 53$ mm, $d = 0{,}647$ m $> 0{,}637$ m).

$$b_{req} = 30 \cdot 2 + 7 \cdot 30 + 2 \cdot 8 = 286 \text{ mm} < b_w = 300 \text{ mm}.$$

Wymiarowanie na zginanie nad podporą

$M_{max} = 0{,}387$ MNm; przekrój prostokątny o szerokości $b_w = 0{,}3$ m.

$$0{,}5\xi_{eff}^2 - \xi_{eff} + \frac{0{,}387}{21{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}637^2} = 0\,,$$

$$\xi_{eff} = 0{,}1616\,, \qquad x_{eff} = 0{,}103 \text{ m}.$$

$$A_{s1} = \frac{21{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}103}{420} = 15{,}7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 15{,}7 \text{ cm}^2.$$

Przyjęto $5\phi20$, z których 4 będą ze względów konstrukcyjnych znajdowały się na całej długości belki.

Ścinanie w przęśle przy podporze A

Maksymalna siła tnąca w osi podpory A jest równa $V_{Ed} = 389$ kN.
Parametry określające wartość siły $V_{Rd,c}$:

$$\rho_l = \frac{28{,}28}{64{,}7 \cdot 30} = 0{,}0146 = 1{,}46\%,$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{647}} = 1{,}56\,,$$

$$V_{Rd,c} = 0{,}13k(\rho_l f_{ck})^{1/3} b_w d = 0{,}13 \cdot 1{,}56 \cdot (1{,}46 \cdot 30)^{1/3} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}647 = 0{,}139 \text{ MN} = 139 \text{ kN},$$

$$l_s = \frac{389 - 139}{110{,}36} - 0{,}18 = 2{,}09 \text{ m}.$$

Odcinek należy podzielić na mniejsze z przedziału $l_{s,min} = 0{,}9d = 0{,}58$ m i $l_{s,max} = 1{,}16$ m. Pierwszy odcinek przyjęto równy $l_{s1} = 1{,}16$ m, a drugi („reszta") $l_{s2} = 2{,}09 - 1{,}16 = 0{,}93$ m.

Siła tnąca na końcu pierwszego odcinka $V_{Ed} = 389 - 110{,}36(0{,}18 + 1{,}16) = 241{,}1$ kN.

Rozstaw strzemion obliczony dla tego odcinka jest równy:

$$s_1 = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 420 \cdot 10^3 \cdot 1{,}16}{241{,}1} = 0{,}202 \text{ m},$$

a dla drugiego:

$$s_2 = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 420 \cdot 10^3 \cdot 0{,}93}{139} = 0{,}281 \text{ m}.$$

Ostatecznie na całej długości odcinka II rodzaju przyjęto rozstaw strzemion równy $s = 200$ mm.

Ścinanie w przęśle przy podporze B_l

Maksymalna siła tnąca w osi tej podpory z lewej strony wynosi $V_{Ed} = 457$ kN. Przy konstruowaniu belki ze względu na zginanie założono, że jeden z pięciu prętów $\phi20$ będzie się kończył. Do obliczeń ρ_l przyjęto więc $4\phi20$ o $A_{s1} = 12{,}57$ cm^2.

$$\rho_l = \frac{12{,}57}{64{,}7 \cdot 30} = 0{,}006 = 0{,}6\%,$$

$$V_{Rd,c} = 0{,}13 \cdot 1{,}56 \cdot (0{,}6 \cdot 30)^{1/3} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}647 = 0{,}103 \text{ MN} = 103 \text{ kN},$$

$$l_s = \frac{457 - 103}{110{,}36} - 0{,}15 = 3{,}08 \text{ m}.$$

Przyjęcie tylko 4 prętów było w pełni uzasadnione, ponieważ w tym miejscu nie ma już piątego pręta (a musiałby dochodzić jeszcze dalej, na długość $l_{bd} + d$).

Podział odcinka przyjęto następująco:

$$l_{s1} = 1{,}16 \text{ m}, \qquad l_{s2} = 1{,}00 \text{ m} \quad \text{i} \quad l_{s3} = 0{,}92 \text{ m}.$$

Wartości sił na końcach tych odcinków wynoszą:

$$V_{Ed,1} = 457 - 110{,}36(0{,}15 + 1{,}16) = 312 \text{ kN},$$

$$V_{Ed,2} = 457 - 110{,}36 \cdot 2{,}31 = 202 \text{ kN},$$

$$V_{Ed,1} = 103 \text{ kN},$$

a obliczone rozstawy strzemion

$$s_1 \leqslant \frac{42 \cdot 1{,}16}{312} = 0{,}156 \text{ m},$$

$$s_2 = \frac{42 \cdot 1{,}0}{202} = 0{,}208 \text{ m},$$

$$s_3 = \frac{42 \cdot 0{,}92}{103} = 0{,}375 \text{ m}.$$

Na pierwszym odcinku przyjęto rozstaw $s = 150$ mm, a na pozostałych $s = 200$ mm.

W dalszym ciągu należy policzyć ścinanie przy podporze B po prawej stronie. Sposób postępowania jest identyczny z zaprezentowanym.

Ścinanie na styku półka–środnik

Ze względu na kształt przekroju należy sprawdzić ścinanie na styku półka–środnik. Dla przekroju teowego należy to zrobić zawsze, gdy półka jest w strefie ściskanej oraz wtedy, gdy półka jest w strefie rozciąganej i pręt znajdujący się w półce poza obrysem środnika kończy się. W omawianym przykładzie mamy do czynienia tylko z pierwszą z omawianych sytuacji (rys. 3.30).

Przebieg momentu w przęśle opisuje równanie:

$$M(x) = 389x - 110{,}4 \cdot 0{,}5x^2 .$$

Moment zeruje się dla $x = 7{,}05$.
Długość odcinka $\Delta x = 0{,}25 \cdot 7{,}05 = 1{,}76$ m.
Wartość momentu w $x = 1{,}76$ m wynosi $M(x = 1{,}76 \text{ m}) = 588{,}5$ kNm.

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 0{,}5885}{21{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}647^2}} = 0{,}8586 ,$$

$$\xi_{eff} = 0{,}141 ,$$

$$x_{eff} = 0{,}141 \cdot 0{,}647 = 0{,}09 \text{ m} < h_f = 0{,}1 \text{ m}.$$

W tym miejscu przekrój jest pozornie teowy.

$$\Delta F_d = 21{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot (0{,}5 - 0{,}3) \cdot 0{,}09 = 0{,}1926 \text{ MN (wzór 3.53)},$$

$$\nu_{Ed} = \frac{0{,}1926}{0{,}1 \cdot 1{,}76} = 1{,}09 \text{ MPa}.$$

W belce zastosowane są strzemiona jak na rysunku 3.30b. Stąd $A_{sf} = \pi d^2/4 = \pi \cdot 0{,}8^2/4 = 0{,}503$ cm^2.

Sprawdzenie naprężeń dla $\theta = 45$ (najgorszy przypadek):

$$\nu = 0{,}6\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0{,}6\left(1 - \frac{30}{250}\right) = 0{,}528 ,$$

beton: $\nu_{Rd} = 0{,}5 \cdot 0{,}528 \cdot 21{,}4 \cdot 1 = 5{,}65$ MPa,

zbrojenie: $\nu_{Rd} = \frac{0{,}503}{20} \cdot 420 \cdot \frac{1}{10} = 1{,}056 \text{ MPa} < \nu_{Ed} = 1{,}09 \text{ MPa}.$

Warunek nie jest spełniony, ale jeżeli przyjmiemy $\operatorname{ctg}\theta = 2$, wszystko będzie już w porządku.

Przykład 3.

Dla belki z przykładu 1 sprawdzić stany graniczne użytkowania – ugięcie i szerokość rozwarcia rys. Belka stanowi fragment konstrukcji w pomieszczeniach handlowych, dla których $\psi_2 = 0{,}6$.

Do kombinacji prawie stałej (qp) charakterystycznej przyjęto $g_k = 32$ kN/m oraz $q_{k,lt} = q_k \cdot \psi_2 = 50 \cdot 0{,}6 = 30$ kN/m. Maksymalny moment wywołany tym obciążeniem jest równy $M_{E,qp} = 395{,}4$ kNm (w przęśle).

Wpływy reologiczne

$$h_0 = \frac{2A_c}{U} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 70}{2(40 + 70)} = 25{,}5 \text{ cm} = 255 \text{ mm}.$$

Wiek betonu w chwili obciążenia $t_0 = 28$ dni, względna wilgotność $RH = 50\%$, wyznaczono końcowy współczynnik pełzania $\varphi(t_0, \infty) = 2{,}88$.

$$E_{c,eff} = \frac{32}{1 + 2{,}38} = 9{,}47 \text{ (wzór 3.57)},$$

$$\alpha_{e,lt} = 21{,}1 .$$

Charakterystyki przekroju w fazie pierwszej

- sprowadzone pole powierzchni (wzór 3.59) (pominięto wpływ stali w strefie ściskanej belki):

  $$A_{cs} = 40 \cdot 70 + 29{,}46 \cdot 21{,}1 = 2800 + 622 = 3422 \text{ cm}^2,$$

- moment statyczny obliczamy względem górnych włókien:

  $$S_{cs} = 40 \cdot 70 \cdot 35 + 622 \cdot 65 = 138430 \text{ cm}^3,$$

- zasięg strefy ściskanej (środek ciężkości) – wzór (3.60):

  $$x_I = \frac{138430}{3422} = 40{,}45 \text{ cm},$$

- moment bezwładności przekroju sprowadzonego:

  $$I_I = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}7^3}{12} + 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot (0{,}35 - 0{,}4045)^2 + 622 \cdot 10^{-4} \cdot (0{,}65 - 0{,}4045)^2 =$$

  $$= 12{,}265 \cdot 10^{-3} + 3{,}749 \cdot 10^{-3} = 16{,}014 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4.$$

„Udział" zbrojenia w wartości I_I jest równy około 23%.

– wskaźnik na zginanie (wzór 3.61):

$$W_{cs} = \frac{16{,}014}{0{,}7 - 0{,}4045} = 54{,}19 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3,$$

– moment rysujący:

$$M_{cr} = W_{cs} \cdot f_{ctm} = 54{,}19 \cdot 2{,}9 = 157{,}1\ \text{kNm} < M_{Eqp} = 395{,}4\ \text{kNm}.$$

Belka ulegnie zarysowaniu.

Charakterystyki przekroju w fazie drugiej

$$A_{cs} = bx_{II} + A_{s1}\alpha_{e,II} = 40x + 622\ ,$$

$$S_{cs_x} = 0{,}5bx_{II}^2 + A_{s_1}\alpha_{e,II} = 20x^2 + 40430\ ,$$

$$40x_{II}^2 + 622x_{II} - 20x_{II}^2 - 40430 = 0\ ,$$

$$20x_{II}^2 + 622x_{II} - 40430 = 0\ ,$$

$$x_{II} = 32\ \text{cm},$$

$$I_{II} = \frac{bx_{II}^3}{3} + A_{s_1}(d - x_{II})^2\alpha_{e,II} =$$

$$= \frac{6{,}4 \cdot 0{,}32^3}{3} + 633 \cdot 10^{-4} \cdot (0{,}65 - 0{,}32)^2 =$$

$$= 4{,}37 \cdot 10^{-3} + 6{,}77 \cdot 10^{-3} = 11{,}14 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^4 \text{ (udział stali przekracza 60\%)}.$$

Efekt „wzmocnienia" stali (*tension stiffening*)

$$\zeta = 1 - 0{,}5\left(\frac{M_{cr}}{M_{Eqp}}\right)^2 = 1 - 0{,}5\left(\frac{157}{395}\right)^2 = 0{,}92\ .$$

Obliczenie ugięcia belki

Współczynnik α_k obliczono ze wzoru ze statyki:

$$\alpha_k = \frac{5}{48}\left(1 - \frac{126}{395 \cdot 10}\right) = 0{,}10\ .$$

Ugięcie belki w fazie pierwszej (wzór 3.79):

$$a_1 = 0{,}1 \cdot \frac{395 \cdot 10^{-3} \cdot 7{,}33^2}{9{,}47 \cdot 16{,}014} = 0{,}014\ \text{m}.$$

Ugięcie belki w fazie II:

$a_{II} = 0{,}02$ m.

Ostatecznie ugięcie wyniesie $a = 0{,}02 \cdot 0{,}92 + 0{,}014 \cdot 0{,}08 = 0{,}019$ m.

$$a_{max} = \frac{l_{eff}}{250} = \frac{7{,}33}{250} = 0{,}029\ \text{m} \quad > \quad a = 0{,}019\ \text{m}.$$

Stan graniczny ugięcia nie zostanie przekroczony.

Obliczanie szerokości rozwarcia rysy

– naprężenia w zbrojeniu w miejscu rysy (wzór 3.62):

$$\sigma_s = \frac{21{,}1 \cdot 395 \cdot 10^{-3}}{11{,}14 \cdot 10^{-3}}(0{,}65 - 0{,}32) = 247\ \text{MPa},$$

– efektywny stopień zbrojenia (wzór 3.68):

$$A_{cf,eff} = \min 40 \cdot \left\{ \begin{matrix} 2{,}5 \cdot 5 \\ \frac{70-40}{3} \end{matrix} \right. = 400\ \text{cm}^2,$$

$$\rho_{eff} = \frac{A_{s_1}}{A_{ct,eff}} = \frac{29{,}46}{400} = 0{,}074\ ,$$

– maksymalny rozstaw rys (wzór 3.67):

$$s_{r,max} = 1{,}7\left(2 \cdot 30 + 0{,}1 \cdot \frac{20}{0{,}074}\right) = 148\ \text{mm},$$

– różnica odkształceń stali i betonu:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{247 - 0{,}4 \cdot \frac{2{,}9}{0{,}074} \cdot (1 + 21{,}1 \cdot 0{,}074)}{200} = 1{,}03 \cdot 10^{-3} \text{ (wzór 3.69)},$$

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 148 \cdot 1{,}03 \cdot 10^{-3} = 0{,}153\ \text{mm}.$$

Uwaga: Obliczając $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s \cdot \zeta}{E_s} = \frac{247 \cdot 0{,}92}{200} = 1{,}14$ otrzymuje się w_k o około 10% większą.

Przykład 4.

Wyznaczyć charakterystyki geometryczne dla pierwszej i drugiej fazy pracy belki z przykładu drugiego.

Wpływy reologiczne (pełzanie)

$$h_0 = \frac{2A_c}{U} = \frac{2(30 \cdot 60 + 10 \cdot 50)}{50 + 2(10 + 10 + 60) + 30} = 19{,}2\ \text{cm} = 192\ \text{mm}.$$

Pozostałe parametry jak w przykładzie trzecim; końcowy współczynnik pełzania $\varphi(t_0, \infty) = 2{,}45$ (jest większy).

$$E_{c,eff} = \frac{32}{1 + 2{,}45} = 9{,}275\,, \qquad \alpha_{e,lt} = 200/9{,}275 = 21{,}6\,.$$

Charakterystyki geometryczne dla fazy pierwszej

$A_{cs} = 30 \cdot 60 + 50 \cdot 10 + 28{,}28 \cdot 21{,}6 = 2300 + 611 = 2911\ \text{cm}^2$.

Moment statyczny z „rozbicia" na skrzydełka i resztę:

$S_{cs} = 30 \cdot 70 \cdot 35 + (50 - 30) \cdot 10 \cdot 5 + 611 \cdot 63{,}7 = 113421\ \text{cm}^2$.

Środek ciężkości tożsamy z zasięgiem strefy ściskanej:

$$x_{\text{I}} = \frac{113421}{2911} = 39\ \text{cm} \quad \text{(poniżej połowy wysokości)}.$$

Moment bezwładności (też z „rozbicia"):

$$I_{\text{I}} = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}7^3}{12} + 0{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot (0{,}35 - 0{,}39)^2 +$$

$$+ \frac{0{,}2 \cdot 0{,}1^3}{12} + 0{,}2 \cdot 0{,}1 \cdot (0{,}39 - 0{,}05)^2 +$$

$$+ 611 \cdot 10^{-4} \cdot (0{,}637 - 0{,}39)^2\,,$$

$I_{\text{I}} = 0{,}008911 + 0{,}002329 + 0{,}003728 = 14{,}97 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^4$,

$$W_{cs} = \frac{14{,}97}{0{,}7 - 0{,}39} = 48{,}3 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3,$$

$M_{cr} = 48{,}3 \cdot 2{,}9 = 140\ \text{kNm}$.

Charakterystyki geometryczne dla fazy drugiej

Sprawdzenie jaki jest przekrój – rzeczywiście czy pozornie teowy:

$S_c = 0{,}5 b_{eff} h_f^2 = 0{,}5 \cdot 50 \cdot 10^2 = 2500\ \text{m}^3$,

$S_s = 611 \cdot (63{,}7 - 10) = 32811\ \text{cm}^2 > S_c$,

tzn., że przekrój jest rzeczywiście teowy.

Z warunku zerowania się momentów statycznych otrzymuje się równanie:

$$(b_{eff} - b_w) h_f (x_{\text{II}} - 0{,}5 h_f) + 0{,}5 b_w x_{\text{II}}^2 - \alpha_{e,lt} \cdot A_{S_1} (d - x_{\text{II}}) = 0\,,$$

$$0{,}2 \cdot 0{,}1 \cdot (x_{\text{II}} - 0{,}05) + 0{,}15 x_{\text{II}}^2 - 611 \cdot 10^{-4} \cdot (0{,}637 - x_{\text{II}}) = 0\,,$$

$$0{,}15 x_{\text{II}}^2 + 0{,}0811 x_{\text{II}} - 0{,}04 = 0\,,$$

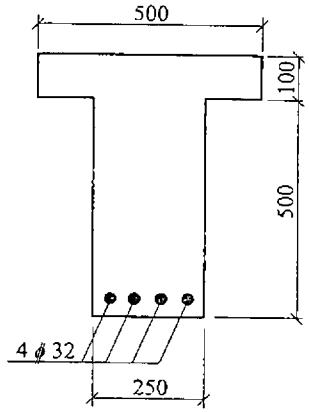
$x_{\text{II}} = 0{,}31$ m,

$$I_{\text{II}} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}1^3}{12} + 0{,}2 \cdot 0{,}1 \cdot (0{,}31 - 0{,}05)^2 + \frac{0{,}3 \cdot 0{,}31^3}{13} + 611 \cdot 10^{-4} \cdot (0{,}637 - 0{,}31)^2 =$$

$$= 0{,}00435 + 0{,}00653 = 10{,}9 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^4.$$

Przykład 5.

Wyznaczyć nośność na zginanie w przęśle przekroju jak na rysunku.



Stal o $f_{yd} = 420$ MPa i beton C30/37 o $f_{cd} = 21{,}4$ MPa. Zbrojenie $4\phi 32$ o $A_{s_1} = 32{,}17\ \text{cm}^2$, $a = 0{,}06$ m.

Sprawdzenie, jaki to typ przekroju:

$N_s = f_{yd} A_{s_1} = 420 \cdot 32{,}17 \cdot 10^{-4} = 1{,}35$ MN,

$N_c = f_{cd} b_{eff} h_f = 21{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}1 = 1{,}07$ MN.

Przekrój jest rzeczywiście teowy, bo $N_s > N_c$.

$$\left[(b_{eff} - b_w) h_f + b_w x_{eff}\right] f_{cd} = f_{yd} A_{s_1}\,,$$

$$x_{eff} = \left[\frac{1{,}35}{21{,}4} - 0{,}25 \cdot 0{,}1\right] / 0{,}25 = 0{,}152\ \text{m} > h_f = 0{,}1\ \text{m},$$

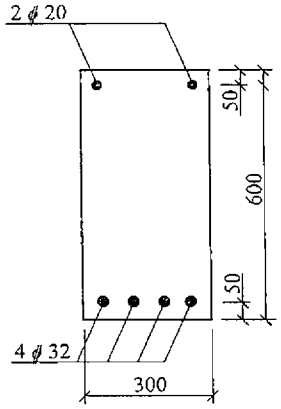
$$M_{max} = M_{Rd} = f_{cd}\left[(b_{eff} - b_w)h_f(d - 0{,}5h_f) + b_w x_{eff}(d - 0{,}5x_{eff})\right] =$$

$$= 21{,}4 \cdot [0{,}25 \cdot 0{,}1 \cdot (0{,}54 - 0{,}05) + 0{,}25 \cdot 0{,}152 \cdot (0{,}54 - 0{,}076)] =$$

$$= 0{,}639 \text{ MNm} = 639 \text{ kNM}.$$

Przykład 6.

Wyznaczyć nośność na zginanie przekroju podwójnie zbrojonego, jak na rysunku.



Beton o $f_{cd} = 21{,}4$ MPa, $f_{yd} = 420$ MPa, $A_{s_1} = 32{,}17$ cm^2, $A_{s_2} = 6{,}28$ cm^2.

$$x_{eff} = \frac{f_{yd}(A_{s_1} - A_{s_2})}{f_{cd}b} = \frac{420}{21{,}4} \cdot \frac{(32{,}17 - 6{,}28)}{30} = 16{,}94 \text{ cm} > 2a_2 = 10 \text{ cm}.$$

Opłaca się uwzględnić podwójne zbrojenie.

$$M_{max} = f_{cd}bx_{eff}(d - 0{,}5x_{eff}) + f_{yd}A_{s_2}(d - a_2) =$$

$$= 21{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}1694 \cdot (0{,}55 - 0{,}5 \cdot 0{,}1694) + 420 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}5 =$$

$$= 0{,}638 \text{ MNm} = 638 \text{ kNm}.$$

Gdybyśmy „zapomnieli" o zbrojeniu w strefie ściskanej, to byłoby:

$$x_{eff} = \frac{f_{yd}A_{s_1}}{f_{cd}b} = \frac{420 \cdot 32{,}17}{21{,}4 \cdot 30} = 21{,}04 \text{ cm}.$$

$$M_{max} = M_{Rd} = 21{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2104 \cdot (0{,}55 - 0{,}5 \cdot 0{,}2104) = 0{,}600 \text{ MNm} = 600 \text{ kNm}.$$

W tym przypadku różnica nie jest zbyt duża.

4. Projektowanie słupów żelbetowych

4.1. Uwagi ogólne

Słupy stanowią jeden z najbardziej rozpowszechnionych typów konstrukcji. Ich podstawowa rola polega na przekazywaniu obciążeń z opartych na nich belek lub płyt na fundament. Podobną rolę pełnią ściany nośne. Przyjmuje się, że elementy, w których $h > 4b$, traktuje się jako słupy, a szersze jako ściany. Najczęściej słupy stanowią element większej konstrukcji, na przykład ram. W związku z tym siły wewnętrzne występujące w słupach wyznacza się jako efekt działania różnych obciążeń działających na całą konstrukcję. W konstrukcjach monolitycznych możliwa jest współpraca słupów z belkami lub płytami. Czasami w zaawansowanych analizach projektuje się słupy, uwzględniając ten efekt. Zdecydowanie częściej, po analizie statycznej całej konstrukcji, słupy poszczególnych kondygnacji traktuje się jako elementy wydzielone. Ewentualnie, na etapie wymiarowania uwzględnia się przestrzenną pracę konstrukcji, odpowiednio konstruując ten fragment całości. Efektem obliczeń statycznych są wartości sił osiowych N_{Ed}, momentów zginających M_{Ed} i sił tnących V_{Ed}. Podstawowe znaczenie przy wymiarowaniu mają dwie pierwsze z tych sił. Przy wymiarowaniu słupów należy wyznaczyć je w obu węzłach (połączeniach) oraz ustalić ich przebieg pomiędzy nimi. Przy różnych kombinacjach obciążeń może to dawać znaczne ilości wyników, które trzeba wziąć pod uwagę. W wielu praktycznych sytuacjach wytypowanie najbardziej niekorzystnej kombinacji nie jest wcale banalnym problemem. Tradycyjnie bierze się pod uwagę następujące zestawienia (dla każdego węzła):

- moment $M_{Ed,max}$ i odpowiadająca siła N_{Ed},
- moment $M_{Ed,min}$ i odpowiadająca siła N_{Ed},
- siła $N_{Ed,max}$ i odpowiadający jej moment.

Po przeliczeniu tychże kombinacji wymiaruje się słup, przyjmując najczęściej, że jego zbrojenie jest niezmienne na całej jego długości pomiędzy węzłami. Projektując słupy żelbetowe, bierze się pod uwagę następujące istotne zjawiska:

a) imperfekcje,
b) wpływy procesów reologicznych,
c) efekty drugiego rzędu.

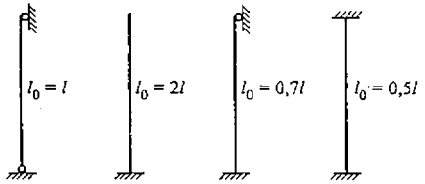
Imperfekcje

Mianem imperfekcji określa się wszelkie niekorzystne odchyłki geometryczne konstrukcji, to znaczy ewentualne różnice pomiędzy zaplanowanym a zrealizowanym prze-

biegiem osi elementu. Istnieje wiele potencjalnych źródeł tego zjawiska. Do pierwszej grupy można zaliczyć te, które wynikają z przewidywanej dokładności montażu deskowań, ich pionowości, dokładności oparć belek na słupach itp. Druga grupa związana jest ze strukturą samego betonu w słupach. Kierunek betonowania słupów sprzyja występowaniu niejednorodności betonu (należy betonować wysokie słupy fragmentami i odpowiednio wibrować). Jego możliwą konsekwencją jest zróżnicowany rozkład odkształceń pomimo osiowo przyłożonej siły. Opisane zjawiska można sprowadzić do przyjęcia wstępnej wartości mimośrodu działania siły równego:

$$e_i = l_0/400\,. \tag{4.1}$$

We wzorze tym l_o jest długością efektywną słupa. W ogólności wyznaczanie długości efektywnej jest kłopotliwe i nie do końca jednoznaczne. Zależy ona od wysokości słupa w świetle podpór oraz względnych podatności podpór (węzłów). Jeżeli nie przeprowadza się bardzo szczegółowych obliczeń, to długości efektywne można przyjmować zgodnie z rysunkiem 4.1.



Rys. 4.1. Długości efektywne (wyboczeniowe) typowych elementów wydzielonych

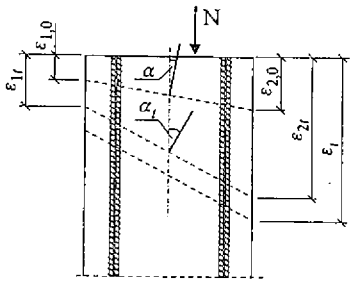
Wpływy reologiczne

Głównymi czynnikami reologicznymi, które mogą wpływać na zachowanie się ściskanego słupa są skurcz i pełzanie. W odniesieniu do ściskanych słupów ich efekty ulegają sumowaniu. W praktycznych rozważaniach pomija się wpływ skurczu jako zdecydowanie mniejszy niż pełzania. Pełzanie powoduje przyrost odkształceń (ponad sprężyste), które są proporcjonalne do wartości naprężeń (o ile te ostatnie w chwili obciążenia nie przekraczają $0{,}45 f_{ck}$). Pełzanie ma istotne znaczenie dla dwóch zjawisk obserwowanych w słupach, szczególnie gdy są one smukłe.

- redystrybucja sił wewnętrznych pomiędzy stalą zbrojeniową i betonem,
- przyrost początkowej krzywizny (mimośrodu osi pręta).

Istotę tych zjawisk ilustruje rysunek 4.2.

Mimośrodowo ściskany słup, pod wpływem przyłożenia siły N działającej doraźnie doznaje odkształceń na krawędziach równych odpowiednio $\varepsilon_{2,0} > \varepsilon_{1,0}$. Wiąże się to z odkształceniem osi pręta o kąt α. W wyniku działania obciążeń długotrwałych rozwija się proces pełzania betonu. Przyrosty odkształceń są proporcjonalne do poziomu naprężeń. Prowadzi to do pogłębienia odkształcenia osi pręta. Po czasie t odkształcenia na krawędziach wyniosą $\varepsilon_{2t} = \varepsilon_{2,0}(1 + \varphi(t_0, t))$ i $\varepsilon_{1t} = \varepsilon_{1,0}(1 + \varphi(t_0, t))$. Oprócz zwiększenia krzywizny pręta (a tym samym mimośrodu) nastąpiła też redystrybucja sił wewnętrznych. Gdyby w słupie nie było zbrojenia, to odkształcenie wywołane pełzaniem byłoby większe – ε_t. Zbrojenie „przeszkadza cofaniu" się betonu, ale i tak wskutek przyczepności



Rys. 4.2. Schemat wpływu odkształceń reologicznych na pracę słupa

odkształciło się dodatkowo (na prawej krawędzi o około $(\varepsilon_{2t} - \varepsilon_{2,0})$). Skutkiem tego jest wzrost naprężeń i sił w stali, a ponieważ całkowita siła nie uległa zmianie, to spadły naprężenia w betonie.

Opisane efekty reologiczne występują zawsze, ale praktycznego znaczenia nabierają wtedy, gdy słupy są smukłe.

Smukłość słupów i efekty drugiego rzędu

W klasycznej mechanice budowli smukłością określa się wartość $\lambda = l_o/i$. Promień bezwładności i obliczany jest ze wzoru

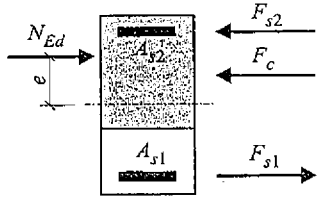
$$i = \sqrt{\frac{A}{I}}\,. \tag{4.2}$$

Im smuklejszy jest element, tym bardziej może się odkształcać. Dopóki deformacje te są niewielkie, to obliczenia statyczne ustroju konstrukcyjnego można prowadzić tradycyjnie, korzystając z zasady zesztywnienia. Zasadza się ona na założeniu, że siły wewnętrzne w pomijalnym stopniu zależą od przemieszczeń elementów. Jeżeli jednak uwzględnienie odkształceń zwiększy wartości tych sił o ponad 10%, to obliczenia statyczne należy prowadzić z uwzględnieniem tych przemieszczeń – nazywane jest to teorią (efektami) drugiego rzędu. Problem ten w dużym stopniu odnosi się również do słupów i to zarówno wydzielonych, jak i liczonych jako element konstrukcji (np. ramy). Zagadnienie to jest złożone, a dodatkowe komplikacje charakterystyczne dla konstrukcji żelbetowych wynikają z wpływu na te deformacje takich czynników jak pełzanie betonu i ewentualne pojawianie się rys. Zarysowanie powoduje, że wartość i (wzór 4.2) dla określonego słupa nie jest definitywnie określona. Zależy ona od tego czy słup jest zarysowany i ewentualnie w jakim stopniu. Problemy te są szczegółowiej omówione w rozdziale 4.4.

4.2. Wymiarowanie przekrojów mimośrodowo ściskanych

4.2.1. Uwagi wstępne

Niezależnie od opisanych już problemów z wyznaczeniem sił wewnętrznych miarodajnych dla danego słupa, kłopoty sprawia też wymiarowanie samego przekroju. Układ sił w takim przekroju pokazany jest na rysunku 4.3.



Rys. 4.3. Układ sił w stanie granicznym nośności przekroju mimośrodowo ściskanego

Obciążenie zewnętrzne – moment zginający M_{Ed} i siłę osiową N_{Ed} można sprowadzić do samej siły działającej na mimośrodzie e. Jest ono równoważone przez siłę ściskającą w stali F_{s2} oraz betonie F_c oraz siłę rozciągającą w stali F_{s1}. Oznacza to, że mamy zawsze do czynienia z trzema niewiadomymi – zasięgiem strefy ściskanej – x (lub x_{eff}) oraz dwoma polami przekroju stali A_{s1} oraz A_{s2}. Ponieważ dysponujemy tylko dwoma równaniami równowagi, to zagadnienie jest statyczne wewnętrznie niewyznaczalne. Konieczne jest wprowadzenie jakiegoś dodatkowego założenia, które można zapisać w formie równania.

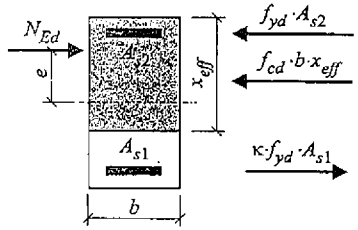
Nie jest to jednak koniec problemów. Stan naprężeń w poszczególnych włóknach przekroju zależy od położenia siły (wartości mimośrodu) oraz od powierzchni zbrojeń A_{s1} i A_{s2}. W ogólności mogą wystąpić następujące sytuacje:

a) beton jest wykorzystany na ściskanie, stal A_{s2} też jest wykorzystana na ściskanie, a stal A_{s1} jest wykorzystana na rozciąganie,
b) oba materiały w strefie ściskanej są wykorzystane, a stal A_{s1} jest rozciągana, przy czym $\sigma_s < f_{yd}$,
c) oba materiały w strefie ściskanej są wykorzystane, a stal A_{s1} też jest ściskana, ale $\sigma_s < f_{yd}$,
d) obie stale są ściskane i wykorzystane (tylko dla stali A-III), ale beton nie osiąga pełnego wykorzystania,
e) stal A_{s1} jest rozciągana i wykorzystana, stal A_{s2} też jest wykorzystana na ściskanie, natomiast beton nie w pełni,
f) stal A_{s1} jest rozciągana i $\sigma_s = f_{yd}$, natomiast w strefie ściskanej ani beton, ani stal nie są wykorzystane,
g) jak wyżej, ale niewykorzystana jest tylko stal w strefie ściskanej.

Na etapie projektowania, gdy nie znamy wartości A_{s1} i A_{s2} (mamy je wyznaczyć), określenie, z którą z opisanych sytuacji mamy do czynienia, nie jest łatwe, a w wielu sytuacjach wręcz niemożliwe. Zdani jesteśmy na „zgadywanie" – przyjmowanie założeń wstępnych. Wymiarowanie belek, niezależnie od przyjętego modelu zależności $\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_c)$, prowadzi do praktycznie takich samych wyników końcowych (powierzchni stali). Podobne wnioski można również wysnuć w odniesieniu do zagadnienia nośności. Niezależnie od tego czy przyjmiemy zależność σ–ε w postaci wykresu paraboliczno-prostokątnego, czy uproszczonego – tylko prostokątnego, obliczone wartości $M_{Ed,max}$ będą bardzo zbliżone. W przypadku przekrojów mimośrodowo ściskanych, na etapie projektowania, mogą pojawić się znaczące różnice, jeżeli nie zachowamy należytej staranności.

4.2.2. Wymiarowanie przekrojów metodą uproszczoną

W metodzie uproszczonej zakłada się, że naprężenia w strefie ściskanej betonu mają w stanie granicznym stałą wartość $\sigma_c = f_{cd}$, a względny zasięg strefy ściskanej $\xi_{eff} = 0{,}8\xi$. W celu objęcia swym zakresem możliwie dużej liczby omawianych sytuacji przyjmuje się następujący schemat obliczeniowy – rys. 4.4.

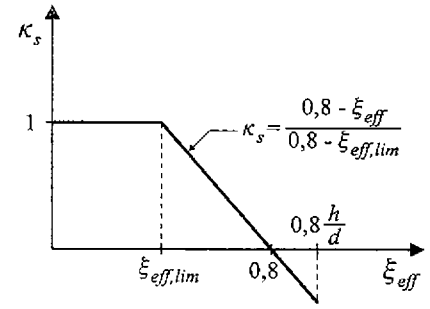


Rys. 4.4. Ogólny układ sił w przekroju mimośrodowo ściskanym – metoda uproszczona

Ważne znaczenie ma współczynnik κ_s. Iloczyn $\kappa_s \cdot f_{yd}$ określa poziom naprężeń w tej stali. Dzięki temu możliwe staje się uwzględnienie w obliczeniach takich sytuacji, gdy stal ta jest rozciągana, ale niewykorzystana lub ściskana i również nie w pełni wykorzystana. Przy założeniu, że w przekroju występuje rozciąganie, korzystając z prawa płaskich przekrojów, można podać funkcję opisującą zależność pomiędzy ξ_{eff} i κ_s w następującej postaci:

$$\kappa_s = \frac{2{,}8 \cdot \left(1 - 1{,}25 \cdot \xi_{eff}\right)}{\varepsilon_{pl} \cdot \xi_{eff}} . \tag{4.3}$$

Jest to nieliniowa funkcja ξ_{eff} i z tego też względu komplikuje nieco obliczenia. Wygodniej jest zastosować jej liniową aproksymację, korzystając np. z rysunku 4.5.



Rys. 4.5. Uproszczona zależność $\kappa_s = \kappa_s\left(\xi_{eff}\right)$ dla przekrojów ze strefą rozciąganą

Jeżeli cały przekrój jest ściskany, to wprowadzone jest ograniczenie na wartość granicznej odkształcalności betonu. Stanowi ono, że układ odkształceń w betonie jest taki,

że w przekroju o współrzędnej $x = \frac{3}{7}h$, $\varepsilon_c = 2‰$. Korzystając w tej sytuacji z prawa płaskich przekrojów, otrzymuje się następujący wzór na zależność κ_s w funkcji odkształceń w dolnym włóknie (mniej ściskanym) (dla $a/h \approx 0{,}1$):

$$\kappa_s = \frac{0{,}825\varepsilon_d + 0{,}35}{\varepsilon_{pl}} . \tag{4.4}$$

Wzory (4.3) i (4.4) pozwalają w sposób ścisły uwzględnić te sytuacje, w których stal A_{s1} jest niewykorzystana, będąc ściskaną bądź rozciąganą.

Do rozwiązania pozostaje problem trzech niewiadomych A_{s1}, A_{s2} i ξ_{eff} (lub ε_d) przy dwóch równaniach równowagi. Konieczne jest więc przyjęcie dodatkowych założeń. Przy braku doświadczenia jest to forma zgadywania (pojęcie klasycznego rdzenia przekroju nie ma tu zastosowania). W dalszej kolejności podano algorytmy postępowania umożliwiające rozwiązanie problemu. Nawiązują one do tradycyjnie stosowanych w Polsce do tej pory metod, ale nie są jedynymi, które można sobie wyobrazić.

W pierwszym kroku zakładamy, że w przekroju występuje strefa rozciągana i stal A_{s1} jest (będzie) w pełni wykorzystana. Oznacza to przyjęcie, że $\kappa_s = 1$ i $\xi_{eff} \leqslant \xi_{eff,lim}$ (do obliczeń przyjmuje się $\xi_{eff} = \xi_{eff,lim}$). Niewiadomymi są teraz tylko A_{s1} i A_{s2}. Z warunku sumy momentów obliczonych względem środka ciężkości zbrojenia A_{s1} otrzymuje się:

$$N_{Ed}\left(e + \frac{h}{2} - a_1\right) = f_{cd} \cdot b \cdot \xi_{eff,lim} \cdot d \cdot \left(d - 0{,}5 \cdot \xi_{eff,lim} \cdot d\right) + A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - a_2) . \tag{4.5}$$

Drugie równanie ma postać warunku równowagi sił:

$$N_{Ed} = f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \xi_{eff} + A_{s2} \cdot f_{yd} - A_{s1} \cdot f_{yd} . \tag{4.6}$$

Przy rozwiązywaniu tego układu równań można dostać różnego rodzaju wyniki dotyczące wartości A_{s1} i A_{s2}. Są one wskazówką do dalszych działań.

* Obie wartości A_{s2} i A_{s1} są dodatnie. Oznacza to, że założenie było słuszne i na podstawie obliczonych wartości można przyjmować już określone zbrojenie (konkretne pręty).

** Wartość A_{s2} obliczona z (4.5) okazała się ujemna, do dalszych obliczeń przyjęto $A_{s2} = 0$ i otrzymano $A_{s1} > 0$. Oznacza to, że strefa ściskana jest niewykorzystana. Sytuacja przypomina to co dzieje się w belce zginanej (duży moment, mała siła). Można w takiej sytuacji przyjąć $A_{s2} = \rho_{min} \cdot b \cdot d$ oraz obliczone A_{s1} i przyjąć zbrojenie. Prowadzi to jednak często do dużego przewymiarowania przekroju. Zdecydowanie lepiej będzie, jeżeli postąpi się w następujący sposób:

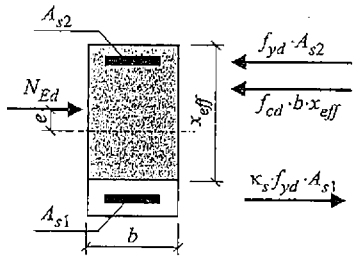
- zakłada się $A_{s2} = \rho_{min} \cdot b \cdot d$,
- zasięg strefy ściskanej (będzie mniejszy niż $\xi_{eff,lim}$) wyliczy się z warunku równowagi momentów (analogicznie do 4.5):

$$N_{Ed}\left(e + \frac{h}{2} - a\right) = f_{cd} \cdot b \cdot d^2 \cdot \xi_{eff} \cdot \left(1 - 0{,}5 \cdot \xi_{eff}\right) + \rho_{min} \cdot f_{yd} \cdot bd^2\left(1 - \frac{a}{d}\right) , \tag{4.7}$$

- pole zbrojenia A_{s1} z warunku sumy sił:

$$N_{Ed} = f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \xi_{eff} + \rho_{min} \cdot b \cdot d \cdot f_{yd} - A_{s1} \cdot f_{yd} . \tag{4.8}$$

*** Obliczona wartość $A_{s2} > 0$, natomiast $A_{s1} < 0$. Sytuacja pozostaje dalej niejasna. Możliwe jest zarówno to, że w przekroju jest rozciąganie, ale stal nie jest wykorzystana, jak i to, że cały przekrój jest już ściskany. Aby rozstrzygnąć ten dylemat, można postąpić w następujący sposób. Zakładamy, że stal A_{s1} jest rozciągana, a naprężenie w niej jest równe $\kappa_s \cdot f_{yd}$ i $A_{s1} = \rho_{min} \cdot b \cdot d$. Aby teraz sprawdzić, czy przekrój jest rozciągany, oblicza się warunek równowagi momentów względem zbrojenia A_{s2} (niewiadome to A_{s2} i ξ_{eff}) – rys. 4.6.



Rys. 4.6. Schemat obliczeniowy w sytuacji, gdy otrzymano $A_{s2} > 0$ i $A_{s1} < 0$

$$\sum M_{A_{s2}} = 0 ,$$

$$N_{Ed} \cdot \left(\frac{h}{2} - e - a_2\right) = f_{cd} \cdot b \cdot x_{eff} \cdot \left(\frac{x_{eff}}{2} - a_2\right) - \frac{0{,}8 - x_{eff} \cdot d}{0{,}8 - \xi_{eff,lim}} \rho_{min} \cdot b \cdot d \cdot f_{yd} (d - a_2) . \tag{4.9}$$

Równanie (4.9) jest równaniem kwadratowym ze względu na x_{eff}. Jeżeli obliczona w ten sposób wartość $x_{eff} \leqslant 0{,}8h$, to prawdą jest, że w przekroju jest strefa rozciągana (ale bardzo mała). Można wtedy obliczyć:

$$\kappa_s = \frac{0{,}8 - \xi_{eff}}{0{,}8 - \xi_{eff,lim}} \tag{4.10}$$

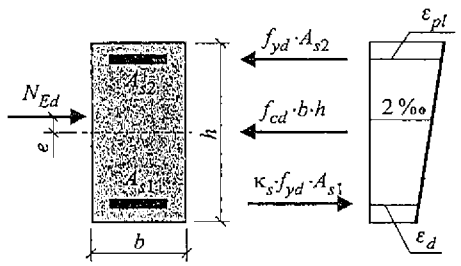
i korzystając z równania równowagi sił – wartość A_{s2}:

$$N_{Ed} = f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \xi_{eff} + A_{s2} \cdot f_{yd} - \rho_{min} \cdot b \cdot d \cdot \kappa_s f_{yd} . \tag{4.11}$$

**** Postępując jak w ***, okazało się, że $x_{eff} > 0{,}8h$. Oznacza to, że cały przekrój jest ściskany. Sytuacja taka zdarza się relatywnie rzadko. Do obliczeń można wtedy przyjąć następujący uproszczony schemat obliczeniowy (rys. 4.7).

W ogólnym przypadku występują tu trzy niewiadome A_{s1}, A_{s2} i ε_d. Problem można rozwiązać w ten sposób, że założy się wykorzystanie chociaż jednej ze stali – A_{s2} (lub obu).

Jeżeli stosujemy stal A-III o $f_{yd} = 350$ MPa i $\varepsilon_{pl} = 1{,}75‰$, to można założyć, że obie stale są wykorzystane i pominąć wpływ odkształceń. Warunek sumy momentów



Rys. 4.7. Układ sił i odkształceń w przekroju całkowicie ściskanym

obliczony względem A_{s1} ma wtedy postać:

$$N_{Ed}\left(e+\frac{h}{2}-a_1\right)=f_{cd}\cdot b\cdot h\cdot\left(\frac{h}{2}-a\right)+A_{s2}\cdot f_{yd}\,(d-a_2)\ . \tag{4.12}$$

Obliczamy z niego A_{s2} i w dalszej kolejności wyliczamy pole powierzchni drugiego zbrojenia z warunku równowagi sił:

$$N_{Ed}=f_{cd}\cdot b\cdot h+A_{s2}\cdot f_{yd}+A_{s1}\cdot f_{yd}\ . \tag{4.13}$$

Gdyby okazało się, że $A_{s1} < 0$, to oznaczałoby, że stal ta jest niewykorzystana. Można wtedy przyjąć $A_{s1} = \rho_{min} \cdot b \cdot d$. W przypadku użycia stali o $\varepsilon_{pl} = 2{,}1\%$ (stal A-III N) wykorzystanie stali A_{s1} jest niemożliwe. Aby wykorzystana została stal A_{s2}, można korzystając z prawa płaskich przekrojów (rys. 4.7) wyliczyć taką wartość ε_d, aby stal A_{s2} była wykorzystana. Pole powierzchni A_{s2} wylicza się z (4.12), natomiast zmodyfikowana postać równania (4.13) jest następująca:

$$N_{Ed}=f_{cd}\cdot b\cdot h+A_{s2}\cdot f_{yd}+\kappa_s\cdot A_{s1}\cdot f_{yd}\ , \tag{4.14}$$

gdzie κ_s określone jest wzorem 4.4.

4.2.3. Wymiarowanie przekrojów mimośrodowo ściskanych metodą ogólną

Uwagi dotyczące obliczania przekrojów mimośrodowo ściskanych, podane w punkcie 4.2.2, dotyczą również metody ogólnej. W szczególności oznacza to, że podczas wymiarowania konieczne jest wprowadzenie dodatkowych założeń umożliwiających zapisanie trzeciego „brakującego" równania. Tok postępowania i wspomniane założenia mogą być całkowicie analogiczne do opisanych.

Wadą (praktyczną) metody ogólnej jest w wielu przypadkach dużo bardziej skomplikowana forma równań. Ich rozwiązanie wymaga stosowania metod numerycznych – programów komputerowych. Jeżeli wymiaruje się słupy, w których zbrojenie usytuowane jest wyłącznie w okolicach krawędzi, to wyniki obliczeń prowadzonych metodami ogólną i uproszczoną dają praktycznie takie same wyniki i nie ma powodu, aby używać metody bardziej skomplikowanej. Zalety metody ogólnej są natomiast widoczne, gdy zbrojenie jest rozmieszczone równomiernie w całym przekroju (na przykład słupy o przekroju kołowym ze zbrojeniem równomiernie rozłożonym wzdłuż całego obwodu). Bardziej dokładne obliczenia to efekt tego, że ten sposób wymiarowania wykorzystuje prawo płaskich przekrojów.

Szczegółowe postacie równań równowagi są (podobnie jak w metodzie uproszczonej) zależne od wytężenia poszczególnych elementów (wykorzystania stali i betonu). Przykładowo można podać (dla stali A-III N i $a/d = 0{,}1$):

– obie stale i beton są wykorzystane, tzn. $\xi \in \langle 0{,}25, 0{,}625\rangle$

$$n=\frac{N_{Ed}}{f_{cd}bd}=\frac{17}{21}\xi+(\rho_2-\rho_1)\frac{f_{yd}}{f_{cd}}\ , \tag{4.15}$$

$$m=\frac{M_{Ed}}{f_{cd}bd^2}=\frac{17}{21}\xi\left(1-\frac{99}{238}\xi\right)+0{,}9\rho_2\frac{f_{yd}}{f_{cd}}-0{,}45n\ , \tag{4.16}$$

– stal w strefie rozciąganej jest wykorzystana, a w ściskanej nie, tzn. $\xi \in (0{,}25; 0{,}1)$

$$n=\frac{17}{21}\xi+\frac{f_{yd}}{f_{cd}}\cdot\left[\frac{5}{3}\cdot\frac{(\xi-0{,}1)}{\xi}\cdot\rho_2-\rho_1\right]\ , \tag{4.17}$$

$$m=\frac{17}{21}\xi\cdot\left(1-\frac{99}{238}\xi\right)+\frac{3}{2}\cdot\frac{f_{yd}}{f_{cd}}\cdot\frac{(\xi-0{,}1)}{\xi}-0{,}45n\ , \tag{4.18}$$

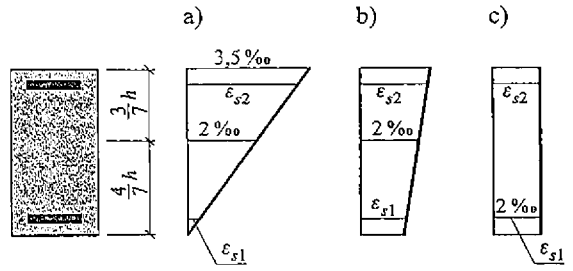
– jest strefa rozciągana, ale zbrojenie A_{s1} nie jest wykorzystane, $\xi \in \langle 0{,}625, 1\rangle$

$$n=\frac{17}{21}\xi+\frac{f_{yd}}{f_{cd}}\cdot\left[\rho_2-\frac{5}{3}\rho_1\cdot\frac{(1-\xi)}{\xi}\right]\ , \tag{4.19}$$

warunek równowagi momentów ma postać taką jak w równaniu (4.16),

– cały przekrój jest ściskany.

Konieczność wyodrębnienia takiej sytuacji wynika z tego, że zgodnie z wymaganiami normy musi być spełniony dodatkowy warunek ograniczający wartość odkształceń w betonie ściskanym. Zgodnie z nim maksymalna wartość odkształceń w przekroju odległym od krawędzi o $\frac{3}{7}h$ może wynosić $\varepsilon = 2‰$. Oznacza to, że możliwy zakres odkształceń w przekroju całkowicie ściskanym odpowiada tym, które są przedstawione na poniższym rysunku.



Rys. 4.8. Zakres przebiegów odkształceń w przekroju całkowicie ściskanym

Rysunek 4.8a przedstawia sytuację graniczną, w której na dolnej krawędzi przekroju odkształcenia są równe zeru. Można ją określić jako taką, w której siła ściskająca znajduje się na krawędzi uogólnionego rdzenia przekroju.

Korzystając z prawa płaskich przekrojów, można wyznaczyć odkształcenia i w dalszej kolejności naprężenia w zbrojeniu A_{s1}:

$$\sigma_{s1} = \varepsilon_{s1} \cdot E_s = 3{,}5 \cdot \frac{a}{h} \cdot E_s = \frac{3{,}5}{\varepsilon_{pl}} \cdot \frac{a}{h} \cdot f_{yd} \,. \tag{4.20}$$

Warunek równowagi sił ma postać:

$$N_{Ed} = \frac{17}{21} f_{cd} \cdot b \cdot h + f_{yd} \cdot \left(A_{s2} + \frac{3{,}5}{\varepsilon_{pl}} \cdot \frac{a}{h} \cdot A_{s1} \right) . \tag{4.21}$$

Warunek równowagi momentów obliczony względem dolnej krawędzi przekroju jest następujący:

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot \left(e + \frac{h}{2} \right) = \frac{139}{294} f_{cd} \cdot b \cdot h^2 + A_{s2} f_{yd} \cdot (h - a) + A_{s1} f_{yd} \cdot \frac{3{,}5}{\varepsilon_{pl}} \cdot \frac{a^2}{h} \,. \tag{4.22}$$

Na tej podstawie można wyznaczyć graniczną wartość mimośrodu e:

$$e_{max} = \frac{\frac{139}{294} f_{cd} \cdot b \cdot h^2 + A_{s2} f_{yd} \cdot (h - a) + A_{s1} f_{yd} \cdot \frac{3{,}5}{\varepsilon_{pl}} \cdot \frac{a^2}{h}}{\frac{17}{21} f_{cd} \cdot b \cdot h + f_{yd} \cdot \left(A_{s2} + \frac{3{,}5}{\varepsilon_{pl}} \cdot \frac{a}{h} \cdot A_{s1} \right)} - \frac{h}{2} \,. \tag{4.23}$$

Jeżeli przyjmie się, że w typowych sytuacjach $a \approx 0{,}1h$ i zauważy, że wpływ zbrojenia A_{s1} jest znikomy, to można formułę tę zapisać w prostszej postaci. Przykładowo dla stali A-III N ($\varepsilon_{pl} = 2{,}1‰$) otrzymuje się:

$$\frac{e}{h} \approx \frac{\frac{139}{294} + 0{,}9\rho_2 \frac{f_{yd}}{f_{cd}}}{\frac{17}{21} + \rho_2 \frac{f_{yd}}{f_{cd}}} - \frac{1}{2} \,, \tag{4.24}$$

$$n = \frac{N}{f_{cd} b h} = \frac{17}{21} + \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \rho \,. \tag{4.25}$$

W tabeli 4.1 zestawiono graniczne wartości e/h i n, przy których na krawędzi dolnej odkształcenia są praktycznie równe zeru. Wyraźny jest znaczący wpływ stopnia zbrojenia $\rho_2 = A_{s2}/bh$. Warto też zwrócić uwagę, że dla stopnia zbrojenia rzędu 1,0–1,4% stosunek e/h odpowiada w przybliżeniu wartości klasycznego sprężystego rdzenia $h/6 \approx 0{,}17h$. Tabela taka (lub analogiczna) może służyć do szybkiej oceny stanu wytężenia słupa. Przykładowo, jeżeli dla określonego e/h i stopnia zbrojenia, rzeczywista wartość n jest większa od znajdującej się w tablicy, to można przyjąć, że cały przekrój musi być ściskany i $\varepsilon_d > 0$. W przeciwnym przypadku możemy być przekonani, że mamy do czynienia z przypadkiem występowania strefy rozciąganej.

Tabela 4.1. Wartości e/h i n dla różnych stopni zbrojenia

ρ_2 %	C20/25		C25/30		C30/37	
	e/h	n	e/h	n	e/h	n
0	0,084	0,810	0,084	0,810	0,084	0,810
0,2	0,107	0,873	0,103	0,860	0,100	0,852
0,4	0,127	0,936	0,119	0,910	0,114	0,894
0,6	0,144	0,999	0,134	0,961	0,127	0,936
0,8	0,159	1,062	0,147	1,011	0,138	0,978
1	0,173	1,125	0,159	1,062	0,149	1,020
1,2	0,185	1,188	0,170	1,112	0,159	1,062
1,4	0,195	1,251	0,180	1,162	0,168	1,104
1,6	0,205	1,314	0,189	1,213	0,177	1,146
1,8	0,214	1,377	0,198	1,263	0,185	1,188
2	0,222	1,440	0,205	1,314	0,192	1,230
2,2	0,230	1,503	0,212	1,364	0,199	1,272
2,4	0,237	1,566	0,219	1,414	0,205	1,314
2,6	0,243	1,629	0,225	1,465	0,211	1,356
2,8	0,249	1,692	0,231	1,515	0,217	1,398
3	0,254	1,755	0,237	1,566	0,222	1,440
3,2	0,259	1,818	0,242	1,616	0,227	1,482

Drugim granicznym przypadkiem jest sytuacja pokazana na rysunku 4.8c. Odkształcenia w całym przekroju są równe 2‰. Jeżeli do zbrojenia wykorzystuje się stal A-III N, to naprężenia w stali są równe $0{,}95 f_{yd}$. Warunek równowagi sił można zapisać wtedy w postaci:

$$n = 1 + 0{,}95\omega \,, \qquad \omega = \rho \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \,. \tag{4.26}$$

Korzystając natomiast z warunków równowagi momentów, można określić wartość mimośrodu:

$$\frac{e}{h} \approx \frac{0{,}38 \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} (\rho_2 - \rho_1)}{1 + 0{,}95 (\rho_1 + \rho_2) \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}} \,. \tag{4.27}$$

Jego wartość jest niewielka i zależy głównie od stopni zbrojenia. Przy różnicy sięgającej przykładowo 2% otrzymuje się $e/h \approx 0{,}09$.

W przypadku sytuacji pośredniej prawie zawsze zbrojenie A_{s2} będzie już w pełni wykorzystane, a dolne A_{s1} jedynie w pewnym stopniu. Na odcinku pomiędzy dolną krawędzią przekroju słupa a punktem $x = \frac{4}{7}h$ zależność pomiędzy odkształceniami i naprężeniami w betonie ma postać:

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \left(\varepsilon_c - 0{,}25\varepsilon_c^2 \right) \,, \qquad \varepsilon_c \text{ w } ‰. \tag{4.28}$$

Warunek równowagi sił ma postać:

$$N_{Ed} = \frac{f_{cd} \cdot bh}{21}\left(8 + 4\varepsilon_o - \varepsilon_o^2\right) + \frac{3f_{cd} \cdot bh}{7} + \rho_2 \cdot bh \cdot f_{yd} + \rho_1 \cdot bh \cdot f_{yd} \cdot \frac{\frac{7}{4} \cdot \frac{(2-\varepsilon_o)}{h} \cdot a + \varepsilon_o}{\varepsilon_{pl}} . \tag{4.29}$$

Przy założeniu $a/h \approx 0{,}1$ i $\varepsilon_{pl} = 2{,}1‰$ otrzymuje się:

$$N_{Ed} = \frac{f_{cd} \cdot bh}{21}\left(17 + 4\varepsilon_o - \varepsilon_o^2\right) + bh \cdot f_{yd} \cdot \left[\rho_2 + \left(\frac{1}{6} + \frac{11}{28} \cdot \varepsilon_o\right) \cdot \rho_1\right] . \tag{4.30}$$

Równanie (4.30) można zapisać w postaci:

$$n = \frac{17 + 4\varepsilon_o - \varepsilon_o^2}{21} + \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \left[\rho_2 + \left(\frac{1}{6} + \frac{11}{28} \cdot \varepsilon_o\right) \cdot \rho_1\right] . \tag{4.31}$$

Warunek równowagi momentów obliczony względem dolnej krawędzi ma postać:

$$N_{Ed}\left(e + \frac{h}{2}\right) = \frac{f_{cd}bh^3}{294}\left(139 + 8\varepsilon_o - 2\varepsilon_o^2\right) + \rho_2 \cdot bh^2 \cdot 0{,}9f_{yd} + \rho_1 \cdot bh^2 \cdot 0{,}1f_{yd} \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{11}{28}\varepsilon_o\right) . \tag{4.32}$$

Warto zwrócić uwagę, że równania (4.31) i (4.32) są uogólnieniem poprzednich przypadków. Jeżeli we wzorach podstawi się $\varepsilon_o = 0$, to otrzyma się wyniki identyczne z (4.21) i (4.22), a wartość $\varepsilon_o = 2\%$ odpowiada stanowi opisanemu równaniami (4.26) i (4.27).

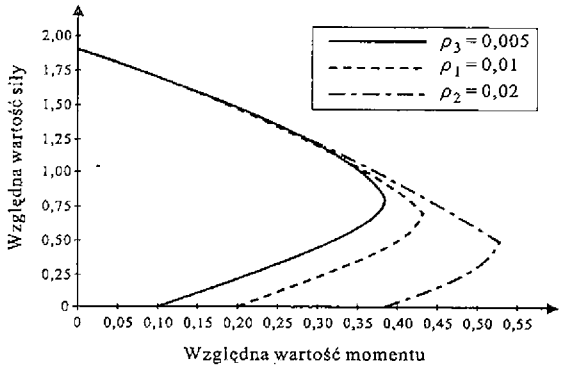
4.3. Nośność przekrojów mimośrodowo ściskanych

Określenie nośności w odniesieniu do przekrojów mimośrodowych polega na podaniu, jakie maksymalne wartości momentu zginającego $M_{Ed,max}$ i siły $N_{Ed,max}$ mogą wystąpić w danym przekroju. Z ich istoty wynika, że nośność określona jest za pomocą krzywej interakcji M_{Ed}–N_{Ed}. Najwygodniej jest zależność tę przedstawić we współrzędnych bezwymiarowych $m = M_{Ed}/(f_{cd}bd^2)$ i $n = N_{Ed}/(f_{cd}bd)$.

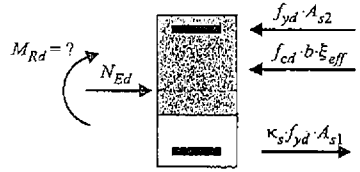
Przykłady takich krzywych dla zbrojenia $\rho_1 = 0{,}5\%$, 1% i 2% pokazane są na rysunku 4.9. Jeżeli przy obliczaniu ich skorzysta się z zasad podanych w punktach 4.2.2 i 4.2.3, to niezależnie od wybranej metody otrzyma się prawie identyczne wyniki.

Pokazane obwiednie nośności (rys. 4.9) są stosunkowo rzadko wykorzystywane. Zdecydowanie częściej projektant ma do czynienia z sytuacją, gdy pojęcie wyznaczenia nośności sprowadza się bądź to do obliczania maksymalnej wartości siły N_{Ed} przy zadanym lub znanym mimośrodzie e (np. słup ze wspornikiem, na którym oparta ma być belka stropowa), bądź do wyznaczania maksymalnego momentu M_{Ed}, gdy znana jest wartość siły N_{Ed} (wyznaczanie obciążeń poziomych, które mogą działać na słup – np. parcie wiatru na ściany).

Określając nośność w takich sytuacjach dysponujemy oczywiście danymi dotyczącymi wartości A_{s1}, A_{s2}, f_{cd} i f_{yd} oraz charakterystyką geometryczną przekroju. Układ sił w przekroju, gdy niewiadomy jest moment (mimośród), pokazany jest na rysunku 4.10.



Rys. 4.9. Przykładowe krzywe interakcji $M_{Ed}/(f_{cd}bd^2)$ i $N_{Ed}/(f_{cd}bd)$ dla różnych stopni zbrojenia ρ_1 i ρ_2



Rys. 4.10. Układ sił w przekroju mimośrodowo ściskanym przy wyznaczaniu M_{Rd}

Jeżeli pole powierzchni zbrojenia A_{s1} nie jest zbyt małe, to można wstępnie założyć, że w przekroju jest rozciąganie i jako wartość κ_s wstawić (4.10), a warunek równowagi sił ma wtedy postać:

$$N_{Ed} = A_{s2}f_{yd} + f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \xi_{eff} - A_{s1}f_{yd} \cdot \frac{0{,}8 - \xi_{eff}}{0{,}8 - \xi_{eff,lim}} . \tag{4.33}$$

Jedyną niewiadomą w tym równaniu jest ξ_{eff} i po jego rozwiązaniu sprawdza się przyjęte założenie, tzn. czy $\xi_{eff} \in \left\langle \xi_{eff,lim}, 0{,}8\frac{h}{d} \right\rangle$. Jeżeli tak jest w istocie, to znaczy, że założenie było słuszne i wartość M_{Rd} można obliczyć z jakiegoś dowolnego równania równowagi. Warunek równowagi momentów względem zbrojenia A_{s1} prowadzi do zależności:

$$M_{Rd} + N_{Ed} \cdot \left(\frac{h}{2} - a_1\right) = A_{s2}f_{yd}\,(d - a_2) + f_{cd} \cdot bd^2 \cdot \xi_{eff}\left(1 - 0{,}5\xi_{eff}\right) , \tag{4.34}$$

z której można wyznaczyć M_{Rd} i ewentualnie $e = M_{Rd}/N_{Ed}$. Gdyby okazało się, że $\xi_{eff} > 0{,}8\frac{h}{d}$, to oznaczałoby, że cały przekrój jest ściskany i sytuacja w przekroju jest taka jak na rysunku 4.7. Niewiadomą jest wtedy nie ξ_{eff}, lecz ε_d. Jeżeli do równania (4.14)

wstawi się (4.4), to warunek równowagi ma postać:

$$N_{Ed} = f_{cd} \cdot b \cdot h + A_{s2} f_{yd} + \frac{0{,}825\varepsilon_d + 0{,}35}{\varepsilon_{pl}} \cdot A_{s1} f_{yd} \,. \tag{4.35}$$

Z równania tego wyznacza się $\varepsilon_d \leqslant 2‰$, a wartość M_{Rd} można obliczać z (4.34), wstawiając zamiast ξ_{eff} wartość $0{,}8\frac{h}{d}$.

Uwaga

Dla stali o $\varepsilon_{pl} > 2\%$ może się okazać, że stal A_{s2} też jest niewykorzystana. Aby uwzględnić taką sytuację, należałoby zmodyfikować równanie (4.35), zastępując iloczyn $A_{s2}f_{yd}$ przez $A_{s2}f_{yd} \cdot \frac{\varepsilon_{s2}}{\varepsilon_{pl}}$, a ε_{s2} zapisać w funkcji ε_d, korzystając z prawa płaskich przekrojów i rysunku 4.7.

Rozwiązując równanie (4.33), można też otrzymać wartość $\xi_{eff} < \xi_{eff,lim}$. Oznacza to, że stal A_{s1} jest w pełni wykorzystana i właściwa postać równania równowagi sił musi być zmodyfikowana do następującej:

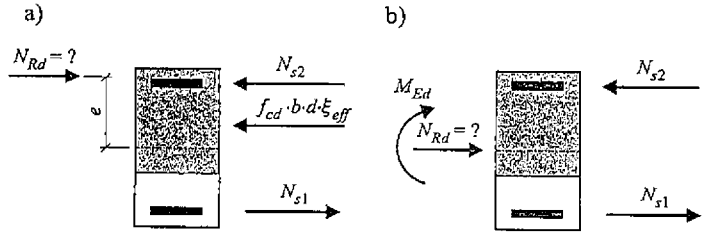
$$N_{Ed} = A_{s2} f_{yd} + f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot \xi_{eff} - A_{s1} f_{yd} \,. \tag{4.36}$$

Jeżeli rozwiązując (4.36) otrzyma się $\xi_{eff} \in \left(\xi_{eff,lim}, \frac{2{,}8 \cdot a}{\varepsilon_{pl} \cdot d}\right)$, będzie to potwierdzać, że obie stale są wykorzystane i podstawiając ξ_{eff} do (4.34) obliczyć można M_{Rd}. Przy mniejszych wartościach ξ_{eff} wykorzystanie strefy ściskanej nie będzie pełne. Można przeprowadzić szczegółową analizę tej sytuacji, uwzględniającą zarówno stopień wykorzystania betonu, jak i stal A_{s2}, biorąc pod uwagę również ograniczenia wynikające z odkształcalności stali A_{s1}.

W większości sytuacji nie jest to jednak konieczne. Wystarczająco dokładny wynik otrzyma się, zauważając, że gdy $\xi_{eff} < \frac{2{,}8}{\varepsilon_{pl}} \frac{a}{d}$ (lub $\xi_{eff} < 2\frac{a}{d}$), strefa ściskana jest na tyle mała, że można przyjąć, że miejsca wypadkowych sił w betonie i stali prawie się pokrywają. Obliczając wtedy równowagę momentów względem miejsca położenia zbrojenia A_{s2}, otrzymuje się:

$$M_{Rd} = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot (d - a_2) + N_{Ed} \cdot \left(\frac{h}{2} - a_2\right) \,. \tag{4.37}$$

Drugie z zagadnień dotyczących wyznaczania nośności ilustruje rysunek 4.11.



Rys. 4.11. Układ sił w przekroju mimośrodowo ściskanym przy wyznaczaniu N_{Rd}

Liczba niewiadomych pozostaje taka sama – dwie N_{Rd} oraz ξ_{eff} (x_{eff}). Ponieważ dysponujemy dwoma niezależnymi równaniami równowagi, to zagadnienie jest statycznie wyznaczalne. Nie trzeba (i nie wolno!) wprowadzać dodatkowych założeń, jak to robiono przy wymiarowaniu. Oprócz obu zbrojeń dane jest też e (lub M_{Ed}).

Z punktu widzenia rachunkowego najprościej jest zacząć od warunku równowagi sił względem miejsca przyłożenia siły N_{Rd}. Dzięki temu „rozdzielone" zostają niewiadome.

Na rysunku 4.11 siły w stalach A_{s1} i A_{s2} zaznaczone zostały symbolicznie, ponieważ ich szczegółowa postać zależy od stopnia ich wykorzystania (podobnie jak to już opisywano).

Jeżeli siła N_{Rd} znajduje się w odległości od osi przekroju nie mniejszej niż stal A_{s2}, to mamy gwarancję, że stal A_{s1} jest rozciągana. Warunek równowagi momentów można zapisać w postaci:

$$-\frac{0{,}8 - \xi_{eff}}{0{,}8 - \xi_{eff,lim}} \cdot A_{s1} f_{yd} \cdot \left(e + \frac{h}{2} - a_1\right) + f_{cd} b d \xi_{eff} \cdot \left[\frac{\xi_{eff} d}{2} - \left(\frac{h}{2} - e\right)\right] + A_{s2} f_{yd} \cdot \left[e - \frac{h}{2} - a_2\right] = 0 \,. \tag{4.38}$$

Po rozwiązaniu tego równania kwadratowego trzeba tradycyjnie już sprawdzić, czy rozwiązanie ξ_{eff} należy do odpowiedniego przedziału, tzn. $\xi_{eff} \in \left\langle \xi_{eff,lim}, 0{,}8\frac{h}{a} \right\rangle$. Jeżeli jest to prawdą, to wartość siły N_{Rd} można wyznaczyć np. z (4.33).

Przy dużych mimośrodach stal A_{s1} jest wykorzystana w pełni. Dlatego też jeżeli rozwiązanie (4.38) spełnia warunek $\xi_{eff} < \xi_{eff,lim}$, można skorzystać ze zmodyfikowanej postaci tego równania. Modyfikacja polega na prostym zastąpieniu wartości $\kappa_s = \frac{0{,}8 - \xi_{eff}}{0{,}8 - \xi_{eff,lim}}$ przez $\kappa_s = 1$.

Teraz po rozwiązaniu równania sprawdza się czy wyliczone w ten sposób $\xi_{eff} \in \left\langle \xi_{eff,lim}, \frac{2{,}8}{\varepsilon_{pl}} \frac{a}{d} \right\rangle$. Jeżeli warunek ten jest spełniony, to obliczone ξ_{eff} jest prawidłowe i można przejść do (4.33) i obliczyć $N_{Ed} = N_{Rd}$. Przy bardzo dużych mimośrodach przekrój mimośrodowo ściskany pracuje w sposób bardzo zbliżony do elementów zginanych podwójnie zbrojonych. Gdy więc okaże się, że $\xi_{eff} < \frac{2{,}8}{\varepsilon_{pl}} \frac{a}{d}$, to posiłkując się podanymi już uzasadnieniami, można nośność (siłę N_{Rd}) obliczyć, zapisując warunek równowagi momentów względem stali A_{s2} (zakładamy, że tam też znajduje się wypadkowa siła ściskająca w betonie). Równanie to ma postać:

$$N_{Rd}\left(e - \frac{h}{2} + a_2\right) = A_{s1} f_{yd} \cdot (d - a_2) \,. \tag{4.39}$$

Podobnie jak przy wymiarowaniu, również przy określaniu nośności wyodrębnia się przypadek, gdy ściskanie obejmuje cały przekrój. Z taką sytuacją ma się do czynienia, gdy rozpoczynając procedurę wyznaczania nośności od obliczenia ξ_{eff} z (4.38) okaże się, że $\xi_{eff} > 0{,}8\frac{h}{d}$. Układ sił w przekroju jest taki, jaki pokazano na rysunku 4.7. Jeżeli zbrojenie wykonane jest ze stali A-III N, to mamy pewność, że dolne zbrojenie nie jest wykorzystane i naprężenia w nim można ustalić, korzystając z prawa płaskich przekrojów:

$$\sigma_{s1} = \left[\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_{pl}} + \frac{7(2 - \varepsilon_d)}{4\varepsilon_{pl}} \cdot \frac{a_1}{h}\right] \cdot f_{yd} = \kappa_{s1} \cdot f_{yd} \,. \tag{4.40}$$

W skrajnych przypadkach (np. mimośród związany tylko z imperfekcją) również górne zbrojenie nie będzie wykorzystane. Naprężenie w nim można wyliczyć ze wzoru:

$$\sigma_{s2} = \left[\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_{pl}} + \frac{7(2-\varepsilon_d)}{4\varepsilon_{pl}} \cdot \left(1 - \frac{a_2}{h}\right)\right] \cdot f_{yd} = \kappa_{s2} \cdot f_{yd} \,. \tag{4.41}$$

Jeżeli założymy, że stal A_{s2} jest wykorzystana, to warunek równowagi momentów względem miejsca przyłożenia siły ma następującą postać:

$$0 = f_{cd} \cdot b \cdot h \cdot e + \kappa_{s1} \cdot f_{yd} \cdot A_{s1} \cdot \left(\frac{h}{2} + e - a_1\right) - A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{h}{2} - e - a_2\right) . \tag{4.42}$$

Niewiadomą, którą wylicza się z tego równania, jest ε_d (w κ_{s1}). Jeżeli tak wyznaczoną wartość ε_d wstawimy do (4.41) i otrzymamy $\sigma_{s2} > f_{yd}$, to założenie okazuje się prawdziwe i nośność można wyliczyć ze wzoru:

$$N_{Ed} = N_{Rd} = f_{cd} \cdot b \cdot h + \kappa_{s1} \cdot A_{s1} \cdot f_{yd} + A_{s2} \cdot f_{yd} \,. \tag{4.43}$$

Gdyby jednak również zbrojenie A_{s2} było niewykorzystane, to wtedy należy zmodyfikować równanie (4.42), zastępując $A_{s2} \cdot f_{yd}$ przez $\kappa_{s2} \cdot f_{yd} \cdot A_{s2}$. Identycznie należy wtedy modyfikować równanie (4.43).

Analiza nośności w sytuacji, która jest przedstawiona na rysunku 4.11b, jest identyczna. Przedstawione powyżej równania mają tylko nieco zmienioną postać. Warunki równowagi momentów są formułowane względem miejsca występowania siły, a więc środka przekroju i mają postać $\sum M_{względemOX} = M_{Ed}$ (które jest znane).

Obwiednie nośności pokazane na rysunku 4.9 sporządza się w wyjątkowych sytuacjach. Najczęściej można je znaleźć w katalogach firm zajmujących się produkcją słupów prefabrykowanych o określonych gabarytach i zbrojeniu. Takie obwiednie konstruuje się w ten sposób, że bierze się pod uwagę układ równań równowagi i przekształca się go, eliminując wartość ξ (lub ξ_{eff}), jeżeli zakres dotyczy słupów ze strefą rozciąganą lub ε_d, jeżeli cały przekrój jest ściskany. Obliczenia przeprowadza się najczęściej numerycznie.

Przedstawienie obwiedni nośności słupa jest wygodne, gdyż pozwala bezpiecznie dobierać typ słupa do projektowanych obciążeń. Właściwy wybór oznacza, że obciążenia m i n znajdują się wewnątrz obwiedni (bliżej osi niż funkcja $m = m(n)$). W starannie opracowanym katalogu powinno być uwzględnione to, że o nośności słupów mogą decydować ich smukłości. Chodzi o to, że dwa jednakowo zbrojone słupy o takim samym przekroju poprzecznym i zbrojeniu mogą mieć inne nośności przy różniących się wysokościach lub (i) sposobach zamocowania.

4.4. Efekty drugiego rzędu w projektowaniu słupów

4.4.1. Uwagi ogólne

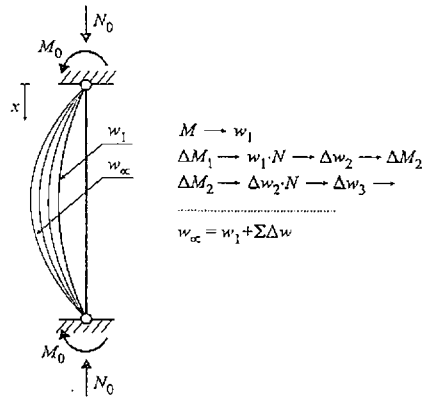
Mianem efektów drugiego rzędu określa się dodatkowe skutki oddziaływań spowodowane odkształceniami konstrukcji. Najczęściej są to dodatkowe momenty lub mimośrody działania sił. Problemy te występują, jeżeli konstrukcja lub jej element są na tyle podatne (smukłe), a obciążenia tak działające, że deformacje osi są znaczne.

Rozróżnić można analizę efektów drugiego rzędu na poziomie globalnym oraz odniesioną do elementów wydzielonych. Analiza globalna dotyczy obliczeń statycznych całego układu konstrukcyjnego, w których powinno się uwzględniać wpływy zarysowania, pełzania i nieliniowych właściwości materiałów. Jest to problematyka skomplikowana, dotyczy wyrafinowanych konstrukcji i wymaga od projektantów bardzo dużej wiedzy i doświadczenia oraz stosowania zaawansowanych procedur numerycznych (odpowiednie programy komputerowe).

Zdecydowanie częściej trzeba zmierzyć się z problematyką efektów drugiego rzędu w odniesieniu do elementów wydzielonych (np. słupy, ściany, łuki). Tutaj procedurę postępowania można sprowadzić do dwóch podstawowych kroków:

- przeprowadza się tradycyjne obliczenia statyczne konstrukcji bazujące na zasadzie zesztywnienia (typowa analiza I rzędu),
- sprawdza się smukłości poszczególnych elementów i jeżeli są one znaczne, oblicza dodatkowe momenty (mimośrody) wywołane przez odkształcenia tego elementu.

Istotę tego procesu ilustruje (w odniesieniu do słupa wydzielonego) rysunek 4.12.



Rys. 4.12. Istota szacowania efektów II rzędu

Pod wpływem działania M następuje odkształcenie osi pręta $w_1(x)$. To dodatkowe przemieszczenie skutkuje pojawieniem się dodatkowego momentu $\Delta M_1(x) = w_1(x)P$. Moment $\Delta M_1(x)$ powoduje kolejny przyrost odkształcenia osi pręta itd. W ten sposób tworzy się szereg przyrostów momentów ΔM_i oraz odpowiadających im przyrostów przemieszczenia $w_i(x)$. Jeżeli szeregi te są zbieżne, to trzeba oszacować ich sumy, a efekt drugiego rzędu można zapisać w jeden z alternatywnych sposobów:

$$e_{tot}(x) = e_o(x) + \sum_{i=1}^{\infty} w_i(x) \,, \tag{4.44}$$

lub

$$M_{Ed}(x) = M_{Ed}(x) + \sum_{i=1}^{\infty} M_i(x) \,. \tag{4.45}$$

Jeżeli szeregi te są rozbieżne, to słup ulega zniszczeniu w wyniku wyboczenia, a odpowiadające temu obciążenie nazywa się siłą krytyczną lub siłą wyboczeniową N_B (pokazany na rysunku 4.12 moment $M = N_o \cdot e_o$). Pomimo, że istota problemu jest dosyć oczywista, to praktyczne rozwiązania sprawiają sporo kłopotów i wiążą się z koniecznością stosowania dodatkowych uproszczeń. Warto zasygnalizować następujące trudności:

- Ścisła procedura wymagałaby stosowania metody kolejnych kroków, tak aby obliczyć przybliżoną wartość sum podanych we wzorach (4.44) i (4.45). Często okazuje się, że szeregi te można bardzo dobrze aproksymować szeregiem geometrycznym. Tak jest na przykład w sytuacji, gdy moment ma stałą wartość na całej wysokości słupa. Przy zmiennej wartości momentu nie jest to już takie oczywiste.
- Przy zmieniającej się wartości momentu (nawet tylko liniowo) wyjątkowo kłopotliwe staje się określenie przekrojów, w których przyrost momentu lub mimośrodu będzie, po zsumowaniu z wartością początkową, największy i tym samym miarodajny dla sprawdzania nośności.
- Odkształcalność elementu żelbetowego w ogromnym stopniu zależy od efektów związanych z pełzaniem i ewentualnym zarysowaniem. Już same te zjawiska wymagają skomplikowanego opisu. Ich implementacja do zagadnień statyki II rzędu stwarza jeszcze poważniejsze problemy.

4.4.2. Nośność słupów z uwzględnieniem efektów II rzędu

Norma pozwala wstępnie oszacować, czy przy wyznaczaniu nośności można pominąć efekty drugiego rzędu. Jest to możliwe, gdy spełniony jest warunek:

$$\lambda = \frac{l_o}{i} \leqslant \lambda_{lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} . \tag{4.46}$$

We wzorze tym l_o jest długością efektywną (wyboczeniową), i – promieniem bezwładności obliczonym jak dla betonowego przekroju niezarysowanego. Pozostałe parametry mają następujące znaczenie i opisane są odpowiednimi wzorami:

- A – uwzględnia wpływ pełzania na odkształcalność:

$$A = \frac{1}{0{,}2\varphi_{ef} + 1} ; \qquad \varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{M_{oEqp}}{M_{oEd}} . \tag{4.47}$$

Przy obliczaniu efektywnego współczynnika pełzania φ_{ef} bierze się pod uwagę stosunek momentu pierwszego rzędu obliczonego tak jak dla stanów granicznych użytkowania – M_{oEqp} do momentu wywołanego obciążeniem obliczeniowym M_{oEd}.

- B – uwzględnia wpływ intensywności zbrojenia:

$$B = \sqrt{1 + 2\rho \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}} . \tag{4.48}$$

We wzorze tym $\rho = \rho_1 + \rho_2$, tzn. jest sumarycznym stopniem zbrojenia.

- C – uwzględnia wpływ przebiegu momentów (wartości w węzłach):

$$C = 1{,}7 \pm \frac{M_{o1}}{M_{o2}} . \tag{4.49}$$

$|M_{o2}| > |M_{o1}|$; znak (−) przyjmuje się, gdy momenty są takiego samego znaku, a (+), gdy przeciwnych. Wartości parametru C mogą zmieniać się od 0,7 (stały moment) do 2,7 – na końcach równe momenty, ale o przeciwnych znakach.

- Ostatni parametr n określony jest zależnością:

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} . \tag{4.50}$$

Jeżeli słup został zwymiarowany w oparciu o teorię pierwszego rzędu, to wszystkie powyższe parametry są łatwe do ustalenia. Miło jest, jeżeli okaże się, że $\lambda \leqslant \lambda_{lim}$. Wtedy uznaje się, że wymiarowanie słupa jest zakończone.

Gdy po obliczeniu $\lambda_{lim} < \lambda$, to trzeba wykonać ponownie wymiarowanie słupa, uwzględniając przyrost momentu (mimośrodu) wywołany efektami II rzędu.

Zgodnie z normą można to zrobić jedną z dwóch uproszczonych metod:

a) metodą nominalnej sztywności,
b) metodą nominalnej krzywizny.

Pierwsza z metod sprowadza się do obliczenia współczynnika powiększającego moment pierwszego rzędu. Głównymi wielkościami pomocniczymi są siła wyboczeniowa i nominalna sztywność (zastępcza, uwzględniająca w pewnym stopniu efekty zarysowania i pełzania), dla której wyznaczono tę siłę N_B.

Druga z metod służy obliczeniu nominalnego momentu drugiego rzędu. Podstawą jest zależność pomiędzy wartością dodatkowego mimośrodu e_2 i krzywizną osi pręta $1/r$. W sposób jawny uwzględnione są efekty pełzania, natomiast problem zarysowania „ukryty" jest we współczynniku zależnym od relatywnego obciążenia przekroju siłą.

Analiza wykorzystująca pojęcie siły wyboczeniowej N_B jest bardziej zgodna z intuicyjnym podejściem do problemu i to ją omówiono bardziej szczegółowo. Podstawowym parametrem, który należy określić, jest wartość siły wyboczeniowej N_B. Pojęcie to nie jest w normie określone wzorami, a jedynie ogólnie opisane są wymagania dotyczące zasad jej wyznaczania. Staje się to zrozumiałe, gdy uświadomimy sobie, że wartość N_B zależy od bardzo wielu konkretnych, jednostkowych niekiedy warunków.

Stosunkowo najłatwiej jest określić wartość siły N_B w sytuacji, gdy mamy do czynienia ze słupem o stałym przekroju poprzecznym, obciążonym stałą siłą i takim momentem zginającym (jest to najbardziaj niekorzystna sytuacja), a jego węzły można traktować jako nieprzesuwne. Wtedy postępując zgodnie z opisanymi zasadami, można przyjąć z dużą dokładnością, że szereg przemieszczeń osi słupa, liczony w połowie jego wysokości, jest szeregiem geometrycznym. Efektem szczegółowych obliczeń jest wartość siły wyboczeniowej opisanej wzorem (4.51):

$$N_B = \frac{48}{5} \frac{EI}{l_o^2} . \tag{4.51}$$

Przy tak określonej wartości siły N_B moment zginający, uwzględniający efekty drugiego rzędu, można obliczyć z zależności:

$$N_B = N_{Ed} \cdot e_o \left[1 + \frac{\frac{6}{5}}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right] . \tag{4.52}$$

Formuły (4.51) i (4.52) są relatywnie proste, ale zaczynają się komplikować, gdy uświadomimy sobie, że występująca tu sztywność EI musi uwzględniać efekty związane z pełzaniem i ewentualnym zarysowaniem. Problemy te są szerzej omówione w dalszej części tego rozdziału.

Sytuacja zaczyna być jeszcze bardziej złożona, gdy wartość momentu nie jest stała na wysokości słupa. Bez wnikania w szczegóły można jedynie zasygnalizować następujące problemy:

a) zmieniająca się wartość momentu powoduje, że charakter (zbieżność) kolejnych przyrostów przemieszczenia zależy od położenia analizowanego przekroju słupa,
b) konsekwencją powyższego jest to, że hipotetyczne wartości siły N_B zaczynają zależeć zarówno od położenia przekroju, jak i przebiegu momentów,
c) nie można jednoznacznie stwierdzić, czy wartości momentu drugiego rzędu obliczone dla danego przekroju są większe niż np. moment M_o w węźle, który nie ulega przemieszczeniu.

W związku z tym należy w praktycznych zagadnieniach zastosować bezpieczne formuły umożliwiające prostsze rozwiązanie zagadnienia. (Nie wyklucza to oczywiście stosowania złożonych metod iteracyjnych w odniesieniu do bardziej skomplikowanych, nietypowych sytuacji).

* Słupy obciążone liniowo zmieniającym się momentem, ale bez zmiany znaku

W tym przypadku szansa zaistnienia istotnych efektów drugiego rzędu nawet dla typowych słupów jest znaczna. Bezpiecznym przybliżeniem jest przyjęcie, że wartość siły krytycznej jest identyczna jak w przypadku stałego momentu. Jeżeli przebieg momentu pierwszego rzędu zapisze się w postaci:

$$M = P \cdot e_o \cdot [1 - (1+\beta)\xi] \,, \tag{4.53}$$

gdzie $\beta = -\frac{M_{o2}}{M_{o1}} \geqslant -1$, a $\xi = \frac{x}{l_o}$, to pierwsze przemieszczenie można zapisać w postaci:

$$w_1(\xi) = \frac{Ne_o l^2}{EI}\left[\frac{(1+\beta)}{6}\cdot\xi^3 - \frac{\xi^2}{2} + \frac{(2-\beta)}{6}\cdot\xi\right], \tag{4.54}$$

a efekt drugiego rzędu jako:

$$\Delta M = \frac{48N_{Ed}\cdot e_o \cdot a}{48 - 5a}\left[\frac{(1+\beta)}{6}\cdot\xi^3 - \frac{\xi^2}{2} + \frac{(2-\beta)}{6}\cdot\xi\right], \tag{4.55}$$

gdzie $a = \frac{N_{Ed}\cdot l_o^2}{EI}$.

W tej sytuacji przebieg momentu drugiego rzędu wzdłuż osi słupa dany jest zależnością:

$$M_{Ed} = N_{Ed}\cdot e_o \cdot \left\{1 - (1+\beta)\cdot\xi + \frac{48a}{48-5a}\left[\frac{(1+\beta)}{6}\cdot\xi^3 - \frac{\xi^2}{2} + \frac{(2-\beta)}{6}\cdot\xi\right]\right\}. \tag{4.56}$$

Efekty drugiego rzędu należy uwzględnić, gdy $M_{Ed} > N_{Ed}\cdot e_o$, co, jak widać, zależy zarówno od wartości a, jak i od ξ.

O ile podanie ogólnych rozwiązań napotyka na zbyt duże bariery, o tyle przybliżone i bezpieczne rozwiązania tego problemu są dostępne.

Analizując wyniki rozwiązań numerycznych, można bezpiecznie przyjąć dla każdego przekroju ξ, że siła $N_B = 9{,}6EI/l_o^2$. W następnym kroku wyznacza się miejsce ekstremum ΔM (4.55) dla różnych wartości parametru β. Pozwala to określić, gdzie efekty drugiego rzędu będą największe. Przy zmieniającym się liniowo (malejącym) momencie przekrój ten nie jest tożsamy z miejscem występowania ekstremum całkowitego momentu. Jego położenie jest funkcją zarówno $a = \gamma N_B$, jak i przebiegu momentów β. Przeprowadzając odpowiednie obliczenia, można otrzymać wyniki w formie przedstawionej w tabelach 4.2 i 4.3.

Tabela 4.2. Zależności pomiędzy przebiegiem momentu (β) a miejscem występowania (ξ) ekstremum pierwszego przemieszczenia i jego względną wartością w

• Stały znak momentu

β	−1	−0,9	−0,8	−0,7	−0,6	−0,5	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1	0
ξ	0,5	0,496	0,491	0,485	0,479	0,472	0,465	0,456	0,446	0,435	0,423
$\frac{EI}{P\cdot e_o\cdot l_o^2}\cdot w$	0,125	0,119	0,113	0,106	0,100	0,094	0,088	0,082	0,076	0,070	0,064

W tabeli 4.3 przedstawione są wybrane wyniki obliczeń wykonanych zgodnie z przedstawionym algorytmem. W lewej części tabeli znajdują się wyniki obliczeń wykonanych dla $\beta = -0{,}3$, tzn. takiej sytuacji, gdy $M_{o2} = 0{,}3M_{o1}$. Wartości względnego momentu całkowitego to po prostu iloraz $M_{Ed}/N_{Ed}\cdot e_o$, który informuje, ile razy końcowa wartość momentu jest większa od momentu pierwszego rzędu. Pełni identyczną rolę jak wyrażenie w nawiasie we wzorze (4.52) dla stałej wartości momentu. Jest oczywiste, że ten iloraz jest funkcją $\gamma = N_{Ed}/N_B$. Współrzędna bezwymiarowa ξ_{ext} określa miejsce położenia przekroju, w którym występuje ten maksymalny moment. Warto zauważyć, że zawsze jest on bliżej niż miejsce ekstremum efektów drugiego rzędu i silnie zależy od wartości γ. Dla $\gamma \leqslant 0{,}3$ efekty drugiego rzędu można zgodnie z ogólnymi zasadami (są mniejsze niż 10%) pominąć. Gdyby wartość momentu była stała, przekraczałyby one 50%. Po prawej stronie tabeli są identycznie wyznaczone rezultaty, ale dla $M_{o2} = 0{,}2M_{o1}$.

Tabela 4.3. Względne wartości całkowitego momentu

$\beta = -0{,}3$ γ	ξ_{ext}	Względny moment całkowity	$\beta = -0{,}2$ γ	ξ_{ext}	Względny moment całkowity
0,1	−0,251	—	0,1	−0,338	—
0,2	0,095	1,010	0,2	0,034	1,001
0,3	0,232	1,099	0,3	0,186	1,064
0,4	0,307	1,258	0,4	0,271	1,201
0,5	0,354	1,503	0,5	0,326	1,421
0,6	0,387	1,884	0,6	0,364	1,769
0,7	0,411	2,531	0,7	0,393	2,365
0,8	0,430	3,835	0,8	0,415	3,570

Opisane zasady postępowania można zastosować również w odniesieniu do słupów, w których momenty w węzłach są różnych znaków. Należy przy tym zwrócić uwagę na pewną specyfikę tej sytuacji.

Tabela 4.4. Zależność pomiędzy przebiegiem momentu a miejscem występowania ekstremum pierwszego przemieszczenia

• Zmienny znak momentu

β	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
ξ	0,211	0,236	0,262	0,286	0,310	0,333	0,355	0,374	0,392	0,408	0,423
$\frac{EI}{P \cdot e_o \cdot l_o^2} \cdot w$	0,016	0,020	0,023	0,028	0,032	0,037	0,042	0,047	0,053	0,058	0,064

Najbardziej znaczącym spostrzeżeniem jest to, że o efektach drugiego rzędu (w sensie przyrostu momentów) można mówić tylko w odniesieniu do tego fragmentu słupa, który objęty jest zasięgiem większego co do wartości bezwzględnej momentu zginającego. Z oczywistym wyjątkiem $\beta = 1$ (identyczne co do wartości momenty, ale o przeciwnych znakach), już po trzech lub wyjątkowo czterech krokach ($\beta = 0{,}9$), odkształcenia osi słupa mają kierunek zgodny z działaniem większego momentu (tzn. zmniejszają (!) mniejszy z momentów).

W sytuacji, gdy $\beta = 1$, wartość siły krytycznej można bezpiecznie przyjąć równą $36EI/l_o^2$, a więc ponad 3 razy większą niż dla $\beta = -1$. Podobnie jednak jak dla $\beta < 0$ miejsce ekstremum ulega przemieszczaniu. Jeżeli efekt ten się pominie, a jest to uproszczenie na korzyść bezpieczeństwa, to dalsze postępowanie jest całkowicie analogiczne do opisanego.

Tabela 4.5. Względne wartości całkowitego momentu dla $\beta = 0{,}5$ i $\beta = 1{,}0$

$\beta = 0{,}5$ γ	ξ_{ext}	Względny moment całkowity	$\beta = 1{,}0$ γ	ξ_{ext}	Względny moment całkowity
0,1	−0,743	—	0,1	−0,264	—
0,2	−0,305	—	0,2	−0,053	—
0,3	−0,106	—	0,3	0,039	1,011
0,4	0,016	1,001	0,4	0,092	1,089
0,5	0,101	1,044	0,5	0,127	1,242
0,6	0,167	1,167	0,6	0,153	1,503
0,7	0,219	1,420	0,7	0,173	1,964
0,8	0,263	1,977	0,8	0,188	2,910

W tabeli 4.5 podano przykładowo wyniki obliczeń przeprowadzonych dla przypadków $M_{o2} = -0{,}5M_{o1}$ i $M_{o2} = -M_{o1}$. W pierwszym z nich dla uproszczenia przyjęto, że $N_B = \frac{48}{5} \cdot \frac{EI}{l_o^2}$ identycznie jak dla $\beta < 0$. Widać bardzo wyraźnie, że w porównaniu np. z wynikami z tabeli 4.3, istotne efekty drugiego rzędu pojawiają się przy znacznie wyższych poziomach wytężenia ($\gamma \geqslant 0{,}55$) i są zdecydowanie mniejsze w sensie wartości przyrostu momentu.

Wyniki podane dla $\beta = 1{,}0$ mogą być nieco niejasne, ale należy przypomnieć, że zostały one przedstawione w funkcji względnej wartości siły krytycznej. Dla $\beta = 1{,}0$ przyjęto ją jako równą $36EI/l_o^2$, co oznacza, że wytężenie tego słupa jest o około 3,75 razy większe (inaczej mówiąc dla tego słupa $\gamma = 0{,}3$, to dla słupa o $\beta = 0{,}5$ jest już 1,125, tzn. słup uległby już zniszczeniu).

Opisane w tym punkcie procedury pozwalają po pierwsze sprawdzić, czy przy wymiarowaniu lub wyznaczaniu nośności trzeba uwzględnić efekty drugiego rzędu, a po drugie – gdy okazuje się, że są one znaczące – obliczyć końcową miarodajną do obliczeń wartość M_{Ed}. Zawiera ona w sobie zarówno wynik obliczeń statycznych przeprowadzonych w sposób klasyczny, jak i sumaryczny wpływ efektów drugiego rzędu. Kluczowym pojęciem jest siła wyboczeniowa – N_B (krytyczna). Jej wartość musi być wyznaczona w ten sposób, aby uwzględnione były efekty związane z pełzaniem oraz ewentualnym zarysowaniem.

4.4.3. Określanie sztywności słupów

Prawidłowe określenie sztywności słupów umożliwia wiarygodne oszacowanie wartości siły krytycznej. Należy przez to rozumieć takie formuły, które uwzględniają efekty pełzania i zarysowania (o ile to ostatnie będzie miało miejsce).

Sztywność słupów EI można wyznaczać na zasadach ogólnych opisanych już przy okazji omawiania stanów granicznych użytkowania belek. Dopóki w elemencie nie wystąpi zarysowanie, moment bezwładności i moduł sprężystości należy tak określić, aby uwzględnione zostały efekty związane z pełzaniem. Można posłużyć się następującym algorytmem:

Oblicza się efektywny współczynnik pełzania ze wzoru (4.57):

$$\varphi_{ef} = \varphi(t_0, \infty) \cdot \frac{M_{oEqp}}{M_{oEd}} \qquad \text{oraz} \qquad E_{cd} = \frac{E_{cm}}{1{,}2\left(1 + \varphi_{ef}\right)} . \tag{4.57}$$

W następnej kolejności wyznacza się charakterystyki geometryczne przekroju niezarysowanego:

$$* \; A_{cs} = A_c + (A_{s1} + A_{s2}) \cdot \frac{E_s}{E_{cd,ef}} , \tag{4.58}$$

** moment statyczny i środek ciężkości (zasięg strefy ściskanej x_I),

*** sprowadzony moment bezwładności I_I obliczony względem środka ciężkości x_I,

**** wskaźnik na zginanie $W_{cs} = I_I/(h - x_I)$.

Uwaga: Ponieważ dane wejściowe dotyczące wartości $\varphi(t_0, \infty)$, np. wilgotność, wiek w chwili obciążenia są przybliżone, to bez popełnienia większego błędu można znacznie uprościć obliczenia, zakładając $x_I = h/2$. Wtedy otrzymuje się:

$$I_I = \frac{bh^3}{12} + \alpha_{e,I}\,(A_{s1} + A_{s2}) \cdot \left(\frac{h}{2} - a\right)^2 , \tag{4.59}$$

gdzie $\alpha_{e,t} = \frac{E_s}{E_{cd,ef}}$, oraz

$$W_{cs} = \frac{bh^2}{6} + \frac{\alpha_{e,t}\rho b}{2}\left(\frac{h}{2} - a\right)^2 , \tag{4.60}$$

$$\rho = \frac{A_{s1} + A_{s2}}{bh} .$$

W kolejnym kroku należy sprawdzić czy słup może ulec zarysowaniu. W tym celu porównuje się wartość charakterystycznej siły osiowej $N_{Ed,k}$ z siłą rysującą N_{cr} określoną wzorem:

$$N_{cr} = \frac{f_{ctm}}{\frac{e}{W_{cs}} - \frac{1}{A_{cs}}} . \tag{4.61}$$

Jeżeli okaże się, że $N_{Ed,k} < N_{cr}$, to można uznać, że słup nie ulegnie zarysowaniu i sztywność słupa na zginanie można obliczać ze wzoru:

$$B_{\mathrm{I}} = EI = E_{cd} \cdot I_{\mathrm{I}} . \tag{4.62}$$

Jeżeli słup ulegnie zarysowaniu ($N_{Ed,k} > N_{cr}$), to należy wyznaczyć charakterystyki hipotetycznego słupa, w którym na całej wysokości w strefie rozciąganej pracuje tylko stal (tak oczywiście nigdy nie może być).

Niewiadomy zasięg strefy ściskanej można wyznaczyć podobnie jak w przypadku belek, tzn. przyrównując moment statyczny do zera. Dla przekroju prostokątnego daje to zależność:

$$0{,}5 \cdot b \cdot x_{\mathrm{II}}^2 + \alpha_{e,t} \cdot A_{s2} \cdot (x_{\mathrm{II}} - a_2) - A_{s1} \cdot \alpha_{e,t} \cdot (d - x_{\mathrm{II}}) = 0 . \tag{4.63}$$

W dalszej kolejności można już obliczać I_{II} względem środka ciężkości, to znaczy względem x_{II}:

$$I_{\mathrm{II}} = \frac{b \cdot x_{\mathrm{II}}^3}{3} + \alpha_{e,t} \cdot \left[A_{s2} \cdot (x_{\mathrm{II}} - a)^2 + A_{s1} \cdot (d - x_{\mathrm{II}})^2\right] . \tag{4.64}$$

Sztywność przekroju zarysowanego wyznacza się z:

$$B_{\mathrm{II}} = E_{cd} \cdot I_{\mathrm{II}} . \tag{4.65}$$

Sztywność odpowiadającą rzeczywistemu stanowi zarysowania można wyznaczyć, wykorzystując parametr ζ określony w następujący sposób:

$$\zeta = 1 - 0{,}5\left(\frac{N_{cr}}{N_{Ed}}\right)^2 . \tag{4.66}$$

Prowadzi to do zależności:

$$EI = E_{cd} \cdot \frac{I_{\mathrm{I}} \cdot I_{\mathrm{II}}}{I_{\mathrm{I}} \cdot \zeta + I_{\mathrm{II}}(1 - \zeta)} . \tag{4.67}$$

4.5. Projektowanie słupa

4.5.1. Uwagi wstępne

Danymi wyjściowymi do projektowania słupa wydzielonego są wyniki obliczeń statycznych układu konstrukcyjnego, w którym znajduje się ten słup. Muszą one zawierać kombinacje ekstremalnych sił wewnętrznych występujących w obu węzłach, tzn. M_{Ed} i N_{Ed} oraz długość obliczeniową (wyboczeniową) słupa. Przez kombinacje ekstremalnych sił wewnętrznych należy rozumieć zestawienie następujących par:

a) max M_{Ed} i odpowiadająca mu N_{Ed},
b) min M_{Ed} i odpowiadająca mu N_{Ed},
c) max N_{Ed} i odpowiadająca jej M_{Ed}.

Przy pewnym doświadczeniu typuje się najbardziej niekorzystny z tych zestawów i przeprowadza się na tej podstawie projektowanie całego słupa. W odniesieniu do pozostałych przypadków można dokonać już tylko sprawdzenia nośności i ewentualnie dokonać niezbędnych korekt.

Zasady doboru materiałów (stali i betonu) są dokładnie takie same jak w odniesieniu do belek. Należy kierować się zasadami wynikającymi z zapewnienia trwałości konstrukcji i wielkością obciążeń (im większe są one, tym mocniejszych należy używać materiałów).

4.5.2. Wstępne przyjmowanie wymiarów przekroju poprzecznego słupa

W praktyce zdarza się bardzo często, że wymiary przekroju poprzecznego są z góry narzucone. Mogą one wynikać z ustalonych już wymiarów innych elementów (np. rygli ram) lub wymagań technologicznych czy też architektonicznych.

Jeżeli konstruktor ma zapewnioną pełną swobodę kształtowania wymiarów, to powinien on to zrobić w ten sposób, aby zapewnione zostało właściwe wykorzystanie materiałów, a rozwiązanie było technologiczne (np. dopasowane do istniejących rodzajów deskowań).

Wstępne przyjęcie wymiarów jest dosyć ważnym elementem projektowania. Wiąże się ono z następującymi zagadnieniami:

1. W ustrojach statycznie niewyznaczalnych, np. ramach, wartości sił wewnętrznych zależą od wzajemnych sztywności rygla i słupów. Im bliższe ostatecznym są wstępne wymiary przekrojów (a tym samym sztywności), tym wiarygodniejsze są obliczone wartości sił wewnętrznych.
2. W miarę precyzyjne określenie wymiarów, na samym początku projektowania słupa, pozwala wiarygodnie ocenić ewentualne wpływy smukłości słupa i zredukować liczbę iteracji w całym procesie (lub nawet ograniczyć do jednej).

Nie ma jakichś jednoznacznych reguł postępowania pozwalających zawsze trafnie określić wymiary słupa na wstępnym etapie projektowania. Są one wynikiem kumulacji doświadczeń. Poniżej podane są sposoby wybrane i stosowane przez autora.

Słup, ze względu na wartość mimośrodu, może być cały ściskany, może występować w nim niewielka strefa rozciągana lub też swoim zachowaniem może przypominać belkę zginaną. Kierując się tymi spostrzeżeniami można sformułować reguły odnoszące się do trzech opisanych sytuacji.

Słup całkowicie (lub prawie całkowicie) ściskany

Z taką sytuacją mamy do czynienia, gdy mimośród działania siły ma swe źródło w imperfekcjach. Decydującym czynnikiem jest siła. Sensownie jest założyć, że przekrój słupa jest kwadratowy, a zbrojenie symetryczne ($b = h$, $\rho_1 = \rho_2$). W następnym kroku zakładamy stopień zbrojenia $\rho = \rho_1 + \rho_2$. W przypadku słupów powinien on zawierać się w przedziale od ρ_{min} do ρ_{max}.

$$\rho_{min} = \max\left\{\frac{0{,}1N_{Ed}}{f_{yd}bd}, 0{,}2\%\right\}, \tag{4.68}$$

$\rho_{max} = 4\%$.

Wymiar słupa b powinien spełniać warunek:

$$b \geqslant \sqrt{\frac{N_{Ed}}{f_{cd} + f_{yd} \cdot \rho}}. \tag{4.69}$$

Jeżeli korzystamy z formuły (4.69), to musimy mieć świadomość, że przy smukłych słupach lub mimośrodach o wartościach przekraczających wpływy imperfekcji, zbrojenie A_{s1} nie będzie w pełni wykorzystane. Wtedy sensowne jest wstawienie do (4.69) $\rho = \rho_2$. Jest to rozwiązanie konserwatywne.

Słup ze strefą rozciąganą, ale słabo wykorzystaną w tej strefie stalą

Z taką sytuacją mamy do czynienia bardzo często – jeżeli mimośród działania siły wynika z obliczeń statycznych i nie jest przy tym na tyle duży, aby przekraczać poziom usytuowania zbrojenia ściskanego.

O wymiarach słupa decydować może zarówno siła N_{Ed}, jak i moment M_{Ed}. Przekrój słupa jest prostokątny, a o proporcjach pomiędzy b i d decyduje wartość mimośrodu. Można przyjąć, że proporcje b/d mieszczą się w przedziale od około 0,9 do 0,6. Im większy jest mimośród, tym bardziej wydłużony powinien być przekrój.

Sposób postępowania może być następujący:

- zakładamy proporcje pomiędzy b i d oraz stopień zbrojenia ściskanego ρ_2,
- ze względu na zginanie wyznaczamy wymiar przekroju (b lub d) ze wzoru:

$$bd^2 = \frac{M_{Ed}}{0{,}375f_{cd} + 0{,}9\rho_2 f_{yd}}, \tag{4.70}$$

- sprawdzamy wymiary ze względu na działanie siły:

$$bd = \frac{N_{Ed}}{0{,}5f_{cd} + \rho_2 f_{yd}}. \tag{4.71}$$

Wybieramy większą z obliczonych z (4.70) i (4.71) wartość i zaokrąglamy ją tak, aby odpowiadała wymiarom typowych deskowań. Przy małych mimośrodach wymiary można (i trzeba) zaokrąglić w dół.

Potrzebny do szacowania wpływu efektów II rzędu stopień zbrojenia ρ_1 można przyjąć zbliżony do ρ_{min} (ze wzoru 4.68).

Słup ze strefą rozciąganą na tyle dużą, że stal A_{s1} jest wykorzystana

Z sytuacją taką ma się do czynienia, jeżeli przewidujemy, że mimośród działania siły N_{Ed} będzie większy niż około $0{,}5h$. Nie zdarza się ona w praktyce zbyt często. Ze względu na to, że praca słupa zbliżona staje się do belki zginanej podwójnie zbrojonej, można zakładać proporcje boków b/d zbliżone do występujących w belkach, tzn. z przedziału 0,7–0,5. W kolejnym kroku zakłada się stopień zbrojenia ρ_1. Można przyjąć, że powinien się on znajdować w przedziale od ρ_{min} rozumianego jak dla belek zginanych do nie więcej niż 2%. Korzystając z uproszczonych postaci równań równowagi, otrzymuje się:

$$bd^2 = \frac{2M_{Ed}}{0{,}9\rho_1 f_{yd} + 0{,}3f_{cd}}. \tag{4.72}$$

Przy założonej proporcji b/d można stąd obliczyć wymiary przekroju b i d.

Potrzebną do obliczania ewentualnych efektów II rzędu wartość zbrojenia ρ_2 można oszacować ze wzoru:

$$\rho_2 = \frac{\frac{N_{Ed}}{bd} + f_{yd}\rho_1 - 0{,}5f_{cd}}{f_{yd}}. \tag{4.73}$$

Uwaga:

Zaproponowany sposób postępowania będzie skuteczny dla dużych wartości mimośrodu, ale gdy przekroczy on już h, to lepszy rezultat otrzyma się, przyjmując, że:

$$bd \approx \frac{(0{,}8 \div 0{,}9)\,N_{Ed}}{\rho_1 \cdot f_{yd}} \tag{4.74}$$

oraz $\rho_2 = \rho_{min}$.

4.5.3. Wymiarowanie słupa

Po oszacowaniu wymiarów przekroju słupa b i h i dostosowaniu ich do typów deskowań można przystąpić do sprawdzenia, czy trzeba uwzględnić w wymiarowaniu efekty II rzędu. Najprościej można to zrobić w sposób opisany w punkcie 4.4.2. Jeżeli po wykonaniu wskazanych tam obliczeń, okaże się, że $\lambda \leqslant \lambda_{lim}$, to kolejnym krokiem jest wykonanie procedur opisujących wymiarowanie przekroju – por. np. pkt 4.2.2.

Gdy natomiast słup jest na tyle smukły, że uwzględnione muszą być efekty II rzędu, to warto (przed przystąpieniem do obliczeń) dokonać analizy wstępnie przyjętych wartości b i h oraz ρ_1 i ρ_2. Ogólnie można stwierdzić, że efekty drugiego rzędu spowodują zwiększenie wartości M_{Ed}, a tym samym mimośrodu. Z zamieszczonych w podrozdziale 4.4 tabel wynika, że przyrost ten w bardzo dużym stopniu zależy od przebiegu momentów zginających wzdłuż wysokości słupa oraz stosunku N_{Ed}/N_B. Warto więc już na tym etapie oszacować wartość N_B i jeżeli w konkretnym przypadku okaże się, że wartość N_{Ed}/N_B jest relatywnie duża, skorygować bądź to wymiary przekroju poprzecznego, bądź też stopień zbrojenia (jeżeli to ostatnie jest celowe). Ogólnie można powiedzieć, że efekty II rzędu prowadzą do zwiększenia rozciągania w stali A_{s1} (lub zmniejszenia ściskania) i ściskania w odpowiedniej strefie słupa.

Po odpowiedniej korekcie wymiarów lub (i) założonych stopni zbrojenia należy po kolei wykonać następujące czynności:

a) sprawdzić, czy słup ulegnie zarysowaniu,
b) obliczyć jego sztywność na zginanie EI odpowiadającą jego stanowi i uwzględniającą efekty pełzania,
c) obliczyć wartość siły N_B,
d) ustalić ostateczną wartość momentu M_{Ed} miarodajną do wymiarowania przekroju,
e) obliczyć zbrojenie A_{s1} i A_{s2} zgodnie z opisanymi procedurami.

W odróżnieniu od sytuacji, w której nie trzeba było uwzględniać wpływów II rzędu, nie kończy to całego toku postępowania. Teraz należy koniecznie porównać założone stopnie zbrojenia z tymi, które zostały przyjęte na podstawie obliczeń. Wynika to stąd, że wartość siły krytycznej N_B będąca podstawą do przyjęcia M_{Ed} jest funkcją założonych stopni zbrojenia. Jeżeli więc założenia początkowe będą mocno różniły się od wyników ostatecznych, to przyjęta do obliczeń wartość M_{Ed} będzie mało wiarygodna.

W celu ułatwienia sobie dalszego postępowania warto wyróżnić trzy teoretycznie możliwe rezultaty tego porównania:

a) otrzymane wyniki praktycznie nie różnią się od założeń,
b) założony wstępnie stopień zbrojenia jest mniejszy niż otrzymany z obliczeń,
c) założony stopień zbrojenia jest większy od otrzymanego z obliczeń.

Stwierdzenie, że otrzymane wyniki nie różnią się od przyjętych, jest w istocie wieloznaczne. Jeżeli słup nie jest zarysowany, a stopień zbrojenia jest mniejszy niż 2,5%, to dla $N_{Ed}/N_B \leqslant 0{,}55$ wystarczy, że różnica pomiędzy założonym a otrzymanym stopniem zbrojenia nie przekracza 20%, aby uznać, że różnica jest nieistotna. Przy wyższym stopniu zbrojenia słupa zmniejsza się ona do 15%. Przy większym stosunku N_{Ed}/N_B wymagana jest już większa dokładność. Ogólnie można przyjąć, że różnica jest wystarczająco mała o ile końcowy efekt, tzn. przyrost mimośrodu, nie będzie się różnił od założonego o więcej niż 10%. W przypadku przekrojów zarysowanych znaczenie stali jest istotniejsze, ale szansa, że trzeba uwzględniać efekty II rzędu, jest mniejsza.

Gdy założony stopień zbrojenia jest mniejszy niż otrzymany po zakończeniu obliczeń, to otrzymany wynik jest po tak zwanej stronie bezpiecznej. Rzeczywista siła N_B jest większa niż przyjęta do obliczeń, a tym samym wpływy II rzędu mniejsze niż to uwzględniono. Jeżeli przyjęte rozwiązanie nie jest zbyt kosztowne, to można uznać otrzymany wynik za ostateczny i zakończyć obliczenia.

W sytuacji, gdy przyjęta do obliczeń siła N_B jest zbyt mocno zaniżona (powyżej 10%), to ze względów bezpieczeństwa trzeba ponowić obliczenia, zaczynając od przyjmowania założeń dotyczących stopni zbrojenia ρ_1 i ρ_2 (lub nawet wymiarów przekroju poprzecznego $b \times h$).

Po definitywnym zakończeniu obliczeń przystępuje się do konstruowania zbrojenia słupa.

4.5.4. Konstruowanie zbrojenia słupa

Po obliczeniu pól powierzchni zbrojenia przyjmuje się do zbrojenia podłużnego słupa określone ilości prętów o założonych średnicach. Najlepszym rozwiązaniem jest zastosowanie wszędzie takich samych średnic. Jeżeli jest to nieracjonalne ze względu na duże

dysproporcje pomiędzy A_{s1} i A_{s2}, to warunek jednakowych średnic można odnieść do odpowiednich stref słupa.

Norma dopuszcza stosowanie prętów o średnicach już od 6 mm. Zdecydowanie lepiej jest przyjmować pręty o większej średnicy, szczególnie wtedy, gdy mogą być one ściskane, a tym samym narażone na wyboczenie. Przyjęte ostatecznie pole powierzchni zbrojenia musi spełniać warunki podane w (4.68). Pręty zbrojeniowe muszą znajdować się w każdym narożu słupa.

Bardzo ważną rolę w słupach odgrywają strzemiona. Mają one za zadanie zapobiegać wyboczeniu prętów zbrojenia głównego. Podstawowy rozstaw strzemion musi spełniać następujący warunek:

$$s_{cl} \leqslant \min\{20\phi, b, 400 \text{ mm}\} . \tag{4.75}$$

Rozstaw ten musi być zagęszczony w specyficznych miejscach słupa:

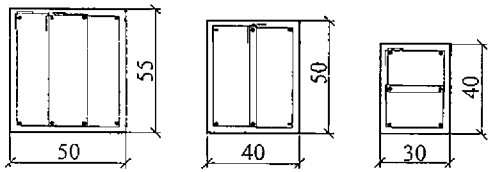
a) jeżeli występują połączenia prętów na zakład, a ich średnica jest większa niż 14 mm, to na długość zakładu muszą znajdować się co najmniej trzy równomiernie założone strzemiona,
b) w przypadku połączeń słupa z belką lub płytą, na odcinkach o długości równej co najmniej $h > b$, należy zastosować zagęszczony rozstaw strzemion równy $0{,}6s_{cl}$ (wzór 4.75).

Ważną rolę mogą też odgrywać strzemiona w miejscach, gdzie następuje zmiana kierunku prętów podłużnych (np. zmiana przekroju słupa). Jeżeli zmiana kierunku przekracza stosunek 1/12, to zbrojenie poprzeczne należy sprawdzić (zaprojektować) na siły poziome.

Oprócz rozstawu wymagania konstrukcyjne dotyczą również minimalnej średnicy strzemion. Musi ona spełniać warunek:

$$\phi_{st} \geqslant \max\{6 \text{ mm}, 0{,}25\phi\} . \tag{4.76}$$

Typowym kształtem strzemienia w słupie jest zamknięta ramka z odpowiednimi dla strzemion zakotwieniami. Jeżeli jednak wymiary przekroju słupa są większe i liczba prętów przekracza cztery, to układ strzemion może stać się bardziej złożony – potrzebne mogą stać się dodatkowe ramki i dodatkowe pręty. Z taką sytuacją będziemy mieć do czynienia, jeżeli okazałoby się, że w przekroju występują pręty ściskane odległe od pręta trzymanego o więcej niż 150 mm. Przykład stosowanego wtedy rozwiązania pokazany jest na rysunku 4.13.



Rys. 4.13. Przykłady zastosowań strzemion podwójnych

4.5.5. Uwagi końcowe

Opisany sposób wymiarowania słupa odnosi się do pojedynczej kombinacji obciążeń M_{Ed} i N_{Ed} oraz do kierunku, w którym działa moment. Najczęściej potrafimy intuicyjnie ocenić, że właśnie ta kombinacja jest najmniej korzystna dla danego słupa. Nie zwalnia to jednak od przeprowadzenia dalszych wymaganych obliczeń. Dotyczą one pozostałych kombinacji obciążeń (tzn. $M_{Ed,min}$, N_{Ed} i $N_{Ed,max}$, M_{Ed}) oraz sprawdzenia słupa w kierunku drugiej osi.

Jeżeli na podstawie kombinacji obciążeń $M_{Ed,max}$ i N_{Ed} ustaliliśmy zbrojenie A_{s1} i A_{s2}, to możliwe są dwa dalsze sposoby postępowania:

1. Obliczone A_{s1} i A_{s2} są dalekie od minimalnych. Można wtedy domniemywać, że będą wystarczające również dla innych kombinacji obciążeń. Aby to zweryfikować, wystarczy wtedy ograniczyć się do sprawdzenia nośności dla tych dodatkowych kombinacji obciążeń. Dla kombinacji $M_{Ed,min}$ (zmiana znaku) i N_{Ed} za znane można przyjąć (oprócz oczywiście zbrojeń A_{s1} i A_{s2}, które „zamieniają" się rolami) N_{Ed} i wyznaczyć M_{Ed}. Gdy sprawdzamy kombinację $N_{Ed,max}$ i M_{Ed}, bardziej naturalne będzie przyjęcie za wartość ustaloną M_{Ed}. Jeżeli warunki nośności zostaną spełnione, to będzie można uznać, że w tym kierunku działania obciążeń, słup został zaprojektowany prawidłowo. Jeżeli jednak któryś z warunków nośności nie zostanie spełniony, to konieczne jest przeprowadzenie procedury opisanej poniżej.
2. Jeżeli sprawdzenie nośności zakończyło się niepowodzeniem lub z góry można było się tego spodziewać (jedno z $\rho \approx \rho_{min}$), to skuteczną metodą jest zwymiarowanie słupa dla nowych kombinacji obciążeń, ale przy założeniu, że to ze zbrojeń, które już okazało się istotne, pozostaje bez zmian. Zasady wymiarowania pozostają bez zmian, ale trzeba mieć świadomość, że liczba niewiadomych ograniczona jest do dwóch (jedno ze zbrojeń i zasięg strefy ściskanej). Nie można więc przyjmować żadnych dodatkowych założeń, a jedynie skorzystać z dwóch odpowiednich równań równowagi. Po ustaleniu wartości obu zbrojeń dla dwóch kombinacji obciążeń, w odniesieniu do trzeciej można ograniczyć się do sprawdzenia nośności. Jeżeli (ale zdarza się to wyjątkowo) nie będzie ona zachowana, to trzeba przeprowadzić dla niej osobne wymiarowanie.

Druga uwaga dotyczy wyznaczania sztywności EI. W punkcie 4.4.3 podano metodę ogólną mającą szerokie zastosowanie. W prostszych przypadkach można ograniczyć się do przybliżonych formuł podanych w normie. Zgodnie z nimi sztywność można obliczyć wg wzoru:

$$EI = K_c \cdot E_{cd} \cdot I_c + E_s \cdot I_s \,, \tag{4.77}$$

gdzie

$$K_c = \frac{k_1 \cdot k_2}{1 + \varphi_{ef}} \tag{4.78}$$

oraz

$$k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}}{20}} \quad \text{i} \quad k_2 = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \cdot \frac{\lambda}{170} \leqslant 0{,}2 \,. \tag{4.79}$$

Formuły te w sposób empiryczny próbują uwzględnić efekty pełzania i ewentualnego zarysowania.

4.6. Przykłady do rozdziału czwartego

Przykład 1.

Zwymiarować słup obciążony momentem $M_{Ed} = 350$ kNm i siłą $N_{Ed} = 2500$ kN, długość wyboczenia słupa $l_o = 3{,}5$ m.

Przyjęto beton C30/37 o $f_{cd} = 21{,}4$ MPa oraz stal Epstal – klasa A III N o $f_{yd} = 420$ MPa.

Przekrój słupa

$$e_s = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} = \frac{350}{2500} = 0{,}14 \text{ m}, \qquad e_a \approx 0{,}02 \text{ m}.$$

Taki mimośród sugeruje, że w słupie będzie strefa rozciągana, ale jaki będzie stopień wykorzystania stali w tej strefie trudno jest określić. Przyjęto zgodnie z punktem 4.5.2 następujące założenia:

- proporcja boków $b/d \approx 0{,}8$,
- stopień zbrojenia strefy ściskanej $\rho_2 \approx 1\%$.

Po przekształceniu wzoru (4.63) otrzymano:

$$d \geqslant \sqrt[3]{\frac{M_{Ed}}{(0{,}375 f_{cd} + 0{,}9\rho_2 f_{yd}) \cdot 0{,}8}} = \sqrt[3]{\frac{0{,}350 \cdot 1{,}25}{0{,}375 \cdot 21{,}4 + 0{,}9 \cdot 0{,}01 \cdot 420}} = 0{,}333 \text{ m}$$

i $b \geqslant 0{,}333 \cdot 0{,}8 = 0{,}267$ m.

Przyjęto wymiary słupa $b = 0{,}3$ m i $h = 0{,}4$ m. Wysokość użyteczna $d \approx 40 - 3{,}2 - 0{,}8 - 1{,}6 = 43{,}4$ cm, tzn. $a_1 = a_2 = 5{,}6$ cm oraz $e = 0{,}14 + 0{,}02 = 0{,}16$ m.

Sprawdzenie wymiarów ze względu na działanie siły (wzór 4.71):

$$\frac{N_{Ed}}{0{,}5 f_{yd} + \rho_2 f_{yd}} = \frac{2{,}5}{0{,}5 \cdot 21{,}4 + 0{,}01 \cdot 420} = 0{,}168 \text{ m}^2,$$

natomiast $b \cdot d = 0{,}3 \cdot 0{,}344 = 0{,}1032$ m^2. O wymiarach przekroju słupa będzie decydowała siła. Przy założonych proporcjach b/d otrzymuje się:

$$d \geqslant \sqrt{\frac{0{,}168}{0{,}8}} = 0{,}458 \text{ m} \qquad \text{i} \qquad b \geqslant 0{,}36 \text{ m}.$$

Przyjęto ostatecznie $b = 0{,}4$ m i $h = 0{,}5$ m oraz $a_1 = a_2 = 5{,}6$ cm, $e = e_a + e_s = 0{,}16$ m, $d = 0{,}446$ m.

Wymiarowanie (metoda uproszczona – tradycyjnie)

Zakładamy tzw. duży mimośród (DM) – stal w strefie rozciąganej jest wykorzystana. W związku z tym $x_s = 1$ i $\xi_{eff} = \xi_{eff,lim} = 0{,}5$. Po przekształceniu wzoru (4.5) otrzymuje się:

$$A_{s2} = \frac{N_{Ed}\left(e + \frac{h}{2} - a_1\right) - f_{yd} b d^2 \xi_{eff,lim}(1 - 0{,}5\xi_{eff,lim})}{f_{yd}(d - a_2)} =$$

$$= \frac{2{,}5 \cdot (0{,}16 + 0{,}25 - 0{,}056) - 21{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}446^2 \cdot 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}25)}{420 \cdot (0{,}446 - 0{,}056)} =$$

$$= 15{,}05 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

Zbrojenie A_{s1} wylicza się ze wzoru (4.6):

$$A_{s1} = \frac{f_{cd} b d \xi_{eff,lim} + A_{s2} f_{yd} - N_{Ed}}{f_{yd}} =$$

$$= \frac{21{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}446 \cdot 0{,}5 + 15{,}05 \cdot 10^{-4} \cdot 420 - 2{,}5}{420} =$$

$$= 0{,}97 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

Stopnie zbrojenia wynoszą odpowiednio:

$$\rho_2 = \frac{15}{44{,}6 \cdot 40} = 0{,}8\% \qquad \text{i} \qquad \rho_1 = \frac{0{,}97}{44{,}6 \cdot 40} = 0{,}05\%.$$

Ponieważ ρ_{min} (wzór 4.68) jest równe 0,3%, to przyjęto że $\rho_1 = 0{,}5\rho_{min} = 0{,}15\%$ i $A_{s1} = 0{,}15 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}446 = 2{,}97 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$.

Zbrojenie słupa może być następujące:
- w strefie ściskanej $2\phi 32$ o $A_{s2} = 16{,}08\ \text{cm}^2$,
- w strefie rozciąganej $2\phi 16$ o $A_{s1} = 4{,}02\ \text{cm}^2$.

Przykład 2.

Zwymiarować przekrój słupa obciążonego momentem $M_{Ed} = 300$ kNm i siłą osiową $N_{Ed} = 800$ kN. Przyjęto beton C30/37 o $f_{cd} = 21{,}4$ MPa i stal o $f_{yd} = 420$ MPa.

Przekrój słupa

$$e_s = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} = \frac{300}{800} = 0{,}375\ \text{m} \qquad \text{i} \qquad e_a = 0{,}02\ \text{m}.$$

Jest to bardzo duży mimośród. Słup będzie pracował podobnie jak belka.

Założono:
- proporcje boków $d/b = 1{,}6$ (wydłużony),
- stopień zbrojenia rozciąganego $\rho_1 = 0{,}5\%$.

Po przekształceniu wzoru (4.72) otrzymuje się

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{2M_{Ed}}{1{,}6^2 \cdot (0{,}9\rho_1 f_{yd} + 0{,}3 f_{cd})}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 0{,}300}{1{,}6^2 \cdot (0{,}9 \cdot 0{,}005 \cdot 420 + 0{,}3 \cdot 21{,}4)}} =$$

$$= 0{,}304\ \text{m} \qquad \text{i} \qquad d = 0{,}486\ \text{m}.$$

Do obliczeń przyjęto $b = 0{,}30$ m i $h = 0{,}5$ m oraz $d = h - a = 0{,}5 - 0{,}05 = 0{,}45$ m, $e = 0{,}395$ m.

Wymiarowanie (metoda uproszczona – tradycyjna)

Zakładamy DM, $\xi_{eff} = \xi_{eff,lim} = 0{,}5$, $x_s = 1$.

Analogicznie jak w przykładzie pierwszym obliczamy:

$$A_{s2} = \frac{0{,}8 \cdot (0{,}395 + 0{,}25 - 0{,}05) - 21{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45^2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}75}{420 \cdot (0{,}45 - 0{,}05)} < 0\,.$$

Oznacza to, że stal w strefie ściskanej nie jest potrzebna. Do dalszych obliczeń przyjmuje się $A_{s2} = 0$.

Warunek równowagi sił ma postać:

$$A_{s1} = \frac{21{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}5 - 0{,}8}{420} = 15{,}34 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

Stopień zbrojenia:

$$\rho_1 = \frac{15{,}34}{30 \cdot 45} = 0{,}011 = 1{,}1\% \qquad \text{i} \qquad \rho_2 = \rho_{2,min} = 0{,}1\%.$$

Ponieważ $A_{s2} < 0$, to warto zwymiarować przekrój nieco precyzyjniej.

Wymiarowanie (metoda ulepszona)

Strefa ściskana nie jest w pełni wykorzystana. Będzie tam zbrojenie minimalne o $A_{s2} = 0{,}1 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45 = 1{,}35 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$. Przyjmujemy to jako dane, a z warunku równowagi momentów względem stali rozciąganej obliczamy względny zasięg strefy ściskanej ξ_{eff}.

$$N_{Ed}\left(e + \frac{h}{2} - a\right) = f_{yd} A_{s2}(d - a_2) + f_{cd} b d^2 \xi_{eff}(1 - 0{,}5\xi_{eff})\,,$$

$$0{,}476 = 0{,}02268 + 1{,}30005\xi_{eff}(1 - 0{,}5\xi_{eff})\,.$$

Równanie ma postać:

$$0{,}65\xi_{eff}^2 - 1{,}3\xi_{eff} + 0{,}4533 = 0\,, \qquad \sqrt{\Delta} = 0{,}715\,,$$

$\xi_{eff} = 0{,}45$

i

$$A_{s1} = \frac{21{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}45 + 1{,}35 \cdot 10^{-4} \cdot 420 - 0{,}8}{420} = 13{,}26 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2.$$

Otrzymuje się dokładniejsze i bardziej ekonomiczne rozwiązanie (o około 15%). W tym konkretnym przypadku nie jest to duża różnica, ale im większy staje się mimośród, tym większe będą korzyści z zastosowania tej metody.

Przykład 3.

Zwymiarować słup o następującej charakterystyce przekroju: $b = 0{,}30$ m, $h = 0{,}50$ m, $a_1 = a_2 = 0{,}05$ m i obciążeeniu $N_{Ed} = 2{,}2$ MN i $e = 0{,}10$ m. Stal o $f_{yd} = 420$ MPa i $f_{cd} = 17{,}9$ MPa.

Metoda standardowa

Zakładam duży mimośród – $x_s = 1$, $\xi_{eff} = \xi_{eff,lim} = 0{,}5$.

$$A_{s2} = \frac{2{,}2 \cdot (0{,}1 + 0{,}25 - 0{,}05) - 17{,}9 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45^2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}75}{420 \cdot 0{,}4} =$$

$$= 15{,}01 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2,$$

$$A_{s2} = \frac{17{,}9 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}5 + 15{,}01 \cdot 10^{-4} \cdot 420 - 2{,}2}{420} < 0\,.$$

Wiemy, że albo stal A_{s1} jest ściskana (złe założenie o DM), albo nie jest ona wykorzystana. Aby to rozstrzygnąć, zakładamy przypadek małego mimośrodu (MM). Teraz $x_s = -1$, $\xi_{eff} = 1$.

$$A_{s2} = \frac{2{,}2 \cdot (0{,}1 + 0{,}25 - 0{,}05) - 17{,}9 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45^2 \cdot 1 \cdot 0{,}5}{420 \cdot 0{,}4} = 6{,}9 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2.$$

Z warunku sumy sił otrzymuje się:

$$A_{s1} = \frac{2{,}2 - 17{,}9 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45 - 6{,}9 \cdot 10^{-4} \cdot 420}{420} < 0\,.$$

Teraz już wiadomo, że stal A_{s1} jest niewykorzystana. Typowo przyjmuje się $A_{s2} = 15{,}01\ \mathrm{cm}^2$ (z DM) i $A_{s1} = A_{s1,min} = 0{,}5 \cdot 0{,}39 \cdot 0{,}45 \cdot 10^{-2} = 2{,}63 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$.

Metoda ulepszona

Jeżeli wiemy, że stal A_{s1} jest niewykorzystana, to można przyjąć jej powierzchnię jako $A_{s1,min}$ i naprężenia w niej równe:

$$x_s \cdot f_{yd} = \frac{0{,}8 - \xi_{eff}}{0{,}8 - \xi_{eff,min}} = \left(2{,}67 - 3{,}33\xi_{eff}\right) \cdot f_{yd}\,.$$

Suma momentów względem stali A_{s2}, otrzymujemy:

$$N_{Ed}\left(\frac{h}{2} - e - a\right) = f_{cd} b d^2 \xi_{eff}\left(0{,}5\xi_{eff} - \frac{a}{d}\right) - (2{,}67 - 3{,}33\xi_{eff}) A_{s1}(d - a_2) f_{yd}\,,$$

$$0{,}22 = 1{,}087 \cdot (0{,}5\xi_{eff} - 0{,}11) \cdot \xi_{eff} - 0{,}118 + 0{,}147\xi_{eff}\,,$$

$$0{,}5435\xi_{eff}^2 + 0{,}0274\xi_{eff} - 0{,}338 = 0\,, \qquad \sqrt{\Delta} = 0{,}8576\,,$$

$$\xi_{eff} = (-0{,}0274 + 0{,}8576)/(2 \cdot 0{,}5435) = 0{,}7638\,,$$

$$x_s = 2{,}67 - 3{,}33 \cdot 0{,}764 = 0{,}12\,.$$

Stal A_{s1} jest wykorzystana w około 12% (jest rozciągana).

Warunek sumy sił ma postać:

$$N_{Ed} = f_{cd} b d \xi_{eff} + A_{s2} f_{yd} - x_s f_{yd} A_{s1}$$

i stąd

$$A_{s2} = \frac{2{,}2 + 0{,}12 \cdot 420 \cdot 2{,}63 \cdot 10^{-4} - 17{,}9 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}7638}{420} = 8{,}75 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2.$$

W tym przypadku oszczędność jest bardzo znacząca i wynosi $(15{,}01 - 8{,}75)/8{,}75 = 0{,}72 = 72\%$.

Przykład 4.

Wyznaczyć nośność przekroju z poprzedniego przykładu przyjmując, że znany jest mimośród $e = 0{,}10$ m, a zbrojenie przyjęto w dwóch wariantach:

a) w strefie ściskanej $2\phi 32$, $A_{s2} = 16{,}08\ \mathrm{cm}^2$ i $A_{s1} = 3{,}08\ \mathrm{cm}^2$ ($2\phi 14$),

b) $A_{s2} = 9{,}82\ \mathrm{cm}^2$ ($2\phi 25$), $A_{s1} = 3{,}08\ \mathrm{cm}^2$.

Układ sił jest taki, jaki pokazano na rysunku 4.11a.

Warunek sumy momentów względem miejsca przyłożenia siły N_{Ed} ma postać:

$$-f_{cd} b d^2 \xi_{eff}\left(\frac{h}{2d} - \frac{e}{d} - 0{,}5\xi_{eff}\right) + (2{,}67 - 3{,}33\xi_{eff}) A_{s1} f_{yd}\left(\frac{h}{2} - a + e\right) +$$

$$+ A_{s2} f_{yd}\left(\frac{h}{2} - e - a\right) = 0\,.$$

W wariancie (a) postać równania jest następująca:

$$+17{,}9 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45^2 \cdot \xi_{eff}(0{,}556 - 0{,}222 - 0{,}5\xi_{eff}) +$$

$$+ (2{,}67 - 3{,}33\xi_{eff}) \cdot 3{,}08 \cdot 10^{-4} \cdot 420 \cdot 0{,}3 + 16{,}08 \cdot 10^{-4} \cdot 420 \cdot 0{,}1 = 0\,,$$

$$-0{,}5437\xi_{eff}^2 + 0{,}2340\xi_{eff} + 0{,}1712 = 0\,, \qquad \sqrt{\Delta} = 0{,}6535\,,$$

$$\xi_{eff} = \frac{-(-0{,}2340 - 0{,}6535)}{2 \cdot 0{,}5437} = 0{,}8162\,,$$

$$x_s = -0{,}048\,,$$

$$N_{Rd} = f_{cd} b d \xi_{eff} + A_{s2} f_{yd} - \alpha_s A_{s1} f_{yd} =$$

$$= 17{,}9 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}8162 + 16{,}08 \cdot 420 \cdot 10^{-4} + 0{,}048 \cdot 3{,}08 \cdot 10^{-4} \cdot 420 =$$

$$= 2{,}65 \text{ MN}.$$

W wariancie (b) analogiczne równanie ma postać:

$$-0{,}5437\xi_{eff}^2 + 0{,}2340\xi_{eff} + 0{,}1449 = 0\,, \qquad \sqrt{\Delta} = 0{,}6081\,,$$

$$\xi_{eff} = \frac{+0{,}2340 + 0{,}6081}{2 \cdot 0{,}5437} = 0{,}7744\,,$$

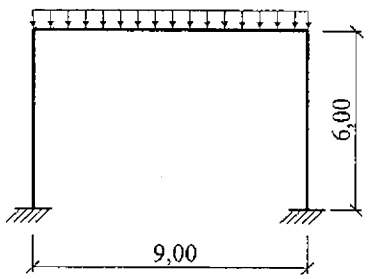
$$N_{Rd} = 17{,}9 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}7744 + 9{,}82 \cdot 420 \cdot 10^{-4} - 0{,}09 \cdot 3{,}08 \cdot 10^{-4} \cdot 420 =$$

$$= 2{,}27 \text{ MN}.$$

Wyraźnie widać, że zastosowanie metody ulepszonej daje lepsze rezultaty (dokładniejsze).

Przykład 5.

Zwymiarować słup w ramie żelbetowej jak na rysunku.



Przekrój rygla 300 × 500, słupów 300 × 300. Obciążenie q_o = 100 kN/m. Stal o f_{yd} = 420 MPa, beton o f_{cd} = 21,4 MPa. Na podstawie obliczeń statycznych wyznaczono siły wewnętrzne w słupie:

- węzeł górny M_{Ed} = 265 kNm, N_{Ed} = 450 kN,
- węzeł dolny M_{Ed} = 132,5 kNm, N_{Ed} = 450 kN.

Długość obliczeniowa l_o = 4,752 m.

Wymiarowanie – węzeł górny

$$e_a = \max\left\{\frac{l_o}{400}, \frac{h}{30}, 20 \text{ mm}\right\} = 20 \text{ mm},$$

$$e_s = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} = \frac{265}{450} = 0{,}59 \text{ m},$$

$$e_o = e_a + e_s = 0{,}61 \text{ m}.$$

Jest to przypadek bardzo dużego mimośrodu. Założono więc $\xi_{eff} = \xi_{eff,lim}$ i $x_s = 1$.

Z warunku równowagi momentów względem zbrojenia A_{s1} otrzymano A_{s2} = 20,12 cm^2. Z warunku równowagi sił otrzymano A_{s1} = 28,51 cm^2. W tej sytuacji sumaryczny stopień zbrojenia wynosi $\rho = \frac{20{,}12+28{,}51}{30 \cdot 25} = 0{,}065 = 6{,}5\% > 4\%$. Wymiary słupa są zbyt małe i należy je zwiększyć. Zwiększono również wymiary rygla.

Nowe przekroje i siły wewnętrzne

Rygiel ma wymiary b = 0,3 m, h = 0,6 m, a słup b = 0,3 m i h = 0,4 m, l_o = 4,82 m.

Obliczenia statyczne dały następujące wartości:

- węzeł górny M_{Ed} = 332,4 kNm, N_{Ed} = 471 kN,
- węzeł dolny M_{Ed} = 165,9 kNm, N_{Ed} = 490 kN.

Wymiarowanie – węzeł górny

$$e_o = \frac{332{,}4}{471} + 0{,}02 = 0{,}726 \text{ m}.$$

Dla dużego mimośrodu otrzymano:

$$A_{s2} = \frac{0{,}471 \cdot (0{,}726 + 0{,}2 - 0{,}05) - 21{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}35^2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}75}{420 \cdot 0{,}3} = 9{,}34 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

oraz

$$A_{s1} = \frac{21{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}5 + 9{,}34 \cdot 10^{-4} \cdot 420 - 0{,}471}{420} = 24{,}88 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Sumaryczny stopień zbrojenia wynosi:

$$\rho = \frac{9{,}34 + 24{,}88}{30 \cdot 35} = 0{,}033 = 3{,}3\% < \rho_{max} = 4\%.$$

Wymiarowanie – węzeł dolny

Rozciąganie występuje po drugiej stronie słupa, a mimośród jest równy:

$$e = \frac{165,9}{490} + 0,02 = 0,359 \text{ m}.$$

a) obliczenia bez uwzględniania wyników z obliczeń górnego węzła:

$$A_{s2}^{*} = \frac{0,490 \cdot (0,359 + 0,2 - 0,05) - 21,4 \cdot 0,3 \cdot 0,35^2 \cdot 0,5 \cdot 0,75}{420 \cdot 0,3} < 0$$

i

$$A_{s1}^{*} = \frac{21,4 \cdot 0,3 \cdot 0,35 \cdot 0,5 - 0,490}{420} = 15,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Po „podsumowaniu" obu węzłów otrzymuje się, że zbrojenie po lewej stronie słupa jest równe 24,88 cm^2, a po prawej 15,1 cm^2. Sumaryczny stopień zbrojenia wynosi $\rho \approx 3,8\%$ – prawie ρ_{max}.

b) obliczenie dolnego węzła z uwzględnieniem zbrojenia $A_{s1} = 24,88 \cdot 10^{-4}$ m^2:

W dolnym węźle zbrojenie to jest ściskane. Warunek równowagi momentów ma postać:

$$0,490(0,359 + 0,2 - 0,05) = 24,88 \cdot 10^{-4} \cdot 420 \cdot 0,3 + 21,4 \cdot 0,3 \cdot 0,35^2 \cdot \xi_{eff}(1 - 0,5\xi_{eff})$$

$$-0,3932\xi_{eff}^2 + 0,78645\xi_{eff} + 0,0641 = 0\,, \qquad \sqrt{\Delta} = 0,848\,,$$

$$\xi_{eff} = \frac{-0,786 + 0,848}{-2 \cdot 0,3932} < 0\,.$$

Strefa ściskana nie jest wykorzystana, więc:

$$A_{s1}^{*} = \frac{N_{Ed}\left(e_o - \frac{h}{2} + a\right)}{f_{yd}(d - a)} = \frac{0,490(0,359 + 0,2 - 0,05)}{420 \cdot 0,3} =$$

$$= 8,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 < 15,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \qquad \text{ale} \qquad A_{s1}^{*} < A_{s2}\,.$$

Ostatecznie więc przyjęto dla całego słupa (oznaczenia jak dla górnego węzła):

$$A_{s1} = 24,88 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$

$$A_{s2} = 9,34 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

czyli tak, jak było w górnym węźle (nie musi to być regułą!).

Sprawdzenie efektów II rzędu

Sprawdzamy, czy trzeba uwzględnić efekty II rzędu z warunku $\lambda \geqslant \lambda_{min}$ (wzór 4.46).

Przyjęto bez obliczeń $A = 0,7$,

$$B = \sqrt{1 + 2 \cdot 0,033 \cdot \frac{420}{21,4}} = 1,515 \quad \text{(wzór 4.48)},$$

$$C = 1,7 + \frac{165,9}{332,4} = 2,20 \quad \text{(wzór 4.49)},$$

$$n = \frac{0,490}{0,3 \cdot 0,35 \cdot 21,4} = 0,218\,,$$

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \cdot 0,7 \cdot 1,515 \cdot 2,20}{\sqrt{0,218}} = 99,9\,,$$

$$\lambda = \frac{l_o}{i} = \sqrt{12} \cdot \frac{l_o}{h} = \sqrt{12} \cdot \frac{4,82}{0,4} = 41,7 < \lambda_{lim}\,.$$

Nie trzeba sprawdzać efektów II rzędu.

Przykład 6.

Słup będący elementem ramy ma przekrój $b = h = 0,3$ m i wysokość obliczeniową (wyboczeniową) $l_o = 3,78$ m.

Momenty zginające wynoszą odpowiednio w węźle górnym i dolnym $M_{Ed}^2 = 50,1$ kNm, $M_{Ed}^1 = 31,1$ kNm, a odpowiada im siła normalna $N_{Ed} = 2063$ kN.

Wymiarowanie – węzeł górny

$$e = \frac{50,2}{2063} + 0,02 = 0,044 \text{ m}.$$

Założono przypadek małego mimośrodu $\xi_{eff} = 1,0$ i $x_s = -1$ (podejście tradycyjne). Ponieważ cały przekrój ma być ściskany, to ze względu na ograniczenie odkształceń przyjęto $\varepsilon_s = 2‰$ i $\sigma_s = f_{yd} \cdot \varepsilon_s/\varepsilon_{pl} = 420 \cdot 2/2,1 = 400$ MPa.

$$A_{s2} = \frac{2,063 \cdot (0,044 + 0,15 - 0,05) - 21,4 \cdot 0,3 \cdot 0,25^2 \cdot 0,5}{400 \cdot 0,2} = 12,06 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$

$$A_{s1} = \frac{2,063 - 21,4 \cdot 0,3 \cdot 0,25 - 12,06 \cdot 400 \cdot 10^{-4}}{400} < 0\,.$$

Zbrojenie A_{s1} jest niewykorzystane (proszę policzyć przekrój przy założeniu DM!). Można prowadzić dalsze obliczenia w tym węźle (jak w przykładzie 4). W tym przykładzie od razu przechodzimy do węzła dolnego.

Wymiarowanie – węzeł dolny

W węźle tym $e = \frac{31,1}{2063} + 0,02 = 0,035$ m.

Uwzględniamy zbrojenie A_{s2}, które jest tu niewykorzystane. Warunek sumy momentów względem zbrojenia ściskanego A_{s1} ma postać:

$$N_{Ed}\left(\frac{h}{2}-a-e\right)+(2{,}67-3{,}33\xi_{eff})A_{s2}f_{yd}(d-a)-f_{cd}bd^2\xi_{eff}\left(\frac{\xi_{eff}}{2}-\frac{a}{d}\right)=0\,,$$

$$2{,}063\cdot(0{,}15-0{,}05-0{,}035)+(2{,}67-3{,}33\xi_{eff})\cdot 12{,}06\cdot 420\cdot 10^{-4}\cdot 0{,}2-$$
$$-21{,}4\cdot 0{,}3\cdot 0{,}25^2\cdot\xi_{eff}\cdot(0{,}5\xi_{eff}-0{,}2)=0\,,$$

$$-0{,}2006\xi_{eff}^2-0{,}2571\xi_{eff}+0{,}4046=0\,,\qquad \sqrt{\Delta}=0{,}6250\,,$$

$$\xi_{eff}=\frac{0{,}2571-0{,}6250}{2\cdot(-0{,}2006)}=0{,}917\,,\qquad x_s=-0{,}38\,,$$

$$A_{s1}=\frac{2{,}063-21{,}4\cdot 0{,}3\cdot 0{,}25\cdot 0{,}917-0{,}38\cdot 12{,}06\cdot 420\cdot 10^{-4}}{400}=$$

$$=7{,}8\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2.$$

Sumaryczny stopień zbrojenia przekroju słupa wynosi:

$$\rho=\frac{12{,}06+7{,}8}{30\cdot 25}=0{,}026=2{,}6\%<\rho_{max}=4\%.$$

Sprawdzenie efektów II rzędu

$$A=0{,}7\,,$$

$$B=\left(1+2\cdot 0{,}026\cdot\frac{420}{21{,}4}\right)^{0{,}5}=1{,}42\,,$$

$$C=2{,}2\,,$$

$$n=\frac{2{,}063}{0{,}3\cdot 0{,}25\cdot 21{,}4}=1{,}29\,,$$

$$\lambda_{lim}=\frac{20\cdot 0{,}7\cdot 1{,}42\cdot 2{,}2}{\sqrt{1{,}29}}=38{,}51\,.$$

Ponieważ $\lambda=\sqrt{12}\cdot 3{,}78/0{,}3=43{,}6>38{,}51$, to konieczne jest sprawdzenie wpływu smukłości.

Zbrojenie słupa przyjęto w postaci $4\phi 28$ (po jednym w narożu), $A_{s1}=A_{s2}=12{,}32\,\mathrm{cm}^2$. Można sprawdzić, że słup nie ulegnie zarysowaniu. W związku z tym $I=I_{\mathrm{I}}$.

a) obliczanie sztywności słupa

$$h_o=\frac{2A_c}{u}=\frac{2bh}{2(b+h)}=\frac{h}{2}=0{,}15\ \mathrm{m}=150\ \mathrm{mm},\qquad RH=50\%,$$

$$t_0=90\ \mathrm{dni},\qquad \varphi(t_0,\infty)=2{,}0\,,$$

$$\varphi_{ef}=2{,}0\cdot\frac{33}{50}=1{,}32\,,$$

$$E_{cd,eff}=\frac{32}{1{,}2(1+1{,}32)}=11{,}5\ \mathrm{GPa},$$

$$\alpha_{e,lt}=17{,}4\,,$$

$$I_{\mathrm{I}}=\frac{bh^3}{12}+\alpha_{e,lt}\cdot(A_{s1}+A_{s2})\cdot\left(\frac{h}{2}-a\right)^2=$$

$$=\frac{0{,}3^4}{12}+17{,}4\cdot 24{,}64\cdot 10^{-4}\cdot(0{,}15-0{,}05)^2=1{,}10\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4,$$

$$EI_{\mathrm{I}}=11{,}5\cdot 1{,}10=12{,}69\ \mathrm{MNm}^2.$$

b) przybliżona wartość siły wyboczeniowej

$$N_B=\frac{48}{5}\cdot\frac{EJ}{l_o^2}=\frac{48}{5}\cdot\frac{12{,}69}{3{,}78^2}=8{,}53\ \mathrm{MN}\quad(\text{wzór 4.51}).$$

Dalej obliczamy:

$$a=\frac{N_{Ed}l_o^2}{EJ}=\frac{2{,}06\cdot 3{,}78^2}{12{,}69}=2{,}32\,,$$

$$\beta=\frac{31}{50{,}1}=0{,}62\,.$$

c) przebieg momentu drugiego rzędu podany jest równaniem (wzór 4.56)

$$M_{Ed}=N_{Ed}e_o\left\{1-1{,}62\xi+3{,}06\left[0{,}27\xi^3-0{,}5\xi^2+0{,}23\xi\right]\right\}\,.$$

Po uporządkowaniu otrzymuje się:

$$M_{Ed}=N_{Ed}e_o\left\{0{,}8262\xi^3-1{,}53\xi^2-0{,}9162\xi+1\right\}\,.$$

Pochodna ma postać:

$$\frac{\Delta M_{Ed}}{d\xi}=N_{Ed}e_o\left\{2{,}4786\xi^2-3{,}06\xi-0{,}9162\right\}\,.$$

Ma ona miejsca zerowe dla:

$$\xi_1 = \frac{3{,}06 + 3{,}41}{2 \cdot 2{,}48} = 1{,}30\,, \qquad \xi_2 = \frac{3{,}06 - 3{,}41}{2 \cdot 2{,}48} = -0{,}07\,.$$

W interesującym nas przedziale, tzn. $\xi \in \langle 0, 1\rangle$, pochodna jest ujemna. Oznacza to, że moment drugiego rzędu jest funkcją malejącą i wszędzie jest mniejszy niż moment w górnym węźle. Nie trzeba więc ponownie wymiarować słupa.

Przykład 7.

Sprawdzić efekty II rzędu dla słupa z przykładu pierwszego.

$A = 0{,}7\,,$

$$B = \left(1 + 2 \cdot 0{,}011 \cdot \frac{420}{21{,}4}\right)^{0{,}5} = 1{,}20\,,$$

$C = 1{,}7 - 1 = 0{,}7\,,$

$$n = \frac{25}{21{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}46} = 0{,}635\,,$$

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \cdot 0{,}7 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}7}{\sqrt{0{,}635}} = 14{,}76\,.$$

Ponieważ $\lambda = \sqrt{12} \cdot 3{,}5/0{,}5 = 24{,}2 > \lambda_{lim}$, to efekty drugiego rzędu muszą być uwzględnione.

Obliczenia sztywności

Trzeba sprawdzić, czy słup może ulec zarysowaniu. Wyznaczamy charakterystykę przekroju w fazie I.

$$h_o = \frac{2 \cdot 40 \cdot 50}{2 \cdot 90} = 22 \text{ cm} = 220 \text{ mm}, \qquad RH = 50\%,$$

$t_0 = 90$ dni, $\qquad \varphi(t_0, \infty) \approx 1{,}94\,,$

$M_{Eqp} \approx 0{,}60 M_{Ed}\,, \qquad \varphi_{eff} = 1{,}16\,,$

$$E_{cd,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{eff}} = \frac{32}{2{,}16} = 14{,}81\,, \qquad \alpha_{e,It} = \frac{200}{14{,}81} = 13{,}5\,.$$

Sprowadzone pole powierzchni słupa:

$A_{cs} = 40 \cdot 50 + 13{,}5(16{,}08 + 4{,}02) = 2271 \text{ cm}^2.$

Moment statyczny względem krawędzi słupa:

$S_{cs} = 40 \cdot 50 \cdot 2{,}5 + 16{,}08 \cdot 13{,}5 \cdot 5{,}6 + 4{,}02 \cdot 13{,}5 \cdot 44{,}4 = 53572\,,$

$x_{\mathrm{I}} = 53572/2271 = 23{,}6 \text{ cm},$

$$I_{\mathrm{I}} = \frac{40 \cdot 50^3}{12} + 40 \cdot 50 \cdot 1{,}4^2 + 16{,}08 \cdot 13{,}5 \cdot 18^2 + 4{,}02 \cdot 13{,}5 \cdot 20{,}8^2 =$$

$$= 514400 \text{ cm}^4 = 5{,}144 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4,$$

$W_{cs} = 514400/(26{,}4 - 5{,}6) = 24731 \text{ cm}^3 = 24{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3,$

$$N_{cr} = \frac{2{,}9}{-\frac{1}{0{,}2271} + \frac{0{,}16}{24{,}7 \cdot 10^{-3}}} = 1{,}398 \approx 1{,}4 \text{ MN}.$$

Ponieważ siła osiowa wywołana obciążeniem charakterystycznym wynosi $N_{Ed,k} = 1{,}56$ MN, to przekrój słupa należy potraktować jako zarysowany.

$0{,}4 \cdot x_{\mathrm{II}}^2 + 16{,}08 \cdot 13{,}5 \cdot (x_{\mathrm{II}} - 5{,}6) = 4{,}02 \cdot 13{,}5 \cdot (44{,}4 - x_{\mathrm{II}})\,,$

$0{,}4x_{\mathrm{II}}^2 + 271{,}35x_{\mathrm{II}} - 3625{,}236 = 0\,, \qquad \sqrt{\Delta} = 281{,}84\,,$

$$x_{\mathrm{II}} = \frac{-271{,}35 + 281{,}84}{0{,}8} = 13{,}1 \text{ cm}.$$

Moment bezwładności przekroju zarysowanego jest równy:

$$I_{\mathrm{II}} = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}131^3}{3} + 16{,}08 \cdot 10^{-4} \cdot 13{,}5 \cdot (0{,}131 - 0{,}056)^2 +$$

$$+ 13{,}5 \cdot 4{,}02 \cdot 10^{-4} \cdot (0{,}5 - 0{,}131 - 0{,}056)^2 = 0{,}953 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4,$$

$$\zeta = 1 - 0{,}5\left(\frac{N_{cr}}{N_E d, k}\right)^2 = 1 - 0{,}5\left(\frac{1{,}4}{1{,}56}\right)^2 = 0{,}60\,.$$

Nominalny moment bezwładności jest równy:

$$I = \frac{I_{\mathrm{II}} \cdot I_{\mathrm{I}}}{I_{\mathrm{I}} \cdot \zeta + (1 - \zeta) I_{\mathrm{II}}} = \frac{0{,}953 \cdot 5{,}14}{5{,}14 \cdot 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}953} = 1{,}41 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4,$$

nominalna sztywność jest równa:

$$I \cdot E_{cd,ef} = \frac{1{,}41 \cdot 14{,}81}{1{,}2} = 17{,}4 \text{ MNm}^2.$$

Obliczenie siły wyboczeniowej N_B

$$N_B = \frac{48}{5} \cdot \frac{17{,}4}{3{,}5^2} = 13{,}63 \text{ MN}.$$

Wartość momentu drugiego rzędu obliczamy ze wzoru (4.52):

$$M_{Ed} = M^o_{Ed}\left[1 + \frac{\frac{6}{5}}{\frac{13{,}6}{2{,}5} - 1}\right] = 1{,}11 M^o_{Ed} = 1{,}11 \cdot 350 = 392 \text{ kNm}.$$

Wnioski końcowe

1. Efekt drugiego rzędu przekracza 10% (11,1%) i musi być uwzględniony w obliczeniach.
2. Należy przeprowadzić ponowne obliczenia słupa zakładając N_{Ed} = 2,5 MN i M_{Ed} = 0,392 MNm.
3. Wzrośnie nieco zbrojenie (szczególnie w strefie rozciąganej), ale wcześniej zbrojenie A_{s1} było przyjmowane konstrukcyjnie.

5. Projektowanie konstrukcji monolitycznych – stropy

5.1. Uwagi ogólne

Stropy żelbetowe są typowym przykładem szeroko rozpowszechnionego zastosowania konstrukcji monolitycznych. Znajdują one zastosowanie w obiektach handlowych, przemysłowych oraz mieszkaniowych. Oprócz klasycznych stropów monolitycznych stosuje się również rozwiązania wykorzystujące prefabrykaty, tzn. gotowe elementy montowane na budowie. Istnieją także rozwiązania mieszane – fragmenty konstrukcji są wykonane jako zespolone. Terminem tym określa się element, w którym w sposób trwały został połączony prefabrykat z betonem wykonanym bezpośrednio na budowie.

Istnieje duża różnorodność rozwiązań konstrukcyjnych stropów monolitycznych i wiele kryteriów ich klasyfikowania. Jednym z nich może być następujący podział:

a) stropy płytowo-słupowe,

b) stropy płytowo-belkowe.

W obu typach stropów podstawowym elementem konstrukcyjnym, na który działają obciążenia użytkowe, są płyty. W przypadku stropu płytowo-słupowego obciążenie z płyt przekazuje się bezpośrednio na podpierające je słupy. Układ siatki słupów w decydujący sposób wpływa na warunki pracy całej konstrukcji. Grubość płyt jest relatywnie duża. Są one zginane w dwóch kierunkach, a jednym z ważniejszych zagadnień staje się problem ich przebicia.

W stropach płytowo-belkowych obciążenie z płyt przekazuje się na podpierające je belki, a dopiero one obciążają słupy. Z punktu widzenia warunków pracy konstrukcji warto rozróżnić dwa dodatkowe przypadki. Pierwszy odnosi się do sytuacji, gdy wszystkie belki są mniej więcej jednakowe i tworzą żelbetowy ruszt. Najczęściej w takich układach konstrukcyjnych płyty zginane są w dwóch kierunkach, a słupy są usytuowane w miejscu „krzyżowania" się belek.

Najstarszym, klasycznym rodzajem stropu belkowego jest konstrukcja nawiązująca do tradycyjnych stropów drewnianych. Płyty oparte są na belkach podrzędnych (żebrach) i są mocno wydłużone w jednym kierunku. Przy krótszych bokach płyty opierają się na belkach głównych zwanych często podciągami. Na nie przekazują się również obciążenia ze wspomnianych już żeber. Trzeba wiedzieć, że w odróżnieniu od stropów drewnianych, żebra nie opierają się na podciągach, lecz „dochodzą" do ich powierzchni z boku. W ten sposób dół płyty pokrywa się z górną krawędzią żebra i podciągu. Podciągi opierają się na słupach, które przekazują obciążenia na fundamenty.

Możliwe jest oczywiście stosowanie rozwiązań mieszanych w zakresie wyboru typu stropu. W decydującym stopniu o wyborze konstrukcji stropu przesądza przeważnie jego funkcja, kształt, dostępne technologie itp.

W dalszej części tego rozdziału omówione zostaną podstawowe zasady postępowania przy projektowaniu klasycznego stropu płytowo-belkowego z żebrami i podciągami.

5.2. Zasady planowania układu konstrukcji i wstępnego przyjmowania wymiarów elementów

Przeważnie budowlaniec nie ma możliwości dowolnego kształtowania konstrukcji stropu. Ponieważ najczęściej decydującym kryterium są wymagania funkcjonalne, to o ogólnym układzie konstrukcji (np. siatce słupów) decyduje architekt w porozumieniu z np. technologiem i inwestorem.

Tym nie mniej, warto brać w tym udział i starać się, aby rozwiązania były korzystne również z konstrukcyjnego punktu widzenia. Poniżej podano niektóre z ważniejszych zasad.

Dylatacje

Dylatacje są to przerwy w konstrukcji umożliwiające kompensację deformacji, które mogą się w niej pojawić. Najczęściej wykonuje się je ze względu na przewidywane odkształcenia skurczowe lub termiczne. Kiedyś stosowano je bardzo powszechnie. Obecnie jest tendencja do ograniczania ich stosowania. W takich sytuacjach zamiast dylatacji projektuje się odpowiednie zbrojenie, które ma przyjmować te odkształcenia. Wymaga to już jednak od projektanta sporych umiejętności i doświadczenia oraz dobrej jakości wykonawstwa.

Jeżeli w globalnej analizie konstrukcji pomija się wpływ temperatury i skurczu, to trzeba stosować dylatacje. Ich maksymalne odległości zależą od warunków i typu konstrukcji. Szczegółowe zalecenia podane są w tablicy 11 w załączniku. Dla typowych stropów monolitycznych odległość ta nie może przekraczać 30,0 m.

Płyty

W stropach będących przedmiotem tej książki ograniczono się do płyt prostokątnych podpartych na wszystkich czterech krawędziach. Proporcje pomiędzy długościami boków dobiera się w ten sposób, aby $a/b \geqslant 2$. Dzięki temu są one zginane głównie w jednym kierunku – krótszego boku. W konstrukcji stropu otrzymuje się układ płyt wieloprzęsłowych ciągłych począwszy od skrajnego wieńca (żebra) aż do dylatacji. O rozpiętościach krótszych boków decydują rozstawy i wymiary żeber, a dłuższych – podciągów. Najczęściej wszystkie wewnętrzne przęsła płyt mają taką samą rozpiętość. Powinna być ona dostosowana do gabarytów typowych deskowań dostępnych na rynku. Ewentualne mniej typowe rozstawy należy ograniczyć do skrajnych pól (przy wieńcu i dylatacji). Warto też pamiętać, że w sytuacji, gdy skrajne przęsła są krótsze od pozostałych, otrzymuje się bardziej równomierny przebieg momentów. Jest to korzystne z punktu widzenia późniejszego doboru zbrojenia.

Na etapie wstępnego przyjmowania wymiarów płyty określa się jej grubość. W takich płytach beton jest słabo wykorzystany, a stopień zbrojenia zwykle nie przekracza 0,5%. O wysokości płyty decyduje warunek związany z ugięciem, tzn. stosunek l_{eff}/d. Można przyjmować, że nie powinien on przekraczać 30–35. Im lepsza jest klasa betonu i mniejszy udział obciążeń długotrwałych w całości obciążenia, tym wartość max (l_{eff}/d) może być większa i sięgać nawet 40 – por. tab. nr 9 w załączniku.

Drugim ważnym czynnikiem są wymagania trwałości i względy konstrukcyjne. Należy na nie szczególnie zwrócić uwagę, gdy środowisko jest agresywne względem betonu lub stali i wymagane są duże wartości otulenia – c. Wtedy ustalając grubość płyty, należy uwzględnić zarówno wartości tych wymaganych otuleń, jak i miejsce dla dolnego oraz górnego zbrojenia płyty, a także zapewnić taką odległość pomiędzy nimi, aby można było ulokować tam górne zbrojenie żebra. Czasami, przy dużych wymaganych wartościach c_{nom}, warto wziąć pod uwagę rozwiązanie polegające na zastosowaniu tylko jednego poziomu zbrojenia usytuowanego w osi płyty.

Żebra

Żebra są typowymi belkami ciągłymi kilkuprzęsłowymi (przeważnie 2 do 4 przęseł). Zakłada się, że przejmują one całość obciążeń z płyt jednokierunkowo zginanych, tzn., że ich obciążenie składa się z równomiernie rozłożonych reakcji z płyt i ich ciężaru własnego.

Skrajne przęsła żeber łączą się z wieńcami, a podporami pośrednimi są podciągi.

Planując układ konstrukcji warto, podobnie jak w odniesieniu do płyt, wziąć pod uwagę możliwość zróżnicowania rozpiętości przęseł. W sytuacji gdy skrajne przęsła są o jakieś 20 – 30% krótsze od pozostałych, otrzyma się bardziej zbliżone do siebie wartości maksymalnych momentów w przęsłach. Ułatwia to (i czyni oszczędniejszym) późniejsze zbrojenie. Trzeba przy tym pamiętać, by rozpiętości belek w świetle umożliwiały korzystanie z typowych deskowań (przynajmniej w odniesieniu do powtarzalnych przęseł).

Wstępne wymiary przekroju żeber ustala się w standardowy sposób opisany bardziej szczegółowo w rozdziale 3. O wymiarach przekroju decyduje zginanie i trzeba w związku z tym oszacować wartość maksymalnego momentu (nad podporą), biorąc pod uwagę obciążenia użytkowe oraz te obciążenia stałe, które wynikają z konstrukcji płyty, posadzek itp. Ciężar własny samej belki można szacować na około 10% całości obciążeń (przy obciążeniach użytkowych $q_k \geqslant 5{,}0$ kPa). Na etapie wstępnego szacowania wymiarów można go w obliczeniach statycznych pomijać, ale wtedy przy określaniu b i h ostateczne wartości powinny być efektem zaokrąglania wyników „w górę".

Przyjmując ostateczną wartość b, należy mieć na uwadze zasady rozmieszczania prętów w przekroju. Warto dla założonego stopnia zbrojenia oszacować pole powierzchni prętów i ich spodziewaną liczbę. W sytuacjach, gdy klasy środowiska wymagają stosowania $c_{nom} \geqslant 30$ mm, często opłaca się dodatkowo zwiększyć szerokość belki, tak aby zbrojenie mogło mieścić się w jednym rzędzie.

Stopień zbrojenia żeber zależny jest od użytej klasy betonu i stali oraz wielkości obciążeń. W typowych sytuacjach można dla najbardziej wytężonych przekrojów przyjmować $\rho \approx 1{,}2–1{,}5\%$. Dla tych stopni zbrojenia i rozpiętości nie przekraczających 8,0 m nie ma potrzeby (na wstępnym etapie) przeprowadzania dokładniejszych analiz ugięcia, jeżeli tylko $l_{eff}/d \leqslant 16–18$.

Podciągi

Są to główne belki nośne, których dominującym obciążeniem są siły skupione będące reakcjami z opierających się na nich żebrach. Jak już wspomniano, jest to pewne uproszczenie, ponieważ część obciążenia z płyt w rzeczywistości przekazuje się na podciąg bezpośrednio, a nie za pośrednictwem żeber. Równomiernie rozłożonym obciążeniem jest ciężar własny podciągu.

Zasady kształtowania przekroju poprzecznego i rozpiętości podciągu są analogiczne do omówionych już przy żebrach.

Ogólnie można powiedzieć, że ze względu na większe obciążenia (i w konsekwencji siły wewnętrzne) wymiary i stopień zbrojenia podciągów są większe niż żeber. Dobrze jest przy tym, aby różnica w wysokości podciągu i żeber była rzędu co najmniej 10–15 cm. Ułatwia to odpowiednie zazbrojenie miejsca połączenia podciągu z żebrami.

Słupy

Przeprowadzając bardziej dokładną analizę konstrukcji, należy belki główne i słupy potraktować jako elementy ramy żelbetowej. Dzięki temu otrzyma się nieco mniejsze wartości momentów zginających w podciągu. W odniesieniu do słupów powoduje to, że ich obciążeniem jest siła osiowa i liniowo zmieniający się moment.

Jeżeli obciążenie całej konstrukcji jest pionowe, to różnice wynikające z rodzaju przyjętego schematu statycznego nie są duże. Wybór zależy od projektanta, który powinien mieć jednak świadomość, że przyjęcie przegubowych podpór dla podciągu skutkuje zawyżeniem występujących tam momentów i niedoszacowaniem obciążeń słupa.

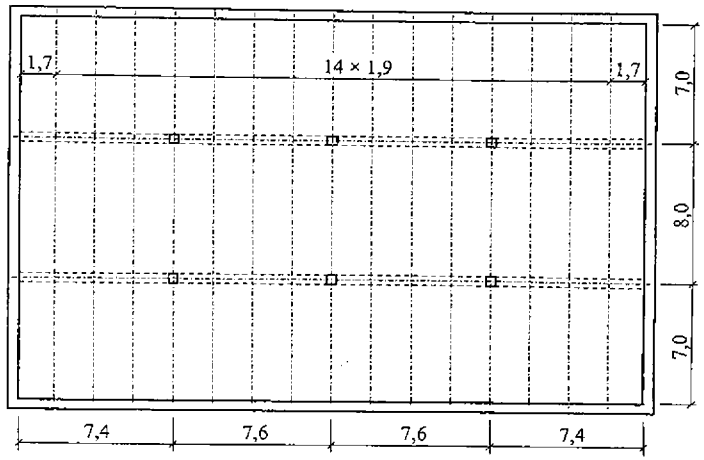
Na etapie wstępnego przyjmowania wymiarów słupa można zakładać, ze będzie on miał przekrój kwadratowy o szerokości identycznej z szerokością podciągu (będą zlicowane). Duża dopuszczalna zmienność stopnia zbrojenia słupów w pełni usprawiedliwia takie podejście.

Przykładowe rozplanowanie układu konstrukcyjnego stropu monolitycznego

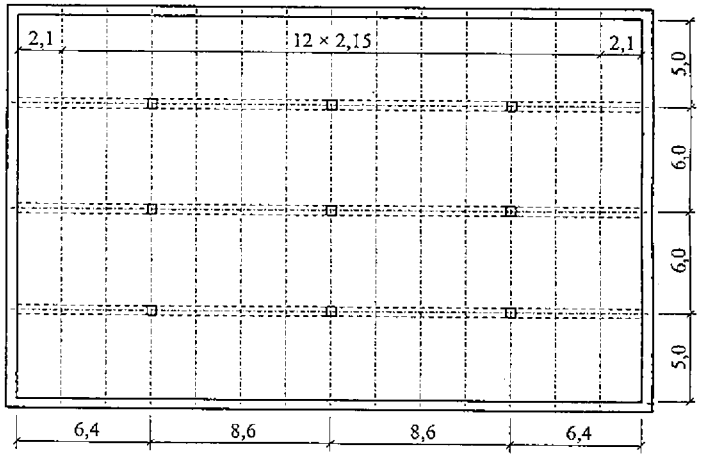
Strop ma mieć wymiary rzutu 30,0×22,0 m. Nie jest potrzebne stosowanie dodatkowej dylatacji. Na rysunku 5.1 pokazany jest pierwszy wariant układu konstrukcyjnego.

Można go określić jako dosyć typowy, dostosowany do obciążeń rzędu 5–7 kPa. Punktem wyjścia do stworzenia tego układu było założenie, że zastosowane zostaną dwie osie podciągów, które będą belkami czteroprzęsłowymi. Bezpośrednią konsekwencją tego wyboru są trzy przęsłowe żebra. Rozpiętości przęseł zostały zróżnicowane (7, 8, 7), aby otrzymać bardziej zbliżone wartości momentów przęsłowych. W dalszej kolejności przyjęto, że w każdym przęśle podciągu będą po trzy żebra pośrednie. Daje to ogólną liczbę płyt równą 4 × 4 = 16 (alternatywą było 4 × 3 = 12 płyt o osiowym rozstawie ~ 2,50 m). Środkowe przęsła przyjęto o osiowych rozstawach równych 1,9 m (1,9 × 14), a resztę przypisano do przęseł skrajnych. Rozstawy słupów wynikają z układu płyt.

Na rysunku 5.2 pokazano alternatywne rozwiązanie stropu planowanego na tym samym rzucie. Może on być zastosowany przy większych obciążeniach. Zastosowano trzy osie podciągów, co skutkuje zwiększeniem liczby przęseł żeber do czterech (i zmniejszeniem ich rozpiętości).

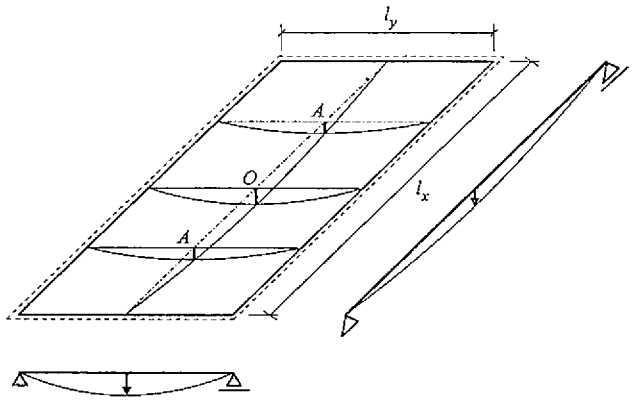


Rys. 5.1. Schemat konstrukcji stropu



Rys. 5.2. Schemat konstrukcji stropu

Zróżnicowanie rozpiętości przęseł do 5,0 i 6,0 m przyjęto z opisywanych już przyczyn. Dodatkowy nowy pomysł polegał na wprowadzeniu mocniejszych zróżnicowań w rozpiętościach przęseł podciągu przy niezmiennej ich liczbie. Założono, że w wewnętrznych przęsłach będą po trzy dodatkowe żebra pośrednie, a w skrajnych tylko po dwa. Daje to sumaryczną liczbę przęseł płyty równą 14. Różnica w rozpiętościach przęseł podciągu wynosi w tym przypadku prawie 35%.



Rys. 5.3. Schemat odkształceń płyty podpartej na wszystkich krawędziach

5.3. Obliczanie i konstruowanie ciągłych płyt zginanych jednokierunkowo

Na rysunku 5.3 pokazano schematycznie widok płyty podpartej na wszystkich krawędziach i równomiernie obciążonej.

Biorąc pod uwagę ugięcie środka płyty, można korzystając z uproszczonych zależności stwierdzić, że jeżeli stosunek długości boków przekracza $l_x/l_y = 2$, to $\rho_x/\rho_y < 4$, a tym samym $M_x/M_y < 0{,}25$. Przy ogólnie niewielkich momentach występujących w płytach, pomija się więc zginanie w kierunku dłuższego boku. Uproszczenie to ułatwia obliczenia i jest bezpieczne ze względu na nośność płyty.

Przy założeniu, że cała płyta pracuje głównie w jednym kierunku, można ją potraktować na etapie obliczeń statycznych jak belkę ciągłą, której szerokość dobieramy dowolnie. Najwygodniej jest przyjąć szerokość $b = 1{,}0$ i otrzymane dla takiej szerokości wyniki „przenieść" później na pozostałe pasma płyty.

Przyjmując schemat statyczny płyty, warto pamiętać o następujących sprawach:

1. Przy ustalaniu rozpiętości obliczeniowej do rozpiętości w świetle dodaje się na oparcia po $a_i = \min[0{,}5b, 0{,}5h]$. Ponieważ grubość płyty h jest mniejsza od szerokości żebra b, to właśnie ona decyduje o wartości a_i. Czasami o takich podporach mówi się, że są to tak zwane podpory szerokie (rozpiętość obliczeniowa jest mniejsza od osiowej).
2. W obliczeniach statycznych przyjmuje się schemat belki ciągłej przegubowo podpartej. Do programów komputerowych można wprowadzać schematy o rzeczywistej ilości przęseł lub krótsze. Zwyczajowo korzystało się ze schematu belki pięcioprzęsłowej o przęsłach określanych następująco: skrajne (1), przedskrajne (2) i środkowe (3). Przyjmowano przy tym, że w „pominiętych" przęsłach wartości sił wewnętrznych (M_{Ed}, V_{Ed}) są na tyle zbliżone do wartości z przęsła środkowego, iż szkoda czasu na bardziej dokładne obliczenia. Pomimo wyparcia tradycyjnych obliczeń przez programy komputerowe warto korzystać z tego uproszczenia. Wyjątek muszą jednak stanowić takie sytuacje, gdy przęsła skrajne nie są sobie równe (nie ma symetrii). Dzieje się to zwykle w sytuacji, gdy przęsło skrajne przylega do dylatacji. Może wtedy być ono znacząco krótsze lub na przykład mieć formę wspornika. Nawet jednak wtedy redukcja do 7 lub 9 przęseł jest w pełni uzasadniona.

Płyty można obliczać w jeden ze sposobów podanych w rozdziale drugim. Oprócz klasycznej analizy liniowej możliwe jest stosowanie redystrybucji momentów, analiza plastyczna czy też uwzględnianie w obliczeniach sztywności żeber na skręcanie. Dają one nieco mniejsze wartości sił wewnętrznych niż to wynika z klasycznego podejścia liniowo-sprężystego. Ponieważ jednak w płytach, o których jest mowa, obliczone stopnie zbrojenia są zwykle niewielkie (o grubości płyty decyduje ugięcie!), to bardziej szczegółowe obliczenia można w większości sytuacji uznać za mało celowe.

W obliczeniach statycznych niezbędnych do określania ilości zbrojenia głównego można się ograniczyć do wyznaczenia maksymalnych wartości momentów przęsłowych $M_{1,max}$, $M_{2,max}$ i $M_{3,max}$ oraz ekstremalnych wartości momentów w osiach podpór $M_{B,min}$ i $M_{C,min}$. Znajduje się je, kojarząc obciążenia stałe i zmienne (znajomość linii wpływu!), tak aby były to ekstrema obwiedni momentów. Dla przypomnienia:

1. Sprawdza się wstępnie, która z kombinacji obciążeń jest mniej korzstna: $1{,}35g_k + 1{,}05q_k$ czy $1{,}15g_k + 1{,}5q_k$ i z niej się korzysta (wyjątkiem są stropy w magazynach, gdzie zawsze $1{,}35g_k + 1{,}5q_k$). Jeżeli $q_k \geqslant \frac{4}{9} \cdot g_k$, to stosuje się drugą z alternatywnych możliwości.
2. Obciążenia stałe znajduje się na całości płyty, ale jeżeli dane (np. od producenta) pozwalają ustalić $g_{k,min}$ i $g_{k,max}$, to należy uwzględnić to w obliczeniach. Tam, gdzie obciążenie stałe powoduje spadek wartości obliczanego momentu, przyjmuje się $g_o = g_{k,min} \cdot 1{,}0$, a tam gdzie zwiększa się go, $g_o = g_{k,max} \cdot \gamma_F$ ($\gamma_F = 1{,}35$ lub $1{,}15$ w zależności od przyjętej kombinacji).
3. Obciążenie zmienne $g_o = g_k \cdot \gamma_F$ (1,5 lub 1,05) „ustawia" się tylko tam, gdzie spowoduje wzrost obliczonego momentu.

Na podstawie tak przeprowadzonych obliczeń można wyznaczać zbrojenie główne płyty.

Zbrojenie przęsłowe

Zbrojenie przęsłowe (dolne) zwyczajowo jest konstruowane jako ciągłe przechodzące przez wszystkie przęsła danej płyty ciągłej. Ponieważ obliczenia statyczne przeprowadzono dla szerokości $b = 1{,}0$ m, to obliczone pola powierzchni – A_{s1}^1, A_{s1}^2, A_{s1}^3 (odpowiednio dla $M_{1,max}$, $M_{2,max}$ i $M_{3,max}$) – określają ilość zbrojenia na mb płyty. Zwymiarowanie polega w tej sytuacji na określaniu, jakie mają być średnice prętów zbrojenia i jaki ich rozstaw (np. $\phi 6$ co 200 mm). Ograniczeniem jest wymaganie ciągłości zbrojenia, co przekłada się praktycznie na przyjęcie jednakowego rozstawu prętów dla wszystkich przęseł. W tej sytuacji najwygodniej jest jak najlepiej „dopasować" się do wyników otrzymanych dla przęseł nr 3 (jest ich najwięcej!), a w przęsłach pierwszym i drugim – ewentualnie zastosować przy tym samym rozstawie inne średnice. Należy przy tym pamiętać, że im mniejsza liczba różnych średnic (np. tylko dwie), tym sprawniej zbrojenie zostanie wykonane na budowie.

Wybierając rozstaw prętów, należy kierować się następującymi zasadami:

* większy rozstaw prętów to mniejsza ich liczba do układania,

** maksymalny rozstaw s_{slab} nie może przekraczać:

$$s_{slab} \leqslant s_{slab,max} = \begin{cases} 3h \text{ i } 400 \text{ mm} & (5.1a) \\ 2h \text{ i } 250 \text{ mm} & (5.1b) \end{cases}$$

Warunek (5.1a) dotyczy ogólnie zbrojenia głównego, a (5.1b) miejsc, gdzie występują maksymalne momenty lub obciążenia skupione. Przy sugerowanym powyżej sposobie zbrojenia należy przyjąć, że warunek (5.1b) jest wiążący.

Przemawia za tym dodatkowo fakt, że zbyt duży rozstaw prętów może skutkować nadmierną szerokością rozwarcia rys.

Zbrojenie na momenty podporowe wykonuje się w analogiczny sposób. Obliczając potrzebne zbrojenie, można (inaczej niż w belkach) wykorzystywać obliczone wartości momentów w miejscu podparcia. Ze względu na małe wartości a_i różnice pomiędzy wartościami w licu i podporze są mało znaczące. Przyjęte w wyniku obliczeń rozstawy prętów nie muszą być takie same jak przyjęte w przęsłach. W płytach pełnych jednokierunkowo zginanych nie wykonuje się obecnie odgięć prętów. Warto jednak tak dobierać zbrojenie, aby nie wprowadzać „nowych" średnic.

Momenty ujemne dosyć szybko maleją i w związku z tym celowe jest zmniejszenie powierzchni zbrojenia w miarę wzrostu odległości od podpory. W Polsce tradycyjnie postępowano w ten sposób, że niezbędne przy podporze zbrojenie przedłużano na odległość $0{,}25l_{eff}$ i tam następowała redukcja. W obecnej normie nie ma takiego typu zaleceń. Warto jednak zachować dotychczasowe zwyczaje. Korzystając z programów komputerowych, łatwo jest obliczyć wartość maksymalnego ujemnego momentu w tym przekroju i przyjąć go jako podstawę do wyznaczenia głównego zbrojenia w środkowym fragmencie płyty. Należy przy tym potraktować je jako drugorzędne. Z tego względu jego rozstaw musi spełniać warunek $s < s_{max}$, gdzie:

$$s_{max} \leqslant \min\{3{,}5h \text{ i } 450 \text{ mm}\} . \qquad (5.2)$$

Praktyczne rozwiązanie projektowe polega zwykle na tym, że po obliczeniu zbrojenia nad sąsiednimi podporami i przyjęciu określonych rozstawów (przy obu podporach – takich samych) i średnic, część z tych prętów przedłuża się. Może to być co drugi lub trzeci pręt, tak aby spełnione było wymaganie dotyczące rozstawu prętów drugorzędnych. Zwykle powierzchnia tych przedłużonych prętów jest większa niż wynikająca z obliczeń na bazie $M_{min}(l_{eff}/4)$. Dzięki temu ma się zapas bezpieczeństwa ze względu na te czynniki, które w obliczeniach nie były brane pod uwagę (skurcz, różnice temperatur itp.).

Drugim typem zbrojenia omawianych płyt jest zbrojenie rozdzielcze. Jest to zbrojenie usytuowane prostopadle do zbrojenia głównego. Jego zasadniczą rolą jest zapewnienie współpracy prętów zbrojenia głównego w przenoszeniu obciążeń o charakterze skupionym. Gdy są one duże, to lokalnie płyta może pracować dwukierunkowo i pole zbrojenia rozdzielczego (wtedy już poprzecznego) oblicza się na podstawie analizy statycznej. W prostszych typowych sytuacjach przyjmuje się, że powinno ono być nie mniejsze niż 20% zbrojenia głównego i spełniać warunek (5.2). Praktycznie dolne zbrojenie rozdzielcze umieszcza się równomiernie, od wewnątrz płyty na zbrojeniu głównym zgodnie ze starą zasadą – trzy pręty na mb. Górne zbrojenie rozdzielcze jest potrzebne w przekrojach, gdzie występują momenty ujemne (do $l_{eff}/4$). Bezpośrednio przy samych podporach

(żebrach) są one zbędne, gdyż górne zbrojenie żeber jest zdecydowanie mocniejsze i „nie potrzebuje" pomocy.

Trzecią kategorię zbrojenia stanowią pręty, które występują w miejscach połączenia płyty z belkami poprzecznymi (podciągi, wieńce). Są one, w porównaniu z płytą, na tyle sztywne, iż powodują częściowe zamocowanie i związane z nim pojawienie się momentów zginających rozciągających górne włókna płyty. Jeżeli przyjęło się, że płyta jest zginana jednokierunkowo, to efekty te nie są uwzględnione w obliczeniach statycznych. Na etapie konstruowania należy więc zaprojektować górne zbrojenie biegnące prostopadle do osi tych belek i mogące przenieść moment równy $0{,}25M_{Ed}$ w przęśle. Zbrojenie to musi występować po obu stronach podciągu i sięgać na odległość równą nie mniej niż $0{,}2l_{eff}$, licząc od lica belki. W przypadku skrajnych podpór (np. wieńców) wartość tego momentu może być zmniejszona do $0{,}15M_{Ed}$.

Do zbrojenia płyt używa się prętów o średnicach nie większych niż $\phi 12$. Pręty takie są dostarczane na budowę w postaci kręgów i z tego względu nie ma formalnie ograniczenia dotyczącego długości pręta. Ze względów praktycznych stosuje się jednak takie długości, które umożliwiają swobodne operowanie prętem i jego odpowiednią sztywność (mniejsza ilość ewentualnych „podpór" i przekładek). Z tego też względu należy się liczyć z tym, że część prętów będzie łączona na zakład. Najczęściej dotyczy to dolnego zbrojenia głównego oraz tej części zbrojenia górnego, która znajduje się nie tylko przy podporach, ale i w przęsłach (u góry). Przy projektowaniu zakładu należy wziąć pod uwagę następujące aspekty:

a) miejsce wykonania zakładu,
b) długość zakładu,
c) ewentualne zbrojenie poprzeczne w miejscu wykonywania.

Wybierając miejsce, gdzie pręty są łączone na zakład, trzeba uwzględniać ich wytężenie (wykorzystanie). Najlepiej więc dolne pręty łączyć na zakład w okolicach podpór, a górne w środkowych fragmentach przęseł. Dzięki temu unika się możliwości rozłupywania otuliny, a długości zakładów są niewielkie.

Długość zakładu można obliczać ze wzoru (5.3):

$$l_o = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \cdot \frac{A_{req}}{A_{prov}} \cdot \alpha_6 \geqslant l_{o,min} , \qquad (5.3)$$

$$l_{o,min} = \max\{0{,}3l_o,\ 15\phi,\ 200 \text{ mm}\} . \qquad (5.4)$$

Formalnie należałoby we wzorze (5.3) uwzględnić jeszcze iloczyn $\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5$, ale w odniesieniu do płyt można uznać, że założenie, iż są one równe 1, jest sensowne. Jeżeli zakłady są wykonane w miejscach, gdzie $A_{req} \approx 0$, to decydujące znaczenie ma warunek (5.4) i praktycznie $l_o = 200$ mm. Współczynnik α_6 uwzględnia wartość względnej ilości łączonych w danym przekroju prętów:

$$1{,}0 \leqslant \alpha_6 = \sqrt{\frac{\rho_1}{25}} \leqslant 1{,}5 .$$

Jeżeli przykładowo w danym przekroju (jego oś $\pm 0{,}65l_o$) są zakłady 50% prętów, to $\alpha_6 = \sqrt{2} \approx 1{,}4$.

Dodatkowe zbrojenie poprzeczne w miejscu zakładów nie jest konieczne, gdyż średnica prętów łączonych na zakład jest mniejsza niż 20 mm.

Ścinanie nie stanowi problemu w omawianym typie płyt. Łatwo można wykazać, że maksymalna siła tnąca V_{Ed} jest zdecydowanie mniejsza niż $V_{Rd,c}$. Oznacza to, że nie trzeba obliczać i konstruować jakiegokolwiek zbrojenia na ścinanie.

Uwaga:

Omówiony tu sposób zbrojenia jest rozwiązaniem tradycyjnym. W sytuacjach, gdy chce się przyśpieszyć wykonanie zbrojenia płyt, korzysta się z gotowych siatek zbrojeniowych. Są to układy krzyżujących się i trwale ze sobą połączonych prętów. W jednym kierunku są to pręty zbrojenia głównego, a w drugim np. rozdzielczego.

W takiej sytuacji po zwymiarowaniu płyty ze względu na zginanie, zbrojenie jej polega na doborze (z istniejącego asortymentu) siatek o odpowiednich gabarytach (wymiarach) i układzie prętów.

Ważnym zagadnieniem jest taki dobór typów siatek, aby kompromis pomiędzy niezbędną ich liczbą (im mniej, tym lepiej) a stopniem przezbrojenia był rozsądny. Z praktycznego punktu widzenia ważnymi obszarami są miejsca zakładów i pokrywania się kilku siatek.

5.4. Obliczanie i konstruowanie drugorzędnych belek ciągłych (żeber)

5.4.1. Uwagi ogólne

Obciążenia działające na żebro składają się z reakcji z podpieranych płyt (obciążenia stałe i zmienne) oraz z ciężaru własnego belki. W typowych konstrukcjach ten drugi składnik stanowi około 10–15% całości obciążeń. Analizę statyczną żeber można prowadzić jedną z metod podanych w rozdziale drugim – analizą liniową, liniową z redystrybucją, plastyczną lub nieliniową. Najczęściej stosuje się najprostsze i najbardziej konserwatywne rozwiązanie polegające na użyciu tradycyjnej klasycznej analizy liniowo-sprężystej.

Schemat statyczny żebra stanowi belka ciągła, kilkuprzęsłowa. Zasady ustalania rozpiętości obliczeniowych są podane w rozdziale pierwszym i są identyczne do ustaleń dotyczących płyt.

Wyniki obliczeń statycznych żeber muszą być podane w bardziej szczegółowej postaci niż to miało miejsce przy płytach. Na ich podstawie należy sporządzić obwiednię momentów zginających. Stanowi ona „kopertę", wewnątrz której znajdują się wszystkie możliwe wartości momentów zginających, które mogą pojawić się w poszczególnych przekrojach żebra. Taka dokładność podawania wyników wiąże się z tym, że w belce ciągłej stosuje się odginanie prętów służące „dopasowaniu" zbrojenia do przebiegu momentów. Skonstruowanie obwiedni pozwala precyzyjnie ustalić np. miejsca, gdzie pręty są niezbędne obliczeniowo, gdzie można je odgiąć itp.

Nie ma natomiast potrzeby sporządzania dokładnej obwiedni sił tnących. W okolicach podpór, tam gdzie są one największe, siły tnące zmieniają się liniowo (obciążenie jest równomiernie rozłożone). Wystarczy więc znajomość ekstremalnych wartości sił tnących przy wszystkich podporach.

5.4.2. Wymiarowanie ze względu na zginanie

Obwiednie momentów sporządza się, dobierając odpowiednio obciążenia. Na belkę działają następujące obciążenia:

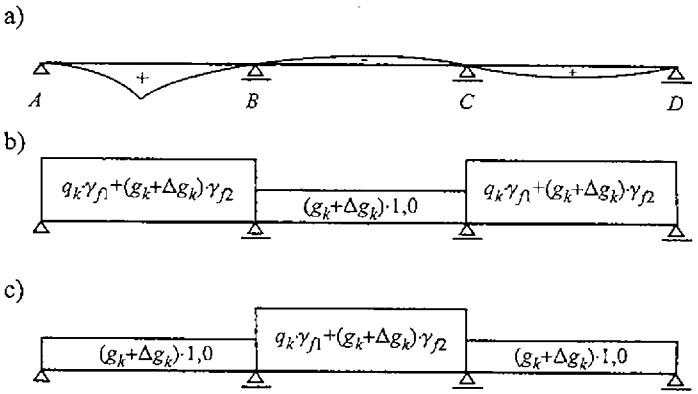
* reakcja z płyty od obciążeń stałych charakterystycznych g_k,

** reakcja z płyty od obciążeń zmiennych q_k,

*** ciężar własny żebra Δg_k.

Po doborze współczynników obciążenia γ_F, tak aby $(g_k + \Delta g_k) \cdot \gamma_F + q_k \cdot \gamma_F = \max$, „ustawia" się obciążenia, aby otrzymać obwiednię.

Na rysunku 5.4a pokazano przykładowo schematyczny przebieg linii wpływowej momentu w przęśle pierwszym (belka ma trzy przęsła).



Rys. 5.4. Schematy obciążeń do konstruowania obwiedni momentów.

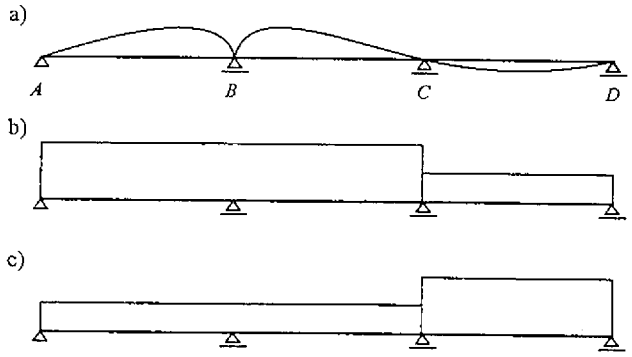
Obciążając belkę w sposób pokazany na rysunku 5.4b, otrzyma się wartości ekstremalnych momentów dodatnich (rozciągających dolne włókna belki) w przęśle pierwszym. Analogicznie wartości momentów, ale rozciągających włókna górne (ujemne), otrzymuje się przy obciążeniu pokazanym na rysunku 5.4c. W dalszej kolejności szkicuje się linię wpływową momentu dla przęsła środkowego.

W przypadku podpory kształt linii wpływowej jest następujący – rys. 5.5a.

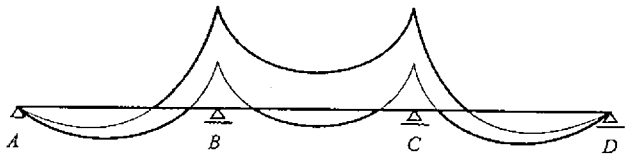
Na rysunku 5.5b pokazano układ obciążeń generujących ekstremalne ujemne momenty nad podporą B, a na rysunku 5.5c – ekstremalne momenty dodatnie (lub ujemne minimalne co do wartości bezwzględnej).

Ostatecznie „nałożenie" przedstawionych kombinacji obciążeń prowadzi do efektu pokazanego na rysunku 5.6.

Mając już obwiednię momentów, można przystępować do wymiarowania ze względu na zginanie. Opiera się ono na zasadach podanych w rozdziale 3. Z tego też względu ograniczono się w tym miejscu do tych szczegółów wymiarowania, które są specyficzne dla konstrukcji stropu monolitycznego.



Rys.5.5. Schematy obciążeń do konstruowania obwiedni momentów – podpora



Rys. 5.6. Obwiednia momentów dla przykładowej belki trójprzęstowej

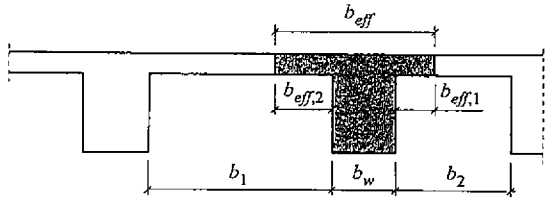
Przęsło

Wymiarowanie zwyczajowo rozpoczyna się od przęseł. Ponieważ strop jest konstrukcją monolityczną, to nie ma żadnego wyraźnego rozgraniczenia pomiędzy wystającym fragmentem żebra a podpieraną przez niego płytą. Do obliczeń przyjmuje się więc przekrój teowy, którego skrzydełka to fragment przylegającej płyty. W tym miejscu pojawia się tak zwany problem szerokości współpracującej płyty. Nie wnikając w szczegóły, można powiedzieć, że ogólna zasada pozwalająca wydzielić z całej konstrukcji zastępczy teowy przekrój sprowadza się do założenia, że ugięcia przekroju teowego (wydzielonego żebra) i całości konstrukcji (mierzone w tym samym miejscu) są równe. Z analizy tej wynika, co następuje:

a) szerokość współpracująca jest zmienna na długości osi żebra,
b) zależy ona od sposobów podparcia belki,
c) istotny jest wpływ rodzaju obciążenia (siły skupione, obciążenie rozłożone) i jego położenie.

Jest więc to problem złożony, ale na szczęście przy projektowaniu belek żelbetowych nie ma on zbyt dużego znaczenia praktycznego. W praktyce inżynierskiej stosuje się następujący algorytm postępowania:

1. Wyznacza się wartości l_o będące długościami odcinków (w danym przęśle), na których wartość momentu ma stały znak. Przy wymiarowaniu na zginanie interesują nas tylko odcinki, gdzie moment powoduje ściskanie górnych włókien (płyta w strefie ściskanej). Dla przęseł skrajnych można przyjmować $l_o = 0{,}85 l_{eff}$, a dla środkowych $l_o = 0{,}7 l_{eff}$.



Rys. 5.7. Wyznaczanie efektywnej szerokości półki b_{eff}

2. Zasięg współpracującej płyty (z jednej strony) wyznacza się z zależności (5.5):

$$b_{eff,i} = 0{,}1 b_i + 0{,}1 l_o \,. \tag{5.5}$$

W ogólności może być tak, że $b_{eff,1} \neq b_{eff,2}$. Ponieważ jednak przy zginaniu operuje się raczej przekrojami symetrycznymi, to do wzoru (5.5) należy wstawić mniejszą z wartości b_1, b_2 (odległości w świetle pomiędzy żebrami). Na wartość $b_{eff,i}$ nałożone są ograniczenia:

$$b_{eff,i} \leqslant \min(0{,}2 l_o, 0{,}5 b_i) \,. \tag{5.6}$$

Jeżeli są one spełnione, to b_{eff} oblicza się ze wzoru (5.7):

$$b_{eff} = 0{,}2\,(b + l_o) + b_w \,. \tag{5.7}$$

We wzorze (5.7) b oznacza $\min(b_{eff,1}, b_{eff,2})$.

Norma wymaga dosyć precyzyjnego obliczania b_{eff} (np. różne wartości dla pierwszego i drugiego przęsła). W rzeczywistości przy tych rzędach wartości b_{eff}, które się otrzymuje, obliczony zasięg strefy ściskanej x_{eff} jest zawsze bardzo mały (np. 10–20 mm).

Nawet gdyby b_{eff} było dwa razy mniejsze, to zmiana x_{eff} o 100% ma tylko nieznaczny wpływ na wartość ramienia sił wewnętrznych $z = d - 0{,}5 x_{eff}$.

Podpory

Po zwymiarowaniu przekrojów przęsłowych można przystępować do wymiarowania przekrojów podporowych. Zbrojenie, które zostanie wyznaczone, umieszcza się przeważnie w obrębie płyty. Przy dużej liczbie prętów część z nich może być usytuowana poza obrysem „właściwego" żebra. Szerokość, na której można to zrobić, jest równa szerokości współpracującej obliczonej w analogiczny sposób do uprzednio opisanego.

Wartość l_o dla podpór oblicza się ze wzoru:

$$l_o = 0{,}15\left(l_{eff,1} + l_{eff,2}\right) \,. \tag{5.8}$$

Występujące we wzorze $l_{eff,1}$ i $l_{eff,2}$ oznaczają długości obliczeniowe przęseł przylegających do danej podpory. Umieszczenie zbrojenia górnego w płycie pomiędzy zbrojeniem dolnym i górnym płyty musi być uwzględnione przy określaniu grubości płyty. Trzeba też pamiętać, aby odpowiednio obliczyć wysokość użyteczną d.

Zbrojenie górne utrudnia właściwe betonowanie i zagęszczanie betonu. Z tego względu warto tak prowadzić obliczenia, aby ilość tego zbrojenia była możliwie najmniejsza. Jednym ze sposobów jest uwzględnienie przy wymiarowaniu faktu, że w strefie ściskanej przekroju podporowego znajduje się zbrojenie. Są to te pręty zbrojenia przęsłowego, które doprowadza się do podpór bez odginania. Korzystny efekt może być osiągnięty, jeżeli podczas wymiarowania przekroju pojedynczo zbrojonego otrzymało się $x_{eff} > 2a_2$.

Zbrojenie górne musi być również obliczone przy skrajnych podporach, w których założono swobodę obrotu ($M = 0$). Ze względu na częściowe zamocowanie przyjmuje się, że może tam wystąpić moment równy $0{,}15M_{max}$ (M_{max} – maksymalny moment w przęśle). Zwykle okazuje się, że dwa górne pręty przechodzące przez całość belki (potrzebne do mocowania strzemion) zapewniają bezpieczne przeniesienie tego momentu.

5.4.3. Wymiarowanie ze względu na ścinanie

Zasady postępowania przy wymiarowaniu żeber na ścinanie są identyczne z opisanymi w podrozdziale 3.3. Można je streścić w następujący sposób:

1. Wyznacza się wartości maksymalnych sił tnących przy podporach (najlepiej w licu).
2. Oblicza się wartości sił $V_{Rd,c}$ i na tej podstawie dokonuje podziału na odcinki pierwszego i drugiego rodzaju.
3. Zbrojenie na ścinanie ma postać strzemion, których maksymalne rozstawy oblicza się na odcinkach drugiego rodzaju, a ustala ze względu na $\rho_{w,min}$ i zalecenia konstrukcyjne na odcinkach pierwszego rodzaju.
4. Na końcowym etapie stosuje się unifikację rozstawów, tak aby usprawnić wykonawstwo. Na rysunkach określa się przeważnie liczby strzemion na długości określonych odcinków (i ich rozstawy).

Oprócz tego podstawowego ścinania, trzeba też sprawdzić działanie siły rozwarstwiającej na styku pomiędzy płytą a licem żebra. Zagadnienie to omówione jest w punkcie 3.3.6 – ścinanie pomiędzy półką a środnikiem. W styku pomiędzy płytą a żebrem znajduje się duża ilość zbrojenia (zbrojenie główne płyty na zginanie nad podporami). Z tego względu zależności (3.55) i (3.56) są spełnione. Trzeba jednak sprawdzić, czy spełniony jest warunek (5.9):

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \Delta x} \leqslant 0{,}4 f_{ctd} \,. \tag{5.9}$$

Jeżeli wynik jest negatywny, to ścinanie na styku żebro-płyta należy sprawdzić z warunku, że pole zbrojenia jest wystarczające ze względu na zginanie i dodatkowo przenosić może siłę $0{,}5\Delta F_d$. Oznacza to, że „nadmiar" zbrojenia w płycie nad podporą jest równy co najmniej:

$$\frac{\Delta A_{sf}}{s_f} \geqslant \frac{0{,}5\Delta F_d}{\Delta x} \cdot f_{yd} \cdot \operatorname{ctg}\theta \,. \tag{5.10}$$

5.4.4. Konstruowanie zbrojenia żeber

Zasady konstruowania zbrojenia w żebrach są identyczne do opisanych już w punktach 3.6.3 i 3.6.4. Warto jedynie przypomnieć, że jedną z istotniejszych spraw jest zagadnienie łączenia prętów na zakład. Żebra jako belki ciągłe mają bardzo często sumaryczną rozpiętość przekraczającą 12,0 m, tzn. maksymalną typową długość handlową. Przy projektowaniu zakładów należy ustalić:

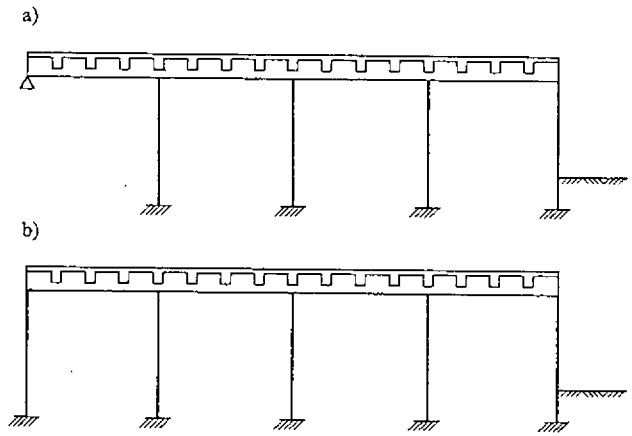
a) miejsce jego wykonania,
b) niezbędną długość,
c) niezbędne dodatkowe zbrojenie strzemionami.

5.5. Obliczanie i konstruowanie podciągów

Podciągi są elementami, które przejmują obciążenia z żeber w miejscach, gdzie są połączenia tych elementów. Dominującym obciążeniem są więc siły skupione, a ciężar własny podciągu (równomiernie rozłożony) stanowi tylko niewielką (poniżej 10%) ich część.

W omawianym przykładzie obciążenie z żeber przekazuje się na podciąg przez boczną płaszczyznę. Jest to mniej korzystny przypadek niż sytuacja, gdy siły działają na górną powierzchnię belki. Ma to swoje konsekwencje w sposobie wymiarowania tego połączenia.

Obliczenia statyczne podciągów można przeprowadzić na dwa sposoby. Pierwszy polega na przyjęciu założenia, że ze względu na brak obciążeń poziomych (zakłada się, że obciążenie wiatrem przenoszone jest przez zewnętrzne ściany murowe) można podciąg modelować, analogicznie jak żebro, belką ciągłą wieloprzęsłową. Możliwe jest też potraktowanie podciągu wraz ze słupami jako ramy żelbetowej – rys. 5.8.



Rys. 5.8. Przykładowe schematy ram wykorzystywane do wymiarowania podciągu

Na rysunku 5.8a pokazano skrajny fragment podciągu z oparciem ostatniego przęsła na wieńcu, a na rysunku 5.8b – fragment pomiędzy dylatacjami.

Przy wykonywaniu obliczeń statycznych ram należy pamiętać o odpowiednim uwzględnieniu sztywności (przekrojów) poszczególnych prętów. Ma to wpływ na wyniki obliczeń statycznych. Wymiary podciągu (rygla) można przyjmować jako prostokątne (bez szerokości współpracującej), a przekroje słupów przy dylatacji – nieco mniejsze

niż słupów pośrednich. W najprostszej analizie można ograniczyć się do metody liniowo-sprężystej, pomijając wpływy reologiczne oraz ewentualne zarysowanie.

Wymiarowanie podciągu ze względu na zginanie przebiega identycznie jak to było omówione w odniesieniu do żebra. W przeszłości normy wymagały redukcji szerokości współpracującej płyty ze względu na niekorzystny jej rozkład przy obciążeniach skupionych. Obecnie nie ma takiego wymogu (wpływ wartości b_{eff} na obliczone pole powierzchni zbrojenia jest znikomy zarówno dla żebra, jak i podciągu).

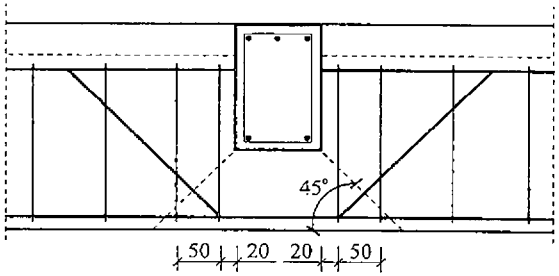
Pewne różnice występują natomiast przy analizowaniu zagadnień związanych ze ścinaniem. Specyfika obciążenia powoduje, że siły tnące na odcinku pomiędzy miejscami przyłożenia obciążeń (osiami żeber) są praktycznie stałe. Jeżeli więc siła tnąca $V_{Ed} > V_{Rd,c}$, to długość odcinka drugiego rodzaju pokrywa się z tą odległością.

Wymiarowanie na ścinanie bazuje na wartości maksymalnej siły tnącej na tym odcinku, a najbardziej sensowny jego podział (bo ctg $\theta > 2$) polega na wyodrębnieniu pododcinków o równych długościach. Konsekwencją tego jest dosyć naturalny w tej sytuacji równomierny rozkład strzemion na całym analizowanym fragmencie podciągu.

Drugim ważnym zagadnieniem jest skonstruowanie miejsca połączenia żebra z podciągiem. Jest to obszar typu D obciążony siłą skupioną – reakcją z żeber $F = G_o + Q_o$. Rozkład sił zależy od stosunku wysokości żebra i podciągu. Połączenie to wymiaruje się na siłę równą:

$$F_{red} = F \cdot \frac{h_{\dot{z}}}{h_p} . \tag{5.11}$$

Powinna być ona zrównoważona przez strzemiona usytuowane bezpośrednio przy żebrze – rys. 5.9.



Rys. 5.9. Połączenie żebra z podciągiem

Strzemiona muszą być tak usytuowane, aby przecinała je potencjalna rysa ukośna (tylko te mogą być brane pod uwagę). Liczbę niezbędnych strzemion n można wyliczyć z zależności:

$$F_{red} \leqslant A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot n . \tag{5.12}$$

Niezależnie od wyniku obliczeń trzeba zastosować co najmniej po 2 strzemiona z każdej strony żebra. Przy niedużej różnicy wysokości $h_p - h_{\dot{z}}$ może się okazać, że niezbędna liczba strzemion nie mieści się na wskazanym odcinku (pierwsze mogą być usytuowane

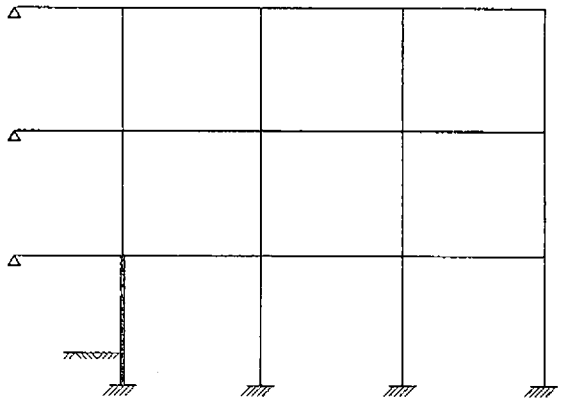
20 mm od żebra, a następne nie gęściej niż co 50 mm). Wtedy należy zastosować dodatkowe wkładki w postaci prętów odgiętych, odpowiednio zakotwionych w górnej strefie podciągu.

Kolejnym szczegółem, na który należy zwrócić uwagę przy konstruowaniu podciągu, jest ścinanie na styku podciąg-płyta. Jest to zagadnienie omawiane już w punkcie 3.3.6 oraz przy okazji opisu konstrukcji żeber, ale ważne są pewne specyficzne uwarunkowania. Przy obciążeniu siłami skupionymi należy przyjmować, że miarodajny odcinek Δx jest równy odległości pomiędzy tymi siłami. O ile w styku żebro-płyta mamy do czynienia z dużą ilością zbrojenia, o tyle w połączeniu podciągu i płyty stosuje się (wymiarując płytę) jedynie zbrojenie odpowiadające $0{,}25M_{max}$ w przęśle płyty. Najczęściej okazuje się, że w mocno obciążonych podciągach jest to zbyt mało. W tej sytuacji należy, korzystając ze wzorów z punktu 3.3.6, wyznaczyć zmodyfikowany (zmniejszony) rozstaw prętów usytuowanych w płycie prostopadle do osi podciągu.

5.6. Obliczanie i konstruowanie słupów i stóp fundamentowych

Ogólne zasady obliczania i konstruowania słupów podane są w rozdziale czwartym niniejszej książki. W tym miejscu ograniczono się jedynie do zagadnień ściśle związanych z projektowaniem określonego stropu płytowo-belkowego.

Słupy stanowią tu elementy ramy żelbetowej z powtarzalnym układem konstrukcyjnym zależnym od ilości kondygnacji i przebiegu podciągu. Przykład pokazany jest na rysunku 5.10.



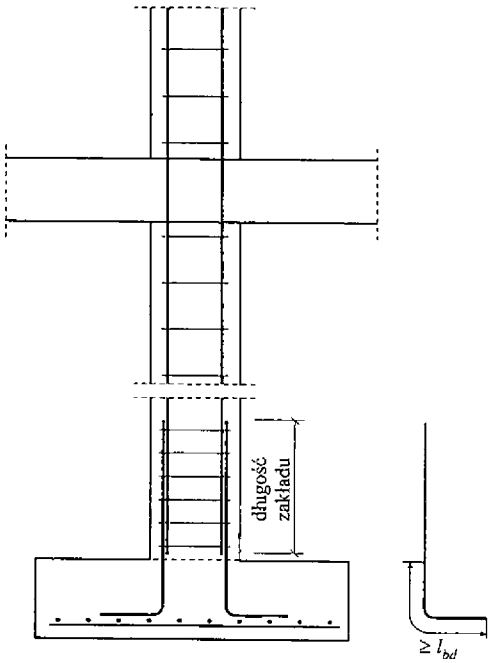
Rys. 5.10. Schemat ramy służący do wyznaczania obciążeń działających na słupy

Jednym z istotniejszych problemów jest takie dobranie układu obciążeń, aby otrzymać najbardziej niekorzystne siły wewnętrzne w analizowanym słupie. Zwyczajowo przyjmuje się, że sprawdzenia wymaga układ dający $N_{Ed,max}$ i odpowiadające mu momenty, $M_{Ed,max}$ i odpowiadającą mu siłę N_{Ed} oraz $M_{Ed,min}$ i odpowiadające N_{Ed}. Nie gwarantuje to jednak, że nie istnieje mniej korzystny dla słupa zestaw obciążeń.

W sytuacji gdy nie ma obciążeń poziomych (wiatr), wartości momentów są niewielkie i w głównej mierze zależą od zróżnicowanego obciążenia i rozpiętości sąsiednich przęseł. W zdecydowanej większości sytuacji o wymiarowaniu słupa decydować będzie kombinacja obciążeń zawierająca $N_{Ed,max}$. Wymiarując słup, można więc zakładać przypadek małego mimośrodu i konstruować symetryczne zbrojenie. W szczególnych sytuacjach może się okazać, że wymiary przekroju słupa są na tyle duże, że $A_{s1} < 0$ i $A_{s2} < 0$. Należy wtedy przyjąć $\rho \geq \rho_{min}$ zgodnie ze wzorem (4.68) i zakończyć na tym obliczenia zbrojenia. Jeżeli natomiast przekroczony zostałby $\rho_{max} = 4\%$, to konieczne staje się zwiększenie wymiaru słupa. Jego szerokość może w dalszym ciągu być identyczna z szerokością podciągu (rygla), natomiast zmianie uległaby wysokość. Należy przy tym pamiętać, że zmiana sztywności powoduje konieczność przeprowadzenia ponownych obliczeń statycznych (zwiększą się nieco momenty zginające w słupie).

Po ostatecznym ustaleniu zbrojenia słupa należy sprawdzić, czy konieczne jest uwzględnienie efektów II rzędu (podrozdział 4.4). Można się tego spodziewać wtedy, gdy wytężenie słupa określane parametrem n przekracza 1.

Ogólne zasady konstruowania słupów podane są w punkcie 4.5.4. W uzupełnieniu trzeba wspomnieć o łączeniu prętów na stykach pomiędzy stopą fundamentową i słupem oraz pomiędzy słupami poszczególnych kondygnacji. Aby zachować ciągłość zbrojenia, zbrojenie kształtuje się w myśl idei przedstawionej na rysunku 5.11.



Rys. 5.11. Kształtowanie zbrojenia w połączeniach słupa i stopy

Betonując stopę fundamentową, należy mieć w niej osadzone stosunkowo krótkie pręty w ilości i o średnicach wynikających z przeprowadzonego wymiarowania słupa. Ich długość i kształt muszą zapewnić spełnienie dwóch warunków – zakotwienia w stopie oraz możliwości wykonania zakładów w części wystającej ponad stopę. Należy pamiętać o zasadach zagęszczania strzemion na odcinki zakładów. Długości prostych długich prętów należy tak ustalić, by możliwe było kolejne ich łączenie na zakład nad stropem danej kondygnacji. Przy zmianie przekroju słupa na wyższej kondygnacji stosuje się zwykle delikatne odginanie prętów – por. pkt 4.5.4.

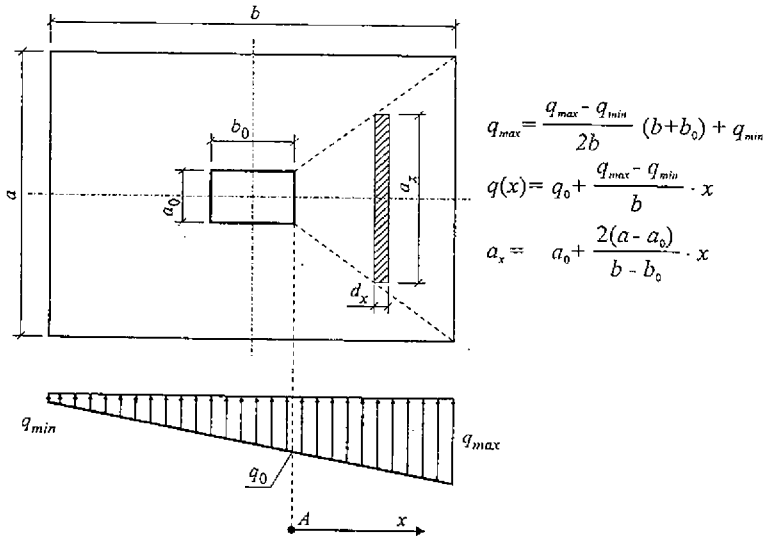
Stopy fundamentowe mają w omawianym przykładzie wymiary rzutu zbliżone do kwadratu. Ich wymiary w rzucie wynikają z warunków posadowienia. Z punktu widzenia konstrukcji żelbetowych istotne znaczenie mają:

a) zbrojenie stopy na zginanie,
b) sprawdzenie wymiarów stopy ze względu na przebicie.

Stopę fundamentową można potraktować jako płytę zginaną dwukierunkowo. Obciążenie stanowi odpór gruntu, a podporą jest słup. Uwzględniając zarówno działający na słup moment, jak i siłę tnącą oraz osiową, można korzystając z wytrzymałości materiałów, wyznaczyć naprężenia krawędziowe:

$$q_{max,min} = \frac{N_{Ed}}{A} \pm \frac{M_{Ed}}{W} . \tag{5.13}$$

Przybliżony sposób wymiarowania nazywany jest metodą wydzielonych trapezów – rys. 5.12.



Rys. 5.12. Schemat do wyznaczania momentów zginających w stopie

Wartość maksymalnego momentu w licu słupa dana jest wzorem:

$$M_{Ed} = \left[\frac{q_{max} - q_{min}}{2b}(b + b_o) + q_{min}\right]\frac{(b - b_o)^2}{24}(2a + a_o) + \frac{q_{max} - q_{min}}{96b}(b - b_o)^3(3a + a_o) \tag{5.14}$$

Dla stopy osiowo obciążonej sprowadza się on do formuły:

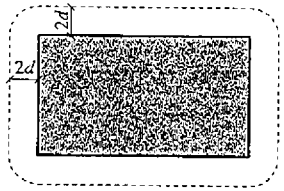
$$M_{Ed} = q \cdot \frac{(b - b_o)^2}{24} \cdot (2a + a_o)\ . \tag{5.15}$$

Na postawie tej wartości M_{Ed} wyznacza się zbrojenie płyty przypadające na szerokość a. Przy dokładniejszych analizach zbrojenie to rozmieszcza się w sposób zróżnicowany – nieco gęściej przy słupie, rzadziej przy krawędziach stopy. W sytuacji gdy wymiary stopy są niewielkie, stosuje się raczej typowe siatki o regularnym układzie oczek. Po wykonaniu obliczeń należy pamiętać o sprawdzeniu czy $A_s \geqslant A_{s,min}$ (przy wysokich stopach i małych obciążeniach często okazuje się, że obliczone zbrojenie jest mniejsze od minimalnego). Jeżeli w dalszych obliczeniach okazuje się, że trzeba sprawdzać przebicie stopy, to sensowne jest przyjęcie, że $\rho_{min} = 0{,}3\%$.

Zbrojenie stopy powinno być wykonane przy otuleniu nie mniejszym niż 50 mm, a pręty zbrojeniowe mieć średnice rzędu $\phi 12 - \phi 20$.

Po zwymiarowaniu stopy na zginanie należy sprawdzić, czy nie ulegnie ona przebiciu. Algorytm postępowania jest następujący:

1. Wyznacza się obwód kontrolny na zasadzie, że jest on oddalony od słupa o $2d$ (d – wysokość użyteczna stopy).



Rys. 5.13. Obwód kontrolny u_1

2. Sprawdza się, jakie jest położenie jego punktów względem stopy. Jeżeli przebiega on na zewnątrz fundamentu, to problemu przebicia nie ma. Jeżeli natomiast zasięg stopy jest większy niż powierzchni krytycznej, to należy kontynuować obliczenia.
3. Po obliczeniu pola i obwodu krytycznego wyznacza się zredukowaną wartość siły przebijającej $V_{Ed,red}$. Jest ona równa reakcji ze słupa pomniejszonej o siłę, którą odpór gruntu działa na fundament wewnątrz obwodu krytycznego („przebija" stopę ten odpór gruntu, który znajduje się poza obwodem krytycznym).
4. W dalszej kolejności oblicza się wartość współczynnika β uwzględniającego mimośrodowość działania siły przebijającej:

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed,red}} \cdot \frac{u_1}{W_1}\ . \tag{5.16}$$

Tabela 5.1. Wartość współczynnika k w funkcji proporcji długości boków słupa

b_o/a_o	$\leqslant 0{,}5$	1,0	2,0	$\geqslant 3{,}0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

Dla przekroju prostokątnego wartości współczynnika k wyznacza się, korzystając z tabeli 5.1.

Wartość współczynnika W_1 dla przekroju prostokątnego jest równa:

$$W_1 = 0{,}5b_o^2 + b_o a_o + 4a_o d + 16d^2 + 2\pi d b_o\ . \tag{5.17}$$

5. Sprawdzenie przebicia polega na porównaniu naprężeń ν_{Rdc} i ν_{Ed}.

Nośność na przebicie ν_{Rdc} oblicza się ze wzoru:

$$\nu_{Rdc} = 0{,}129 \cdot k\,(\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \geqslant \nu_{Rdc,min} = 0{,}035 \cdot k^{1,5} \cdot f_{ck}\ . \tag{5.18}$$

We wzorze tym $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$, a $\rho_l = \sqrt{\rho \times \rho_y} \leqslant 2\%$. Naprężenie „przebijające" ν_{Ed} oblicza się ze wzoru (5.19):

$$\nu_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed,red}}{u_1 \cdot d}\ . \tag{5.19}$$

Jeżeli warunek $\nu_{Ed} \leqslant \nu_{Rdc}$ jest spełniony, to oznacza, że przebicie nie nastąpi. „Sam" beton i ewentualnie zbrojenie podłużne są w stanie zrównoważyć naprężenia związane z przebiciem.

W przeciwnym przypadku należy zwiększyć wysokość stopy. Tylko w wyjątkowych sytuacjach stosuje się zbrojenie na przebicie w stopach fundamentowych.

6. Przykład stropu monolitycznego płytowo-żebrowego

6.1. Dane ogólne do projektu, założenia

Projekt dotyczy stropu nad pomieszczeniem o wymiarach rzutu w świetle 72,0 × 25,0. Zakłada się, że ściany zewnętrzne obiektu są ceglane i przejmują w całości obciążenia od wiatru. Przeznaczenie obiektu przyjęto jako przemysłowe, agresywne, oznaczone klasą XD2, a technologiczne obciążenia użytkowe charakterystyczne są równe q_k = 6,5 kPa. Długotrwała część obciążeń zmiennych wynosi ψ_2 = 0,6.

Klasa środowiska determinuje przyjęcie (tabela 2.2) betonu klasy nie niższej niż C30/37 (tak też zrobiono) oraz $c_{min,dur}$ = 40 mm, co przy przyjęciu odchyłki Δc_{dev} = 5 mm, daje c_{nom} = 45 mm. Do zbojenia przyjęto stal typu Epstal (klasa C) o f_{yd} = 420 MPa.

W pierwszym kroku dokonuje się podziału stropu dylatacjami tak, aby odległość między nimi nie była większa od 30,0 m (w tym konkretnym przypadku potrzebne są co najmniej dwie) i opracowuje wstępne koncepcje układu konstrukcyjnego. Polega to na ustaleniu kilku (co najmniej dwóch) wariantów przebiegu, ilości i gabarytów – płyt, żeber, podciągów i słupów. W rzeczywistych warunkach projektowych ogólna siatka słupów może być narzucona. Przy pełnej dowolności warto opracować dwa warianty umownie zwane optymistycznym i pesymistycznym. „Optymizm" polega tu na przyjmowaniu mniejszej ilości elementów konstrukcyjnych (mniej słupów, podciągów, żeber), ale o większych rozpiętościach przęseł i w konsekwencji – przekrojach.

Projekty (koncepcje) wstępne należy ograniczyć do niezbędnego minimum, ponieważ służą one jedynie do porównań. Konieczna jest jednak elementarna staranność, aby wybór wariantu był rzeczywiście uzasadniony, a oszacowane w nim wstępnie wartości sił wewnętrznych na tyle wiarygodne, by mogły służyć weryfikacji obliczeń statycznych.

Przygotowanie wariantów konstrukcji nie jest jakoś specjalnie określone w sensie algorytmów postępowania. Każdy może to robić na swój sposób – ważny jest dopiero końcowy efekt, czyli projekt techniczny konkretnego wybranego wariantu. Pewne zasady kształtowania elementów stropu podano już w rozdziale piątym. Korzystając z nich i uściślając szczegóły można zaproponować następujący sposób postępowania w odniesieniu do przygotowania wariantów:

1. Dokonuje się podziału całej powierzchni stropu dylatacjami zgodnie z podanymi wcześniej zasadami. Warto tak je zlokalizować, aby w poszczególnych segmentach występowały powtarzalne elementy konstrukcji.
2. Szczegółowe planowanie konstrukcji przeprowadza się dla wybranego segmentu (w pozostałych procedury postępowania są identyczne).

3. Punktem wyjścia jest ustalenie kierunku przebiegu i liczby podciągów. Układ konstrukcyjny może być zarówno podłużny (podciągi równoległe do dłuższych boków stropu), jak i poprzeczny. Częściej projektowany jest ten pierwszy. Liczba osi podciągów determinuje rozstawy osiowe przęseł żeber. Dobierając je trzeba więc pamiętać, aby rozpiętości przęseł w żebrach były w przedziałach rzędu 5–9 m. Ogólnie można zauważyć, iż sensowne jest założenie, że im większe są obciążenia użytkowe, tym mniejsze powinny być rozpiętości belek.

   Układ osi podciągów może być taki, że rozpiętości wszystkich przęseł w żebrach będą równe (w osiach). Z omówionych już powodów warto je jednak zróżnicować, np. tak jak to pokazano na rysunkach 5.1 i 5.2.
4. W następnym kroku ustala się liczbę osi poprzecznych słupów. Powinna być ona tak dobrana, by wynikające z tego rozpiętości przęseł podciągów mieściły się w granicach 5–8 m. Mniejsze rozpiętości podciągu wynikają z tego, że działają na niego dużo większe obciążenia niż na żebra.
5. W dalszej kolejności wstala się układ żeber (ich osiowe rozstawy). Robi się to zgodnie z opisem przedstawionym w podrozdziale 5.2.
6. Po ostatecznym ustaleniu układu konstrukcyjnego (osie żeber i podciągów oraz wynikająca z tego siatka słupów) można przystąpić do wstępnego przyjmowania wymiarów przekroju poprzecznego płyt, żeber, podciągów i słupów.
7. W takiego typu konstrukcji o wymiarach przekroju poprzecznego decyduje zginanie. Nie dotyczy to jedynie płyt, gdzie czynnikiem dominującym jest ugięcie lub względy konstrukcyjne. Do szacowania momentów należy wybierać podpory, tzn. te miejsca, gdzie są one ekstremalne.

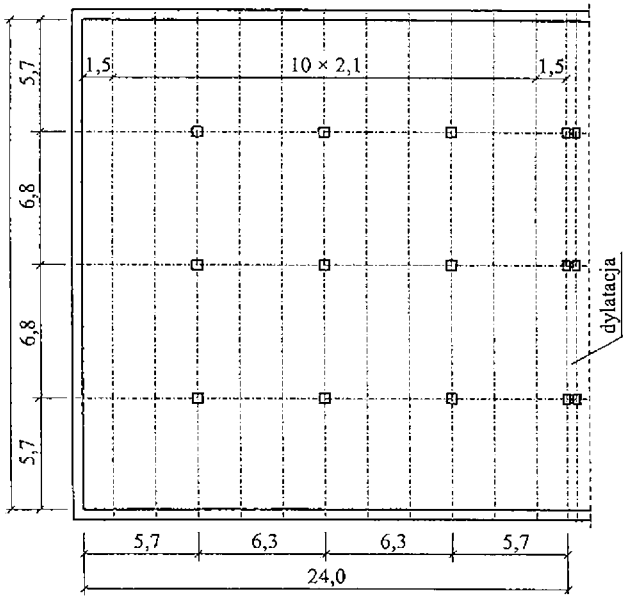
6.2. Przykład przyjmowania układu konstrukcyjnego i wstępnego przyjmowania wymiarów przekrojów

Posługując się danymi przedstawionymi w punkcie 6.1 postępowano w następujący sposób:

1. Całe pole podzielono dwoma dylatacjami na trzy równe segmenty o wymiarach 25 × 24 m. Są to wymiary w licach ścian i osi dylatacji.
2. Ze względu na długość B = 25,0 m zdecydowano się na zastosowanie podłużnego układu konstrukcyjnego z trzema osiami podciągów. Daje to średnią rozpiętość przęseł żeber równą około 25/4 = 6,25 m. Bardziej „optymistyczna" alternatywa – dwie osie podciągów skutkowałyby rozpiętościami rzędu 8,3 m. Można to brać pod uwagę, ale należy się wtedy liczyć z tym, że gabaryty żeber będą znaczne.

   Z omawianych już względów zdecydowano się na przyjęcie zróżnicowanych rozpiętości przęseł w żebrach – skrajne po ~5,70 m, a środkowe po 6,80 m.
3. W kierunku podłużnym rozpiętość wynosi 24,0 m, co odpowiada np. 12 płytom o rozpiętościach osiowych równych około 2,0 m. Jeżeli przyjmiemy środkowe płyty o l = 2,4 m, to na dwie skrajne płyty (przy ścianie i dylatacji) pozostanie po około 1,5 m.

Ostatecznie układ konstrukcyjny wygląda jak na rysunku 6.1.

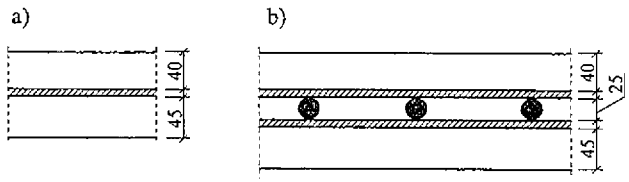


Rys. 6.1. Układ konstrukcji segmentu stropu

Przyjmowanie wstępnych wymiarów elementów konstrukcyjnych

Grubość płyty przyjęto z warunków konstrukcyjnych oraz ze względu na ugięcie. Z tabeli 9 w załączniku odczytano, że dla betonu C30/37 i stopnia zbrojenia rzędu 0,4% max l_{eff}/d dla przęsła wewnętrznego może wynosić około $26 \cdot 1{,}5 = 39$. Oznacza to, że jeżeli $l_{eff} = 2{,}1$ m, to $d \geqslant 2{,}1/39 = 0{,}054$ m = 5,4 cm. Biorąc pod uwagę $c_{nom} = 4{,}5$ cm można przyjąć grubość płyty równą $h = c_{nom} + \phi/2 + d = 45 + 4 + 54 = 103$ mm. Pod uwagę wzięto $h = 110$ mm i $h = 100$ mm. Przyjęcie mniejszej wartości (zaokrąglenie w dół) jest możliwe, ponieważ l_{eff} będzie mniejsze niż rozstaw osiowy żeber, a dodatkowo jedynie część obciążenia zmiennego jest długotrwała i decyduje o ugięciu ($\psi_2 = 0{,}6$).

Alternatywnym rozwiązaniem byłoby przyjęcie takiej grubości płyty, aby mieściło się tam zarówno jej dolne i górne zbrojenie oraz górne zbrojenie żebra. Oba rozwiązania zaprezentowano na rysunku 6.2.



Rys. 6.2. Dwa warianty rozwiązania płyty – z jednym lub dwoma rzędami zbrojenia

W obu wariantach górne otulenie c_{nom} ma wartość 40 mm ($\Delta c_{dur} = 0$) ze względu na ochronne działanie warstw posadzki znajdujących się na płycie. Do dalszych obliczeń przyjęto płyty o grubości 100 mm oraz posadzkę, które dają łączne obciążenie o wartości $g_k = 3{,}6$ kPa.

Wstępne wymiary żebra (przekroju) bazują na jego nośności ze względu na zginanie. Obliczeniowe obciążenie na m^2 stropu wynosi $3{,}6 \cdot 1{,}15 + 6{,}5 \cdot 1{,}5 = 13{,}9$ kPa. Na wstępnym etapie można przyjąć, że obciążenie z płyty przekazuje się na żebro równomiernie z obu przylegających płyt (w rzeczywistości jest to dla najbardziej wytężonego żebra niedoszacowanie). Przyjmując rozstaw żeber równy średnio $s = 0{,}5 \cdot (2{,}1 + 1{,}5) = 1{,}8$ m, otrzymuje się obciążenie żebra równe $13{,}9 \cdot 1{,}8 = 25{,}02$ kN/m. Maksymalny moment nad podporą można oszacować na

$$M_{max} = 0{,}1(q + g) \cdot l_{eff}^2 \approx 0{,}1 \cdot 25{,}02 \cdot 6{,}25^2 = 98 \text{ kNm}.$$

Założono stopień zbrojenia $\rho = 1{,}2\%$ i proporcje boków $b_w/d = 1/1{,}7$. Stąd

$$\xi_{eff} = \frac{f_{yd} \cdot \rho}{f_{cd}} = \frac{420 \cdot 0{,}012}{24{,}4} = 0{,}235\,,$$

$$A = \xi_{eff}(1 - 0{,}5\xi_{eff}) = 0{,}235 \cdot (1 - 0{,}5 \cdot 0{,}235) = 0{,}2076$$

i

$$A = \frac{M}{f_{cd} b_w d^2} = \frac{M}{f_{cd} \cdot b_w^3 \cdot 1{,}7^2}\,;$$

$$b_w = \sqrt[3]{\frac{0{,}098}{21{,}4 \cdot 1{,}7^2 \cdot 0{,}2076}} = 0{,}196 \text{ m} \qquad \text{i} \qquad d = 1{,}7 \cdot b_w = 0{,}335 \text{ m}$$

oraz

$$h = d + c_{nom} + \phi_{st} + 0{,}5\phi = 33{,}5 + 4{,}5 + 0{,}8 + 10 = 398 \text{ cm}.$$

W szacowaniu momentu nie uwzględniano ciężaru własnego żebra, otulenia też są duże, na podporze d będzie mniejsze niż w przęśle (patrz przyjęta koncepcja płyty). Z tych powodów wymiary ostateczne zaokrąglono w górę. Przyjęto $b_w = 0{,}25$ m i $h = 0{,}45$ m (poza płytę „wystaje" 0,35 m).

Ponieważ $l_{eff}/d \approx 6{,}8/0{,}35 = 19{,}4$, to korzystając z tabeli 9 możemy stwierdzić, że $14{,}8 \cdot 1{,}5 = 22{,}2 > 19{,}4$ i problemów z ugięciem nie będzie.

Podciąg jest belką, której dominującym obciążeniem są siły skupione – reakcje z żeber. Pomimo to, na wstępnym etapie można (jest to szybsze) oszacować maksymalny moment analogicznie jak to zrobiono w odniesieniu do żebra. Obciążenie na podciąg przekazuje się z szerokości około 6,8 m, co daje $q = 13{,}9 \cdot 6{,}8 = 94{,}5$ kN/m. Maksymalny moment nad podporą jest więc rzędu $M_B = 0{,}1 \cdot 94{,}5 \cdot [0{,}5 \cdot (5{,}7 + 6{,}3)]^2 = 340$ kNm. Założono $\rho = 1{,}5\%$, $b_w/d = 1/1{,}6$, $\xi_{eff} = 0{,}294$, $A = 0{,}2511$, $b_w = \sqrt[3]{\frac{0{,}340}{0{,}2511 \cdot 21{,}4 \cdot 1{,}6^2}} = 0{,}291$ m i $d = 0{,}291 \cdot 1{,}6 = 0{,}467$ m.

Z identycznych powodów jak przy żebrze przyjęto ostatecznie $b_w = 0{,}35$ m i $h = 0{,}60$ m ($d \approx 0{,}52$). Również w przypadku podciągu nie będzie problemów z ugięciem.

6.3. Projekt techniczny płyty

Rozpiętości obliczeniowe przęseł wynoszą odpowiednio:

$$l_{eff,1} = l_n + a_1 + a_2 = 1{,}5 - 0{,}5 \cdot 0{,}25 + 0{,}05 + 0{,}05 = 1{,}475 \text{ m},$$

$$l_{eff,2} = 2{,}1 - 0{,}25 + 2 \cdot 0{,}05 = 1{,}95 \text{ m},$$

przy dylatacji $l_{eff,1} = 1{,}5 - 0{,}25 - 0{,}5 \cdot 0{,}25 - 0{,}5 \cdot 0{,}04 = 1{,}205$ m.

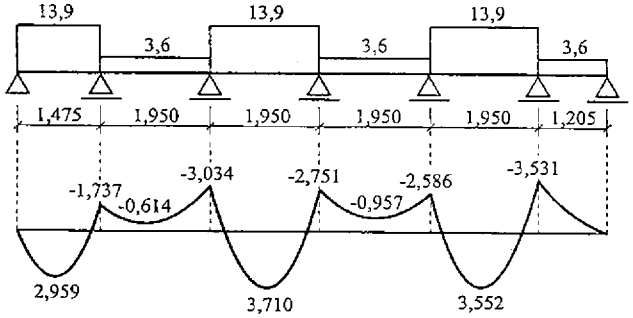
Obciążenia działające na mb szerokości płyty:

– charakterystyczne $g_k = 3{,}6$ kPa·m,
$q_k = 6{,}5$ kPa·m,

– obliczeniowe $g_o = 3{,}6 \cdot 1{,}15 = 4{,}14$ kN/m, $g_o^* = 3{,}6 \cdot 1{,}0 = 3{,}6$ kN/m,
$q_o = 6{,}5 \cdot 1{,}5 = 9{,}75$ kN/m.

Ze względu na przyjęcie krótszego przęsła przy dylatacji, do obliczeń zastosowano belkę 6-przęsłową (typowo można przyjmować tylko 5 przęseł). Obliczenia wykonano korzystając z programów komputerowych. Schematy obciążeń mają umożliwić obliczenie $M_{1,max}$, $M_{2,max}$, $M_{3,max}$ i ewentualnie $M'_{1,max}$, tzn. maksymalnych momentów w przęsłach skrajnym, przedskrajnym i środkowych oraz ewentualnie przy dylatacji, oraz $M_{B,min}$, $M_{C,min}$ – ekstremalnych momentów na podporach.

Na rysunku 6.3 pokazano schemat obciążeń służący obliczeniu $M_{1,max}$ i $M_{3,max}$.

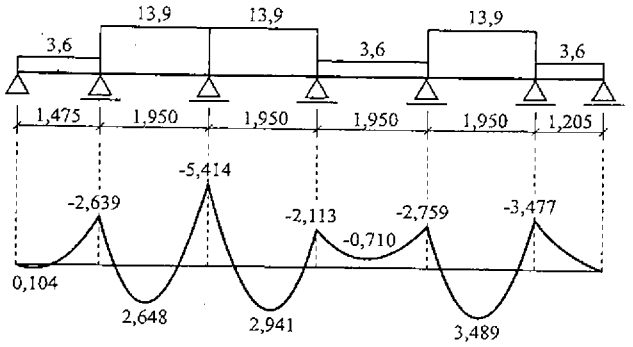


Rys. 6.3. Schemat obciążenia i wykres momentów do wyznaczania $M_{1,max}$ i $M_{3,max}$

Kolejne schematy obciążeń przyjmuje się w celu wyznaczenia pozostałych momentów. Na rysunku 6.4 pokazano dla przykładu wynik wyznaczenia $M_{C,min}$.

W tabeli 6.1 zestawiono wartości ekstremalnych momentów oraz wynikające stąd wymagane powierzchnie zbrojenia. Można je obliczać korzystając z zamieszczonej w załączniku tabeli 6 na podstawie parametru $A = M_{Ed}/(f_{cd} \cdot b \cdot d^2)$ lub obliczając po kolei $\xi_{eff} = 1 - \sqrt{1 - 2A}$, $\rho = (f_{cd} \cdot \xi_{eff})/f_{yd}$ i $A_s = \rho \cdot b \cdot d$.

Przyjęto wstępnie średnicę prętów $\phi 6$ i dolne otulenie $c_{nom} = 45$ mm; daje to wartość w przęśle $d = 100 - 45 - 3 = 52$ mm, a na podporach $d = 51$ mm.



Rys. 6.4. Schemat obciążeń i wykres momentów do wyznaczania $M_{C,min}$

Tabela 6.1. Zestawienie wartości ekstremalnych momentów oraz wynikających stąd wymaganych powierzchni zbrojenia

	M_{ed}, kNm/m	A	ξ_{eff}	A_s
przęsło skrajne	2,96	0,0512	0,0526	1,39
przęsło przedskrajne	3,58	0,0619	0,064	1,69
przęsło środkowe	3,71	0,0641	0,066	1,76
podpory B	–4,74	0,0852	0,089	2,31
podpory C	–5,41	0,0972	0,102	2,66

Minimalna powierzchnia zbrojenia jest równa $\rho_{min} \cdot b \cdot d$.

$$\rho_{min} = \max\left\{0{,}26 \cdot \frac{2{,}9}{500};\ 0{,}13\%\right\} = 0{,}15\%,$$

$$A_{s,min} = 0{,}15 \cdot 100 \cdot 5{,}2 \cdot 10^{-2} = 0{,}78 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

Po obliczeniu powierzchni przyjmujemy zbrojenie w przęsłach. Maksymalny rozstaw prętów może wynosić $2h = 200$ mm. Przyjęto więc we wszystkich przęsłach $\phi 6$ co 160 mm co daje $A_s = 1{,}77$ cm^2. W okolicach podpór „brakuje" więc $\Delta A_s = 2{,}66 - 1{,}77 = 0{,}89$ cm^2/m. Można „dodać" tam $\phi 4{,}5$ co 160 mm o $A_s = 0{,}99$ cm^2/m. Jeżeli nie ma takiego asortymentu, to zamiast $\phi 4{,}5$ może być $\phi 6$. Będzie to prowadziło do zapasów nośności. Wtedy nad podporami będzie $\phi 6$ co 80 mm o $A_s = 3{,}55$ cm^2.

Wartość minimalnego (rozciągającego włókna górne płyty) momentu w przęśle w $l_{eff}/5$ jest równa $M_{min} = -1{,}7$ kNm/m. Zatem zbrojenie, które tam już jest, można uznać za wystarczające (w tym konkretnym przypadku dolne i górne zbrojenie to to samo).

Zbrojenie rozdzielcze płyty ma stanowić nie mniej niż 20% zbrojenia głównego. Inaczej mówiąc, przy zachowaniu tych samych średnic prętów ich rozstaw nie może być większy niż $5 \cdot s_{b,slab}$. W analizowanej płycie $5 \cdot 80 = 400$ mm. Zgodnie z (5.2) $s_{max} \leqslant 3{,}5h = 3{,}5 \cdot 100 = 350$ mm. Przyjęto więc jako zbrojenie rozdzielcze pręty $\phi 6$ co 350 mm o 0,8 cm^2/m $> 0{,}2 \cdot A_s = 0{,}2 \cdot 3{,}55 = 0{,}71$ cm^2/m.

Zbrojenie na połączeniu płyty z podciągiem musi mieć nośność zapewniającą przeniesienie $0{,}25M_{Ed}$ (momentu przęsłowego). Oznacza to, że należy przyjąć pręty $\phi 6$ o rozstawie równym $160 \cdot 4 = 640$ mm. Z podanych już powodów przyjęto $\phi 6$ co 350 mm.

Zakotwienia i połączenia prętów na zakład

– Kotwienie prętów w wieńcu ściany poprzecznej – do wieńca dochodzą wszystkie pręty zbrojenia przęsłowego, a wystarcza 15% ($0{,}15M_{Ed}$ wymagane w obliczeniach), stąd

$$\sigma_{sd} = f_{yd} \cdot \frac{A_{req}}{A_{prov}} \approx 0{,}15 \cdot 420 = 63 \text{ MPa}.$$

Wartość f_{bd} w warunkach dobrej przyczepności jest równe $f_{bd} = 2{,}25 \cdot f_{ctd} = 2{,}25 \cdot 2{,}0/1{,}4 = 3{,}21$ MPa.

$$l_{b,req} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} = \frac{6 \cdot 63}{4 \cdot 3{,}21} = 29 \text{ mm} < l_{b,min} = 100 \text{ mm}.$$

Przyjęto $l_{bd} = 100$ mm.

– Kotwienie prętów w wieńcu ściany podłużnej – do tego wieńca dochodzą pręty zbrojenia rozdzielczego. Mamy $A_{prov} = \phi 6$ co 350, a „wymagane" $\phi 6$ co $160/0{,}15 = \phi 6$ co 1067 mm.

$$l_{b,req} = \frac{6}{4} \cdot \frac{420}{3{,}21} \cdot \frac{350}{1067} = 64{,}4 \text{ mm} < l_{b,min} = 100 \text{ mm}.$$

Przyjęto $l_{bd} = 100$ mm.

– Zakłady prętów. Ze względu na specyfikę zbrojenia płyty – pręty w jednym rzędzie – przyjęto, że $A_{req} \approx A_{prov}$.

$$l_{b,req} = \frac{6}{4} \cdot \frac{420}{3{,}21} = 196 \text{ mm}.$$

Ze względu na prostotę połączeń przyjęto, że w jednym przekroju będzie łączonych 50% prętów, co daje $\alpha_6 = 1{,}5$.

$$l_o = 1{,}5 \cdot 196 = 294 \text{ mm}.$$

Przyjęto zakłady o długości 300 mm > $l_{o,min} = 200$ mm. Ponieważ $\phi = 6$ mm < 20 mm, to nie trzeba w miejscach zakładów stosować dodatkowego zbrojenia poprzecznego.

Sprawdzenie ścinania

Maksymalna siła tnąca jest równa $V_{Ed} = 15{,}234$ kN. Nośność przekroju na ścinanie $V_{Rd,c} = 0{,}13 \cdot k \cdot (\rho_l f_{ck})^{1/3} \cdot b \cdot d$. Zbrojenie przy podporze to $\phi 6$ co 80 mm o $A_{s1} = 3{,}55$ cm^2/m i sięga ono na długość $l = 0{,}25l_{eff} = 0{,}25 \cdot 1{,}95 = 0{,}4875 \approx 500$ mm poza lico żebra. Ponieważ $d + l_{bd} = 52 + 196 = 248$ mm, to całe to zbrojenie można przyjąć do obliczeń ρ_l:

$$\rho_l = \frac{3{,}55}{100 \cdot 5{,}2} = 0{,}68\%, \qquad k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{52}} = 2{,}96 > 2;$$

przyjęto $k = 2$.

$$V_{Rd,c} = 0{,}13 \cdot 2 \cdot (0{,}68 \cdot 30)^{1/3} \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}052 = 36{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ MN} = 36{,}9 \text{ kN} > V_{Ed}.$$

W płycie tej nie ma problemu ze ścinaniem.

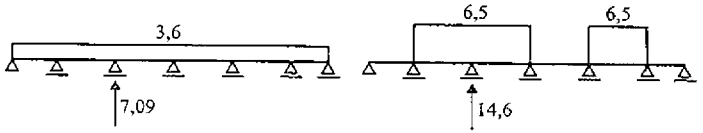
6.4. Projekt techniczny żebra

6.4.1. Schemat statyczny i obciążenia żebra

Schematem statycznym jest belka ciągła czteroprzęsłowa. Długość podparcia skrajnego przęsła przy wieńcu jest równa $0{,}5b_{\text{wieńca}} = 12{,}5$ cm, a przy podciągach $a = 17{,}5$ cm. Rozpiętości obliczeniowe (obliczone analogicznie jak w płycie) wynoszą $l_{eff,1} = 5{,}825$ m i $l_{eff,2} = 6{,}8$ m.

Obciążeniem żebra są reakcje z płyty oraz ciężar własny żebra (wszystkie równomiernie rozłożone na długości żebra).

Na podstawie schematów statycznych i obciążeń płyty wyznaczono (rys. 6.5).



Rys. 6.5. Schematy obciążeń płyty służące obliczeniu reakcji (obciążeń) działających na żebro

Obciążenie charakterystyczne ciężarem własnym żebra wynosi $\Delta g_k = 25 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}25 = 2{,}2$ kN/m.

Obciążenia obliczeniowe wynoszą:

– stałe $g_o = (7{,}09 + 2{,}2) \cdot 1{,}15 = 10{,}7$ kN/m,
$g_o^* = 9{,}3$ kN/m,

– zmienne $q_o = 14{,}6 \cdot 1{,}5 = 21{,}9$ kN/m.

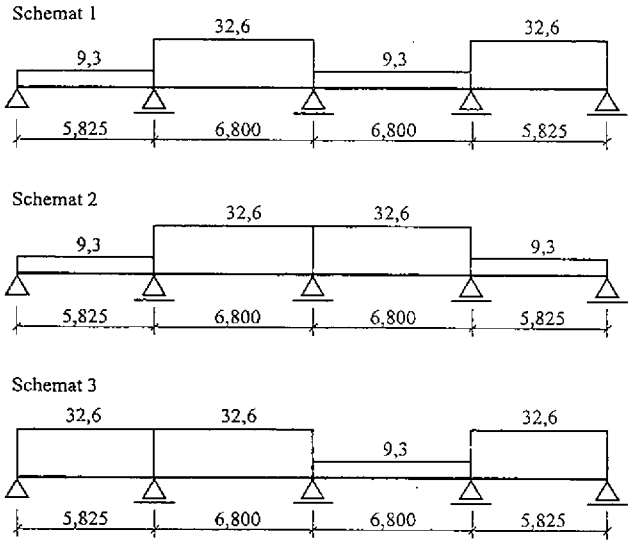
$q_o + g_o = 32{,}6$ kN/m.

6.4.2. Wymiarowanie żeber na zginanie

Ze względu na symetrię belki wystarczy wziąć pod uwagę trzy schematy obciążeń (rys. 6.6).

Schemat 1 umożliwia określenie maksymalnych momentów w przęśle 2 i minimalnych w przęśle 1, a korzystając z symetrii można odczytać również maksymalne momenty w przęśle pierwszym (ED) i minimalne w drugim (DC). Schematy 2 i 3 pozwalają wyznaczyć ekstremalne wartości momentów przy podporach B i C.

Korzystając z programów do obliczeń statycznych otrzymano $M_{max}^1 = 106{,}5$ kNm, $M_{max}^2 = 100{,}2$ kNm oraz $M_{min}^B = M_{min}^C = -149$ kNm.



Rys. 6.6. Schematy obciążeń płyty

a) wymiarowanie w przęśle

– przęsło pierwsze

Odległość między miejscami zerowania się momentów:

$l_0 = 0{,}85 \cdot l_{eff} = 0{,}85 \cdot 5{,}825 = 4{,}95$ m.

Odległość w świetle pomiędzy żebrami $b = 2{,}1 - 0{,}25 = 1{,}85$ m (żebro jest w osi C!).

$b_{eff,1} = b_{eff,2} = 0{,}1(b + l_0) = 0{,}1(1{,}85 + 4{,}95) = 0{,}68$ m $< 0{,}2l_0$ i $0{,}5b$

$b_{eff} = 2b_{eff,1} + b_w = 2 \cdot 0{,}68 + 0{,}25 = 1{,}61$ m.

Przekrój jest pozornie teowy (można sprawdzić)

$A = M_{Ed}/(f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d^2) = 0{,}106/(21{,}4 \cdot 1{,}61 \cdot 0{,}387^2) = 0{,}0205$

$\xi_{eff} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0{,}0205} = 00208 \qquad (x_{eff} = 0{,}008 \text{ m} < h_f)$

i $A_{s1} = 6{,}60$ cm^2.

– przęsło drugie

$l_0 = 0{,}7 \cdot l_{eff} = 0{,}7 \cdot 6{,}8 = 4{,}76$ m, $\qquad b = 1{,}85$ m,

$b_{eff,1} = b_{eff,2} = 0{,}1(4{,}76 + 1{,}85) = 0{,}66$ m,

$b_{eff} = 2 \cdot 0{,}66 + 0{,}25 = 1{,}57$ m,

$A = 0{,}0199$, $\xi_{eff} = 0{,}0201$ i $A_{s1} = 6{,}21$ cm^2.

b) wymiarowanie na podporach

Moment w osi podpory $M_C = M_B = 149$ kNm. Moment w licu podpory $M_{Ed} = -149 + 123{,}2 \cdot 0{,}175 - 32{,}6 \cdot 0{,}175^2 \cdot 0{,}5 = -128$ kNm.

Wyznaczenie d w licu podpory. Pręty górne żebra są usytuowane pod zbrojeniem płyty. Otulina jest więc równa $a = 40 + 6 + 0{,}5 \cdot 20 = 56$ mm. Wysokość użyteczna $d = h - a = 45 - 5{,}6 = 39{,}4$ cm.

$$A = \frac{0{,}128}{21{,}4 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}394^2} = 0{,}1541\,, \quad \xi_{eff} = 0{,}168\,,$$

$x_{eff} = \xi_{eff} \cdot d = 0{,}168 \cdot 0{,}394 = 0{,}062$ m $< 2a = 2(45 + 8 + 10) \cdot 10^{-3} = 0{,}126$ m

(tutaj „dolne" a).

Nie ma więc sensu uwzględniania zbrojenia podwójnego.

$$\rho = \frac{21{,}4 \cdot 0{,}168}{420} = 0{,}00856\,, \qquad A_{s1} = 8{,}43 \text{ cm}^2.$$

c) przyjęcie koncepcji zbrojenia

Wyboru należy dokonać wśród najbardziej dostępnych średnic prętów, tzn. ϕ12, 16, 20, 25, 32. W rachubę wchodzi zbrojenie następujące:

– przęsła $4\phi16$ o $A_{s1} = 8{,}04$ cm^2,

– podpory $2\phi20 + 2\phi16$ (te ostatnie odgięte z dołu) o $A_{s1} = 10{,}3$ cm^2

lub

– przęsła $3\phi20$ o $A_{s1} = 9{,}43$ cm^2,

– podpory $2\phi20 + 2\phi16$ (jeden odgięty z przęsła).

albo wszędzie $2\phi25$ o $A_{s1} = 9{,}82$ cm^2.

Ze względu na prostotę rozwiązania przyjęto wariant z samymi prętami $\phi20$.

6.4.3. Wymiarowanie żeber na ścinanie

– podpora A

Siła tnąca w osi podpory $V_{Ed} = 70{,}4$ kN, $a = 45 + 6 + 10 = 61$ mm, $d = 38{,}9$ cm.

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{389}} = 1{,}71\,,$$

$$\rho_l = \frac{9{,}43}{25 \cdot 38{,}9} = 0{,}97\% \quad (3\phi20),$$

$V_{Rdc} = 0{,}13 \cdot 1{,}71 \cdot (0{,}97 \cdot 30)^{1/3} \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}389 = 0{,}0665$ MN $= 66{,}5$ kN,

$$l_s = \frac{70{,}4 - 66{,}5}{32{,}6} - 0{,}125 < 0\,.$$

Przy podporze A nie ma odcinka II rodzaju.

– podpory B i C

Ze względu na zbliżone wartości sił tnących po obu stronach podpór ograniczono się do najgorszego układu sił tnących, a otrzymane wyniki zastosowano po obu stronach tych podpór.

Siła tnąca w osi podpory $V_{Ed} = 121{,}1$ kN, $d = 39{,}4$ cm.

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{394}} = 1{,}71\,,$$

$$\rho_l = \frac{6{,}28}{25 \cdot 39{,}4} = 0{,}64\% \quad (2\phi 20), \qquad V_{Rdc} = 59 \text{ kN},$$

$$l_s = \frac{121{,}1 - 59}{32{,}6} - 0{,}175 = 1{,}73 \text{ m},$$

$$l_{s,max} = 2 \cdot 0{,}9 \cdot d = 0{,}71 \text{ m}, \qquad l_{s,min} = 0{,}35 \text{ m}.$$

Dokonano następującego podziału odcinka l_s:

$l_{s1} = 0{,}71$ m, $\quad \operatorname{ctg}\theta = 2$, $\quad V_{Ed}^1 = 121{,}1 - 32{,}6(0{,}175 + 0{,}71) = 92{,}2$ kN,

$l_{s2} = 0{,}57$ m, $\quad \operatorname{ctg}\theta = 1{,}89$, $\quad V_{Ed}^2 = 92{,}2 - 32{,}6 \cdot 0{,}57 = 73{,}6$ kN,

$l_{s3} = 0{,}45$ m, $\quad \operatorname{ctg}\theta = 1{,}27$, $\quad V_{Ed}^3 = 59$ kN.

Zastosowano strzemiona dwucięte $\phi 6$ o $A_{sw} = 0{,}56 \cdot 10^{-4}$ m^2

$$s_1 \leqslant \frac{0{,}56 \cdot 420 \cdot 0{,}71}{92{,}2} \cdot 10^{-1} = 0{,}181 \text{ m},$$

$$s_2 \leqslant \frac{0{,}56 \cdot 420 \cdot 0{,}57}{73{,}6} \cdot 10^{-1} = 0{,}182 \text{ m},$$

$$s_3 \leqslant \frac{0{,}56 \cdot 420 \cdot 0{,}45}{59} \cdot 10^{-1} = 0{,}179 \text{ m}.$$

Na wszystkich pododcinkach przyjęto strzemiona $\phi 6$ co 170 mm.

– zbrojenie konstrukcyjne strzemionami

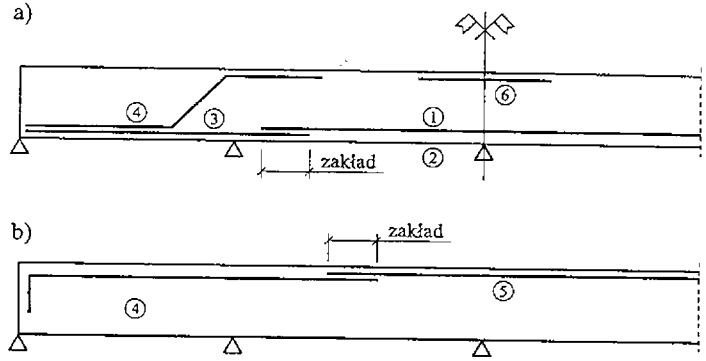
$$\rho_{w,min} = \frac{0{,}08 \cdot 30^{0{,}5}}{500} = 0{,}088\%$$

stąd

$$s_{l,max} \leqslant \frac{0{,}56 \cdot 10^{-4}}{0{,}088 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}25} = 0{,}255 \text{ m} < 0{,}7d = 0{,}276 \text{ m}.$$

6.4.4. Konstruowanie belki ze względu na zginanie i ścinanie

Do zbrojenia belek na zginanie wykorzystano pręty o długości handlowej równej 12,0 m. Układ prętów naszkicowano na poniższym rysunku (rys. 6.7).



Rys. 6.7. Układ prętów w belce ze względu na zginanie

W tym rozwiązaniu zbrojenia zastosowane jest siedem rodzajów prętów, wszystkie o średnicy $\phi 20$.

– **pręt nr 1** – jest prosty o długości 12,0 m,

– **pręt nr 2** – jest prosty i znajduje się w przęśle drugim (i oczywiście trzecim).

Długość tego pręta musi być równa rozpiętości przęsła w świetle podpór powiększonej o długości zakotwienia prętów dolnych na podporach pośrednich. Długość zakotwienia wynosi w tej sytuacji 10ϕ, tzn. $10 \cdot 20 = 200$ mm, a całkowita długość pręta wynosi $680 - 35 + 2 \cdot 20 = 685$ cm.

– **pręt nr 3** – jest prostym prętem łączącym się na zakład z prętem nr 1 i zakotwionym na skrajnej podporze (w wieńcu).

Długość pręta od lica wieńca do miejsca zakładu wynosi $(2500 - 1200)/2 = 650$ cm. W miejscu zakładu $A_{req} \approx 0$ i w związku z tym $l_0 = l_{0,min} = 15\phi = 15 \cdot 20 = 300$ mm $=$ 30 cm.

Na podporze skrajnej długość zakotwienia zależy od wartości siły tnącej. Dla dobrych warunków przyczepności (dół belki) $f_{bd} = 2{,}5 \cdot f_{ctd} = 2{,}5 \cdot 2/1{,}4 = 3{,}57$ MPa i

$$l_{bd} = \frac{1{,}1 \cdot V_{Ed}}{n\pi\phi f_{bd}} = \frac{1{,}1 \cdot 70{,}4}{3 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}02 \cdot 3{,}57} \cdot 10^{-3} = 0{,}115 \text{ m} < 10\phi\,.$$

Całkowita długość pręta nr 3 jest więc równa $650 + 30 + 20 = 700$ cm. Uwaga – jeśli szerokość wieńca będzie mniejsza niż 20 cm, to pręt musi być na końcu zagięty.

– **pręt nr 4** – jest kotwiony w skrajnej podporze, biegnie dołem belki w pierwszym przęśle aż do miejsca oddalonego o d od przekroju, gdzie przestaje być niezbędny obliczeniowo. Tam jest odginany pod kątem 45° do góry i pracuje na rozciąganie. Długość odcinka prostego u góry liczona od miejsca pojawienia się tam pręta zawiera również odcinek $l_{bd} + d$, który jest liczony od miejsca, gdzie pręt przestaje być potrzebny obliczeniowo.

Ze względu na „złe" warunki przyczepności $f_{bd} = 0{,}7 \cdot 3{,}57 = 2{,}5$ MPa. Na początku odcinka zakotwienia potrzebne są dwa pręty $\phi 20$, a jest tam dodatkowo kotwiony pręt (czyli razem trzy), stąd $\sigma_s = f_{yd} \cdot \frac{A_{req}}{A_{prov}} = \frac{2}{3} f_{yd} = \frac{2}{3} \cdot 420 = 280$ MPa.

$$l_{bd} = \frac{20}{4} \cdot \frac{280}{2{,}5} = 560 \text{ mm} = 56 \text{ cm}.$$

Niezbędne długości prostych fragmentów tego pręta można wyznaczać analitycznie korzystając z obliczeń wartości momentów. Zdecydowanie prostsze jest skorzystanie z rozwiązań graficznych (patrz załączone rysunki).

– **pręt nr 5** – jest to prosty pręt o długości 9,0 m łączony na zakład z prętem 7. Ze względu na usytuowanie zakładu (okolice środka rozpiętości przęsła) mamy $A_{req} \approx 0$ i $l_0 = l_{0,min} = 30$ cm.

– **pręt nr 6** – jest to prosta wkładka nad podporą C. Jej długość wynika z długości odcinka, gdzie trzy pręty są niezbędne obliczeniowo powiększonej o $2(l_{bd}+d)$. Długość zakotwienia l_{bd} jest identyczna jak w przypadku pręta 4.

– **pręt nr 7** – łączony jest na zakład z prętem nr 5. Długość tego pręta od lica wieńca do zakładu wynosi 8,0 m. Długość zakotwienia w wieńcu związana jest z możliwością przeniesienia momentu równego $0{,}15M_{Ed}$.

Ponieważ w pewnym przybliżeniu 3 pręty przenoszą moment M_{Ed}, to dwa przenoszą $2/3M_{Ed}$ i stąd $A_{req}/A_{prov} = 0{,}15/0{,}66 = 0{,}22$ i $l_{bd} = (20/4) \cdot [(420 \cdot 0{,}22)/2{,}5] = 185$ mm $< l_{b,min} = 200$ mm.

Ostatecznie długość tego pręta powinna wynosić 800 + 20 + 30 = 850 cm.

Należy jeszcze dodać, że pręty które są odginane muszą być nieco dłuższe ze względu na promienie odgięć. Pręty $\phi 20$ muszą być wyginane na wałku o średnicy nie mniejszej niż $7 \cdot \phi = 7 \cdot 20 = 140$ mm.

Aby odpowiednio ustalić miejsce, gdzie określona ilość prętów jest niezbędna obliczeniowo, należy określić nośności przekroju w funkcji ilości prętów.

– *podpora*

liczba prętów	A_{s1}	x_{eff}	M_{Rd}
2	6,28	4,93	97
3	9,42	7,40	141

$$x_{eff} = \frac{A_{s1} f_{yd}}{f_{cd} b_w} = \frac{A_{s1} \cdot 420}{21{,}4 \cdot 25} = 0{,}785 A_{s1},$$

$$M_{Rd} = A_{s1} f_{yd} (d - 0{,}5 x_{eff});$$

– *przęsło*

liczba prętów	A_{s1}	x_{eff}	M_{Rd}
2	6,28	0,79	101
3	9,42	1,18	151

$$x_{eff} = \frac{A_{s1} f_{yd}}{f_{cd} b_{eff}} = 0{,}125 A_{s1}.$$

Układ zbrojenia na ścinanie przyjęto następująco:

– przęsło pierwsze

Rozpiętość w świetle wynosi $l_n = 5{,}525$ m. Na odcinku drugiego rodzaju rozstaw strzemion wynosi 0,17 m, a $l_s = 1{,}73$ m. Ponieważ 1,73/0,17 = 10,1, to znaczy, że jest 11 „pól" ze strzemionami i 12 strzemion. Pierwsze ułożone jest w odległości $s_{min} = 50$ mm od lica podpory B, a ostatnie w przekroju oddalonym o $50 + 11 \cdot 170 = 1920$ mm od lica podpory. Długość odcinka pierwszego rodzaju wynosi zatem 552,5 – 192 – 5 = 355,5 cm (pierwsze strzemię przy podporze A też w odległości 50 mm od lica). Ponieważ 355,5/25,5 = 13,9, to na odcinku pierwszego rodzaju będzie 14 strzemion o średnim rozstawie $s = 355{,}5/14 = 25{,}4$ cm.

– przęsło drugie

Rozpiętość w świetle wynosi $l_n = 6{,}45$ m. Odcinki drugiego rodzaju mają opisany już powyżej układ i zajmują $2 \cdot 192 = 384$ cm (przy podporach B_p i C_l). Pozostaje odcinek o długości 6,45 – 3,84 = 2,61 m. Obliczając 2,61/0,255 = 10,2, otrzymuje się 11 „pól" i 10 dodatkowych strzemion o średnim rozstawie około 2,61/11 = 0,237 m.

6.4.5. Sprawdzenie ścinania na styku żebro–płyta

– Przęsło pierwsze

$$\Delta x = 0{,}25 l_0 = 0{,}25 \cdot 4{,}95 = 1{,}24 \text{ m}.$$

Sprawdzenie przeprowadzono dla pierwszego z czterech odcinków Δx.

dla $x = 0$, $M_{Ed} = 0$, $x_{eff} = 0$, $F_d = 0$,

dla $x = 1{,}24$, $M_{Ed} = 80$ kNm, $x_{eff} = 0{,}69$ cm,

$$F_d = f_{cd} \cdot b_{eff}^1 \cdot x_{eff} = 21{,}4 \cdot 0{,}68 \cdot 0{,}69 \cdot 10^{-2} = 100 \cdot 10^{-3} \text{ MN} = 100 \text{ kN}$$

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{\Delta x \cdot h_f} = \frac{100}{1{,}24 \cdot 0{,}1} = 806 \text{ kPa} = 0{,}806 \text{ MPa}.$$

Ponieważ $k \cdot f_{ctd} = 0{,}4 \cdot 2/1{,}4 = 0{,}57$ MPa $< 0{,}806$ MPa, to pole powierzchni zbrojenia w płycie musi być równe zbrojeniu wynikającemu ze zginania i połowie zbrojenia wyliczonego ze wzoru:

$$\frac{A_{sf}}{s_f} \geqslant \frac{v_{Ed} \cdot h_f}{f_{yd} \operatorname{ctg} \theta} = \frac{0{,}806 \cdot 0{,}1}{420 \cdot 2} = 0{,}96 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

Przy podporze jest zbrojenie płyty o powierzchni 3,55 cm^2/m (ϕ6 co 80). Ze względu na zginanie potrzeba tam zbrojenia 2,66 cm^2/m. Ponieważ $2{,}66 + 0{,}5 \cdot 0{,}96 = 3{,}14$ cm^2/m $< 3{,}55$ cm^2/m, to warunek nośności na ścinanie na styku żebro–płyta jest spełniony.

– W analogiczny sposób sprawdza się to ścinanie w drugim przęśle. Nie ma potrzeby sprawdzania półki w strefie rozciąganej ponieważ wszystkie pręty zbrojeniowe usytuowane są w obrysie żebra.

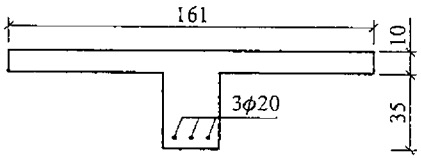
6.4.6. Obliczenie ugięcia żebra (przęsło pierwsze)

Stan graniczny ugięcia jest stanem użytkowania, w którym siły wewnętrzne wyznacza się dla kombinacji obciążeń prawie stałych charakterystycznych. W związku z tym do obliczeń przyjęto:

– obciążenia stałe $g_k = 7{,}09 + 2{,}19 = 9{,}3$ kN/m,
– obciążenia zmienne długotrwałe $q_k = 0{,}6 \cdot 14{,}6 = 8{,}8$ kN/m.

Dla schematu obciążeń nr 1 z rysunku 6.6 otrzymano $M_{Eqp} = 53{,}4$ kNm (przęsło pierwsze).

a) obliczenia wstępne



Obwód, przez który przekrój może wysychać (tracić wodę):

$$u = b_{eff,1} + (h - h_f) + b_w + (h - h_f) + b_{eff,2} = 161 + 2 \cdot 35 = 231 \text{ cm},$$

$$A_c = (161 - 25) \cdot 10 + 25 \cdot 45 = 2485 \text{ cm}^2,$$

$$h_o = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot 2485}{231} = 21{,}5 \text{ cm} = 215 \text{ mm}.$$

Przyjęto $RH = 50\%$ oraz $t_0 = 90$ dni.

$$\text{Obliczono } \varphi(t_0, \infty) = 2{,}0 + \frac{1{,}6 - 2{,}0}{450} \cdot (215 - 150) = 4{,}94.$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t_0, \infty)} = \frac{32}{1 + 1{,}94} = 10{,}88 \text{ GPa}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{200}{10{,}88} = 18{,}4$$

b) faza I – przekrój niezarysowany

$$A_{cs} = A_c + \alpha_e \cdot A_s = 2485 + 18{,}4 \cdot 9{,}43 = 2485 + 173 = 2685 \text{ cm}^2$$

Moment statyczny obliczony względem górnej krawędzi

$$S_{cs} = (161 - 25) \cdot 10 \cdot 5 + 25 \cdot 45^2 \cdot 0{,}5 + 173 \cdot 38{,}9 = 38842 \text{ cm}^2$$

Środek ciężkości przekroju (zasięg strefy ściskanej) x_I

$$x_I = \frac{S_{cs}}{A_{cs}} = \frac{38842}{2658} = 14{,}6 \text{ cm}.$$

Moment bezwładności przekroju niezarysowanego

$$I_I = \frac{(1{,}61 - 0{,}25) \cdot 0{,}1^3}{12} + 1{,}36 \cdot 0{,}1 \cdot (0{,}146 - 0{,}05)^2 +$$

$$+ \frac{0{,}25 \cdot 0{,}45^3}{12} + 0{,}25 \cdot 0{,}45 \cdot (0{,}146 - 0{,}225)^2 + 173 \cdot 10^{-4} \cdot (0{,}389 - 0{,}146)^2 =$$

$$= 1{,}367 \cdot 10^{-3} + 2{,}601 \cdot 10^{-3} + 1{,}022 \cdot 10^{-3} = 4{,}99 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Udział zbrojenia w ogólnym momencie bezwładności wynosi około 20%.
Wskaźnik na zginanie i moment rysujący

$$W_{cs} = \frac{I_I}{h - x_I} = \frac{4{,}99}{0{,}304} = 16{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$M_{cr} = W_{cs} f_{ctm} = 16{,}4 \cdot 2{,}9 = 47{,}6 \text{ kNm} < M_{Eqp}.$$

Belka będzie zarysowana.
Ugięcie belki w fazie pierwszej

$$a_I = \frac{1}{12} \cdot \frac{M_{Eqp} \cdot l_{eff}^2}{E_{c,eff} \cdot I_I} = \frac{1}{12} \cdot \frac{53{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 5{,}825^2}{10{,}88 \cdot 4{,}99} = 2{,}78 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

c) faza II – przekrój zarysowany

$$0{,}5 b_{eff} \cdot h_{eff}^2 = 0{,}5 \cdot 1{,}61 \cdot 0{,}1^2 = 8{,}05 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\alpha_e \cdot A_{s1} \cdot (d - h_f) = 173 \cdot 10^{-4} \cdot (0{,}389 - 0{,}1) = 4{,}99 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Po zarysowaniu przekrój jest pozornie teowy.
Moment statyczny względem środka ciężkości x_{II} jest równy zeru

$$b_{eff} \cdot x_{II}^2 \cdot 0{,}5 - \alpha_e \cdot A_{s1} \cdot (d - x_{II}) = 0$$

$$0{,}805 x_{II}^2 + 0{,}0173 x_{II} - 0{,}0067 = 0$$

$x_{II} = 0{,}08$ m.

Moment bezwładności przekroju zarysowanego

$$I_{II} = \frac{bx_{II}^3}{3} + \alpha_e A_{s1}(d - x_{II})^2 = \frac{1{,}61 \cdot 0{,}08^3}{3} + 173 \cdot 10^{-4} \cdot (0{,}389 - 0{,}08)^2 =$$

$$= (0{,}27 + 1{,}65) \cdot 10^{-3} = 1{,}92 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^4.$$

Udział zbrojenia sięga teraz 86%.
Ugięcie belki w fazie drugiej

$$a_{II} = a_I \cdot \frac{I_I}{I_{II}} = 2{,}78 \cdot \frac{4{,}99}{1{,}92} \cdot 10^{-3} = 7{,}23 \cdot 10^{-3}\ \text{m}.$$

d) ugięcie belki obliczone z uwzględnieniem współpracy betonu pomiędzy rysami

$$\zeta = 1 - 0{,}5\left(\frac{M_{cr}}{M_{Eqp}}\right)^2 = 1 - 0{,}5 \cdot \left(\frac{47{,}6}{53{,}4}\right)^2 = 0{,}603$$

$$a = a_{II} \cdot \zeta + a_I(1 - \zeta) = (7{,}23 \cdot 0{,}603 + 2{,}78 \cdot 0{,}397) \cdot 10^{-3} = 5{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

$$a_{lim} = \frac{l_{eff}}{250} = \frac{5{,}825}{250} = 23{,}3 \cdot 10^{-3}\ \text{m} > 5{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

Dopuszczalne ugięcie nie zostanie przekroczone.

6.4.7. Sprawdzenie szerokości rozwarcia rysy

$$s_{r,max} = 3{,}4 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \frac{\phi}{\rho_{eff}}$$

$$A_{c,eff} = b \cdot \min\{2{,}5(h - d); (h - x_I)/3\} = b \cdot \min\{2{,}5 \cdot 6{,}1; 10{,}3\} = 253\ \text{cm}^2$$

$$\rho_{eff} = \frac{9{,}43}{253} = 0{,}037\,, \qquad c = 45\ \text{mm}, \qquad k_1 = 0{,}8\,, \qquad k_2 = 0{,}5\,, \qquad k_4 = 0{,}425$$

$$s_{r,max} = 3{,}4 \cdot 45 + 0{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}425 \cdot \frac{20}{0{,}037} = 153 + 37 = 190\ \text{mm}.$$

Dominujący jest wpływ otuliny na rozstaw rys.

$$\sigma_s = \frac{\alpha_e M_{Eqp}}{I_{II}}(d - x_{II}) = \frac{18{,}4 \cdot 53{,}4}{1{,}92} \cdot (0{,}389 - 0{,}08) = 158\ \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{158 - 0{,}4 \cdot \frac{2{,}9}{0{,}037} \cdot (1 + 18{,}4 \cdot 0{,}037)}{200 \cdot 10^3} = 0{,}527 \cdot 10^{-3}$$

$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 190 \cdot 0{,}527 \cdot 10^{-3} = 0{,}100\ \text{mm} < w_{max} = 0{,}3\ \text{mm}.$

Serokość rozwarcia rysy jest mniejsza niż dopuszczalna.

6.5. Projekt techniczny podciągu

6.5.1. Schemat statyczny i obciążenia

Dominującym obciążeniem podciągu są siły skupione będące reakcjami z żeber. Korzystając z programów obliczeniowych otrzymano:
- reakcję od obciążeń stałych ($g_k = 9{,}3$ kN/m) – $G_k = 65{,}4$ kN,
- reakcję od obciążeń zmiennych ($q_k = 14{,}6$ kN/m) – $Q_k = 111{,}3$ kN.

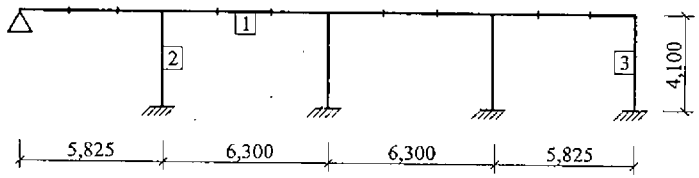
Ciężar własny podciągu jest obciążeniem równomiernie rozłożonym o wartości

$$\Delta g_k = 25 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}5 = 4{,}4\ \text{kN/m}.$$

W obliczeniach statycznych może ono być zastąpione obciążeniem skupionym usytuowanym w osiach żeber (miejscach występowania reakcji z żeber), wtedy

$$\Delta G_k = 4{,}4 \cdot 2{,}1 = 9{,}2\ \text{kN}.$$

Jako schematy statyczne podciągu można przyjmować alternatywnie belkę czteroprzęsłową lub ramę jak na rysunku 6.8.



Rys. 6.8. Układ ramowy do obliczania podciągu

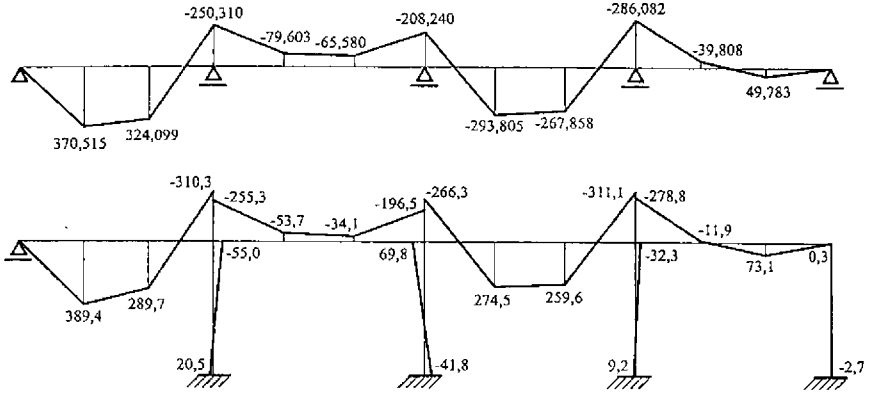
Wartości obciążeń obliczeniowych są oczywiście identyczne dla obu schematów i wynoszą odpowiednio:

$$P_{max} = 111{,}3 \cdot 1{,}5 + (65{,}4 + 9{,}2) \cdot 1{,}15 = 253\ \text{kN} \quad \text{i} \quad P_{min} = 75\ \text{kN}.$$

Przy korzystaniu ze schematu pokazanego na rysunku 6.8 koniecznie trzeba pamiętać o wprowadzeniu do programu odpowiednich i zróżnicowanych sztywności (przekrojów). Będą one różne w ryglu (podciągu), słupach pośrednich i słupie przy dylatacji.

Przy braku sił poziomych różnice w wartościach obliczonych momentów i sił tnących są niewielkie.

Na rysunku 6.9 pokazane są wykresy momentów przy obciążeniu dającym ekstremalne wartości momentów w przęśle pierwszym i trzecim (drugim z „drugiej" strony). Różnice pomiędzy wartościami ekstremów są rzędu −5% w pierwszym przęśle i +6% w drugim. Ponieważ przy korzystaniu ze schematu ramowego trzeba uwzględnić sztywności ele-



Rys. 6.9. Wartości ekstremalnych momentów w pierwszym i trzecim przęśle otrzymane dla schematu statycznego belki i ramy

mentów (a ewentualne problemy szerokości współpracującej, zarysowania czy efektów drugiego rzędu są mocno skomplikowane), to wiedząc że są one jedynie oszacowane, prościej jest korzystać ze schematu belki ciągłej z przegubowymi podporami.

6.5.2. Wymiarowanie podciągu na zginanie

Postępując w sposób analogiczny do opisanego przy wymiarowaniu żebra otrzymano następujące ekstremalne wartości momentów:

$M_{1,max} = 370$ kNm, $M_{2,max} = 294$ kNm,

$M_{B,min} = -455$ kNm, $M_{C,min} = -411$ kNm,

a) wymiarowanie w przęśle

– przęsło pierwsze

$l_0 = 0{,}85 \cdot l_{eff} = 0{,}85 \cdot 5{,}825 = 4{,}95$ m.

Odległość w świetle pomiędzy podciągami (podciągiem a wieńcem) przyjęto równą:

$b = 5{,}70 - 0{,}5 \cdot 0{,}35 = 5{,}525$ m,

$b_{eff,1} = 0{,}1(l_0 + b) = 0{,}1(4{,}95 + 5{,}525) = 1{,}05$ m.

Ponieważ $0{,}2l_0 = 0{,}2 \cdot 4{,}95 = 0{,}99$ m $< 1{,}05$ m, to

$b_{eff} = 2 \cdot 0{,}99 + 0{,}35 = 2{,}33$ m.

Wiadomo, że przekrój jest pozornie teowy

$$A = \frac{0{,}370}{21{,}4 \cdot 2{,}33 \cdot 0{,}534^2} = 0{,}026$$

$\xi_{eff} = 0{,}0264$ i $A_{s1} = 16{,}72 \cdot 10^{-4}$ m^2.

– przęsło drugie

$l_0 = 0{,}7 \cdot l_{eff} = 0{,}7 \cdot 6{,}3 = 4{,}41$ m,

$b_{eff,1} = 0{,}1(l_0 + b) = 0{,}1(4{,}41 + 5{,}525) = 0{,}9935$ m.

Przyjęto

$b_{eff,1} = 0{,}2l_0 = 0{,}88$ m $< 0{,}9935$ m

$b_{eff} = 2 \cdot 0{,}88 + 0{,}35 = 2{,}11$ m.

$$A = \frac{0{,}294}{21{,}4 \cdot 2{,}11 \cdot 0{,}534^2} = 0{,}023$$

$\xi_{eff} = 0{,}023$ i $A_{s1} = 13{,}3 \cdot 10^{-4}$ m^2.

b) wymiarowanie na podporach

Zbrojenie podciągu umieszczone jest poniżej górnego zbrojenia żebra

$d = 600 - 40 - 6 - 20 - 0{,}5 \cdot 25 = 521{,}5$ mm $= 0{,}52$ m.

– podpora B
Moment w licu podpory jest równy $M_{Ed} = 403$ kNm,

$$A = \frac{0{,}403}{21{,}4 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}52^2} = 0{,}199\,, \qquad \xi_{eff} = 0{,}224$$

$x_{eff} = 11{,}7$ cm $< 2a_2 = 13{,}2$ cm, nie ma sensu uwzględnianie podwójnego zbrojenia.

$A_{s1} = 20{,}8 \cdot 10^{-4}$ m^2.

– podpora C
Moment w licu podpory C jest równy $M_{Ed} = 362$ kNm.

c) przyjęcie koncepcji zbrojenia

Zbrojenie przęsłowe przyjęto w postaci $4\phi 25$ w obu przęsłach o $A_{s1} = 19{,}64$ cm^2. Nad podporami zastosowano dodatkowo $2\phi 12$ ułożone w niższym rzędzie.

– nośność – przęsło

$$x_{eff} = \frac{f_{yd} \cdot A_{s1}}{f_{cd} \cdot b_{eff}} = \frac{420 \cdot 19{,}61}{21{,}4 \cdot 2{,}33} = 1{,}6 \text{ cm}$$

$$M_{Rd} = 420 \cdot 19{,}64(0{,}53 - 0{,}5 \cdot 0{,}016) \cdot 10^{-1} = 430 \text{ kNm}.$$

$$d = 600 - 45 - 8 - 0{,}5 \cdot 25 = 534{,}5 \text{ m} \approx 0{,}53$$

– nośność – podpora

liczba prętów	A_{s1}	x_{eff}	M_{Rd}
$4\phi 25$	19,64	11,0	384
$4\phi 25 + \phi 12$	20,77	11,6	401
$4\phi 25 + 2\phi 12$	21,9	12,3	420

Uwaga – usytuowanie $2\phi 12$ w drugim rzędzie zmniejsza wartość d o 3,1 mm do $d = 518$ mm = 0,518 m.

Układ zbrojenia jest stosunkowo prosty. Na całości – dołem i górą po $4\phi 25$, a nad podporą B dodatkowo dwie wkładki $2\phi 12$.

6.5.3. Wymiarowanie podciągu na ścinanie

– podpora A

Siła tnąca jest równa $V_{Ed} = 228$ kN.

Do podpory dochodzi i jest zakotwionych $4\phi 25$ o $A_{s1} = 19{,}64$ cm^2,

$$\rho_l = 19{,}64/(35 \cdot 53) = 0{,}011 = 1{,}1\%$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{530}} = 1{,}61$$

$$V_{Rdc} = 0{,}13 \cdot 1{,}61 \cdot (1{,}1 \cdot 30)^{1/3} \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}53 = 0{,}125 \text{ MN} = 125 \text{ kN} < V_{Ed} = 228 \text{ kN}.$$

Odcinek drugiego rodzaju sięga od lica ściany do lica żebra $l_s = 150 - 12{,}5 = 137{,}5$ cm,

$$\operatorname{ctg}\theta = l_s/z = 1{,}375/(0{,}9 \cdot 0{,}53) = 2{,}88 .$$

Podzielono go na dwa równe $l_s = 69$ cm, $\operatorname{ctg}\theta = 1{,}45$.

Przyjęto strzemiona czterocięte $\phi 8$ o $A_{sw} = 4 \cdot 0{,}5 = 2$ cm^2,

$$s \leqslant \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 420 \cdot 10^3 \cdot 0{,}69}{228} = 0{,}254 \text{ m}.$$

Przy długości odcinka równej 135,5–(2·5+2) = 125,5 cm, odpowiada to (125,5/25,4 = 4,94) pięciu „polom" i sześciu strzemionom o rozstawie około 25,1 cm.

– podpora B

Przyjęto symetryczne zbrojenie po obu stronach podpory

$V_{Ed} = 309$ kN,

$V_{Rd,c} = 125 \text{ kN} < V_{Ed} = 309 \text{ kN}.$

Długość odcinka drugiego rodzaju jest równa rozstawowi żeber w świetle i wynosi $l_s = 2{,}1 - 0{,}25 = 1{,}85$ m. Odcinek ten podzielono na dwa równe odcinki o $l_s = 0{,}925$, $\operatorname{ctg}\theta = 0{,}925/(0{,}9 \cdot 0{,}53) = 1{,}94$.

Wymagany rozstaw strzemion

$$s \leqslant \frac{2{,}00 \cdot 420 \cdot 0{,}925}{309} \cdot 10^{-1} = 0{,}251 \text{ m}.$$

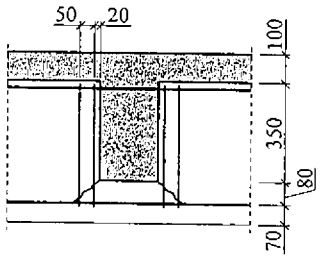
Długość odcinka, na którym będą rozłożone strzemiona, wynosi 185 – (5 · 2 + 2) = 173 cm. Przyjęto 8 strzemion o średnim rozstawie około 24,7 cm.

– podpora C

$V_{Ed} = 280$ kN.

Przyjęto układ strzemion jak przy podporze B.

6.5.4. Ścinanie w miejscu połączenia żebra z podciągiem



Rys. 6.10.

Różnica wysokości podciągu i żebra jest równa 150 mm. Ponieważ zbrojenie dolne podciągu sięga wysokości 45 + 25 = 70 mm, to efektywna różnica wynosi 80 mm. Na tej długości zmieszczą się dwa strzemiona w odstępach 20 mm od lica żebra i 50 mm pomiędzy strzemionami. Siła przenoszona przez te strzemiona (po obu stronach żebra) jest równa

$$F = n \cdot A_{sw} \cdot f_{yd} = 4 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 420 \cdot 10^3 = 336 \text{ kN}.$$

Zredukowana reakcja z żebra na podciąg wynosi:

$$F_{red} = R_{max} \cdot \frac{h_{\text{żebra}}}{h_{\text{podciągu}}} = 242 \cdot \frac{45}{60} = 181 \text{ kN} < 336 \text{ kN}.$$

Ścięcie na styku żebro–podciąg nie nastąpi.

6.5.5. Ścinanie pomiędzy płytą a podciągiem

Sprawdzenie przeprowadzono dla półki w strefie ściskanej na pierwszym odcinku pomiędzy skrajną podporą i miejscem przekazywania się obciążeń z żebra.

$\Delta x = 1{,}5 + 0{,}125 = 1{,}625$ m,

$M_{Ed} = 371$ kNm, $\quad b_{eff,1} = 0{,}99$ m, $\quad x_{eff} = 0{,}0264 \cdot 0{,}534 = 0{,}014$ m,

$\Delta F_d = F_d(1{,}625) = 21{,}4 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}014 \cdot 10^3 = 297$ kN,

$$\vartheta_{Ed} = \frac{0{,}297}{1{,}625 \cdot 0{,}1} = 1{,}83 \text{ MPa}.$$

– krzyżulec betonowy

$$\nu = 0{,}6\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0{,}6 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) = 0{,}528$$

$$\vartheta_{Rd} = 0{,}5\nu f_{cd}\frac{\operatorname{ctg}\theta}{1 + \operatorname{ctg}^2\theta} = 0{,}5 \cdot 0{,}528 \cdot 21{,}4 \cdot \frac{2}{5} = 2{,}26 \text{ MPa}.$$

Nośność krzyżulca betonowego jest wystarczająca.

– zbrojenie na połączeniu podciągu i płyty
Wzięto pod uwagę zbrojenie rozdzielcze oraz zbrojenie przyjęte na moment $0{,}25M_{Ed}$. Daje to razem 1,6 cm^2/m = $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ m^2/m (ϕ6 co 175 mm).

$$\frac{A_{sf}}{s_f} \geqslant \frac{\vartheta_{Ed}h_f}{f_{yd}\operatorname{ctg}\theta} = \frac{1{,}83 \cdot 0{,}1}{420 \cdot 2} = 2{,}18 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m}.$$

Zbrojenia jest zbyt mało. Zbrojenie na połączeniu po uwzględnieniu zbrojenia rozdzielczego (0,8 cm^2/m) musi mieć powierzchnię równą $A_{sf}/s_f \geqslant 2{,}18 - 0{,}8 = 1{,}38$ cm^2/m. Przy zachowaniu średnicy ϕ6 otrzymuje się ϕ6 co 200 mm o $A_{sf} = 1{,}41$. Zbrojeniem są „długie" pręty rozdzielcze ϕ6 co 350 mm oraz krótsze ϕ6 co 200 mm.

6.5.6. Sprawdzenie stanu granicznego ugięcia i zarysowania

a) obliczenia wstępne

$u = 2{,}33 + 2 \cdot 0{,}5 = 3{,}33$ m,

$A_c = (2{,}33 - 0{,}35) \cdot 0{,}1 + 0{,}35 \cdot 0{,}6 = 0{,}408$ m^2,

$$h_o = \frac{2 \cdot 0{,}408}{3{,}33} = 0{,}245 \text{ m} = 245 \text{ mm},$$

$\varphi(t_0, \infty) = 1{,}92$,

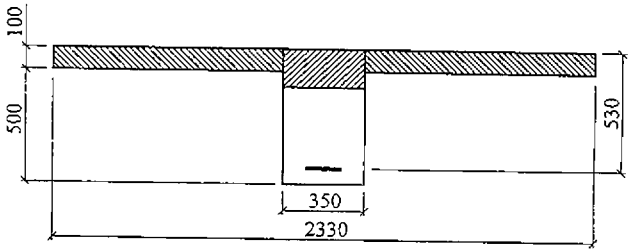
$$E_{c,eff} = \frac{32}{2{,}92} = 10{,}96 \text{ GPa}, \qquad \alpha_e = \frac{200}{10{,}96} = 18{,}25.$$

Zbrojenie w przęśle pierwszym 4ϕ25 o $A_{s1} = 19{,}64$ cm^2

$0{,}5b_{eff}h_f^2 = 0{,}5 \cdot 2{,}33 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}01165$ cm^2,

$A_{s1}\alpha_e(d - h_f) = 19{,}64 \cdot 10^{-4} \cdot 18{,}25 \cdot (0{,}53 - 0{,}1) = 0{,}0154$ cm^2.

Przekrój jest rzeczywiście teowy.



$(2{,}33 - 0{,}35) \cdot 0{,}1 \cdot (x_{II} - 0{,}05) + 0{,}35^2 \cdot x_{II}^2 \cdot 0{,}5 = 19{,}64 \cdot 10^{-4} \cdot 18{,}25 \cdot (0{,}53 - x_{II})$

$0{,}175x_{II}^2 + 0{,}2338x_{II} - 0{,}029 = 0$

$x_{II} = 0{,}114$ m.

$$I_{II} = \frac{1{,}98 \cdot 0{,}1^3}{12} + 1{,}98 \cdot 0{,}1 \cdot (0{,}114 - 0{,}05)^2 + \frac{0{,}35 \cdot 0{,}114^3}{3} + 19{,}64 \cdot 10^{-4} \cdot 18{,}25 \cdot (0{,}53 - 0{,}114)^2$$

$= 0{,}00115 + 0{,}00620 = 7{,}35 \cdot 10^{-3}$ m^4.

Maksymalny moment w przęśle pierwszym wywołany obciążeniami prawie stałymi charakterystycznymi jest równy: $M_{Eqp} = 201$ kNm.

$$\sigma_s = \frac{18{,}25 \cdot 201}{7{,}35} \cdot (0{,}53 - 0{,}114) = 208 \text{ MPa}.$$

$$\rho = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} = \frac{19{,}64}{35 \cdot 53} = 0{,}011 = 1{,}1\%.$$

b) sprawdzenie ugięcia

Korzystając z tabeli 9 w załączniku odczytano dla betonu C30/37 i $\rho = 1{,}1$, że $d_{max}\frac{l_{eff}}{d} = 15{,}1$. Biorąc pod uwagę, że $\sigma_s = 208$ MPa (w tablicach 310 MPa) oraz to, że sprawdza się ugięcie w pierwszym przęśle belki ciągłej, otrzymano

$$\max \frac{l_{eff}}{d} = 15{,}1 \cdot \frac{310}{208} \cdot 1{,}3 = 29{,}3 .$$

W analizowanym przykładzie $\frac{l_{eff}}{d} = \frac{5{,}825}{0{,}53} = 11 < 29{,}3$. Stan graniczny ugięcia nie zostanie przekroczony.

c) sprawdzenie szerokości rozwarcia rys

Korzystając z tabeli 10 w załączniku, dla $\sigma_s = 240$ MPa i $\rho = 0{,}01$ odczytano $\max \phi = 35$ mm. Ponieważ w projektowanej belce użyto prętów $\phi 25 < \phi 35$, to bez szczegółowych obliczeń można przyjąć, że dopuszczalna szerokość rozwarcia rysy nie będzie przekroczona.

Uwaga: Powyższe nie do końca jest prawdą. Tabela została przygotowana dla $c = 25$ mm, a w projekcie $c = 45$ mm. Biorąc to pod uwagę otrzymuje się $\max \phi \approx 0{,}64 \cdot 35 = 22$ mm > 25 i pewnie lepiej byłoby policzyć w_k!

6.6. Projekt techniczny słupa

Zaprojektowano jedynie słup najniższej kondygnacji w osi B. Przeanalizowano szereg układów obciążeń, z których przedstawiono dwa. Pierwszy, pokazany na rysunku 6.11, daje maksymalną wartość siły osiowej $N_{Ed} = 1963$ kN.

Obciążenia ramy na kondygnacjach powtarzalnych są identyczne jak przy obliczaniu podciągu. Stropodach obciążono obciążeniami stałymi jak na niższych poziomach oraz śniegiem $S_o = 9{,}0$ kN.

a) Wymiarowanie słupa dla kombinacji obciążeń $N_{Ed} = 1963$ kN i $M_{Ed} = 8$ kNm, $b = h = 0{,}35$ m, $a_1 = a_2 = 5$ cm

Długość wyboczeniowa słupa jest równa $0{,}59 \cdot 4{,}1 = 2{,}42$ m.

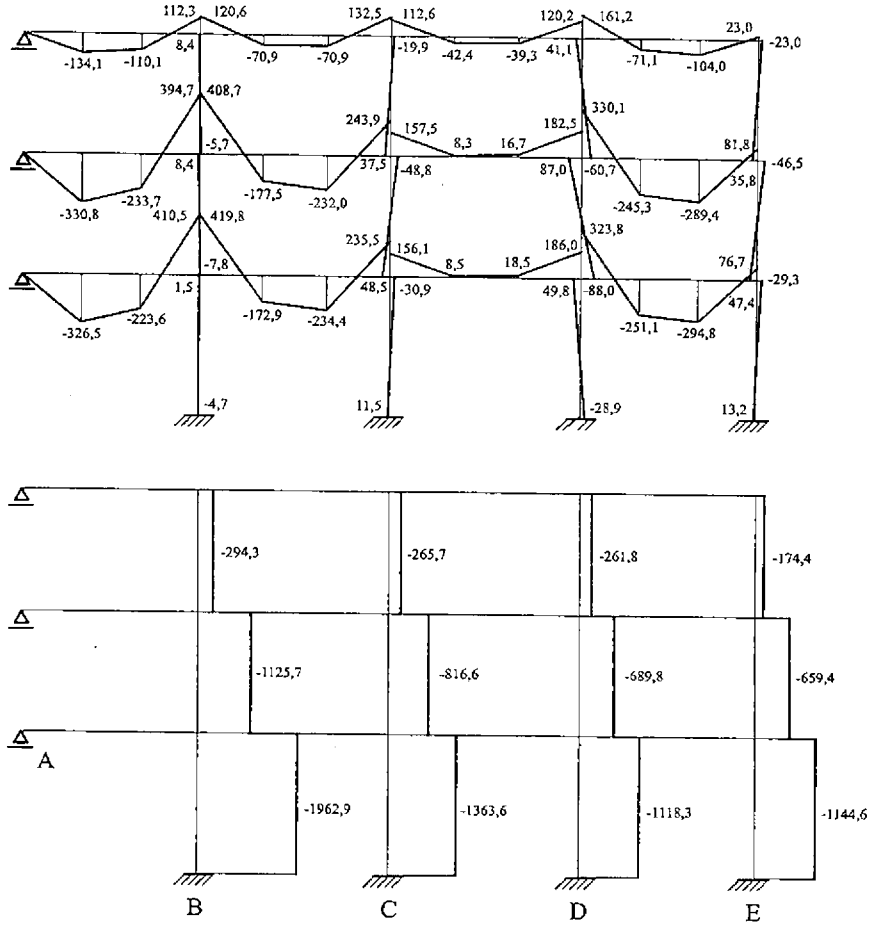
$$e_s = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} = \frac{8}{1963} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$e_a = \max\left\{\frac{l_o}{400}, \frac{h}{30}, 20 \text{ mm}\right\} = 20 \text{ mm}.$$

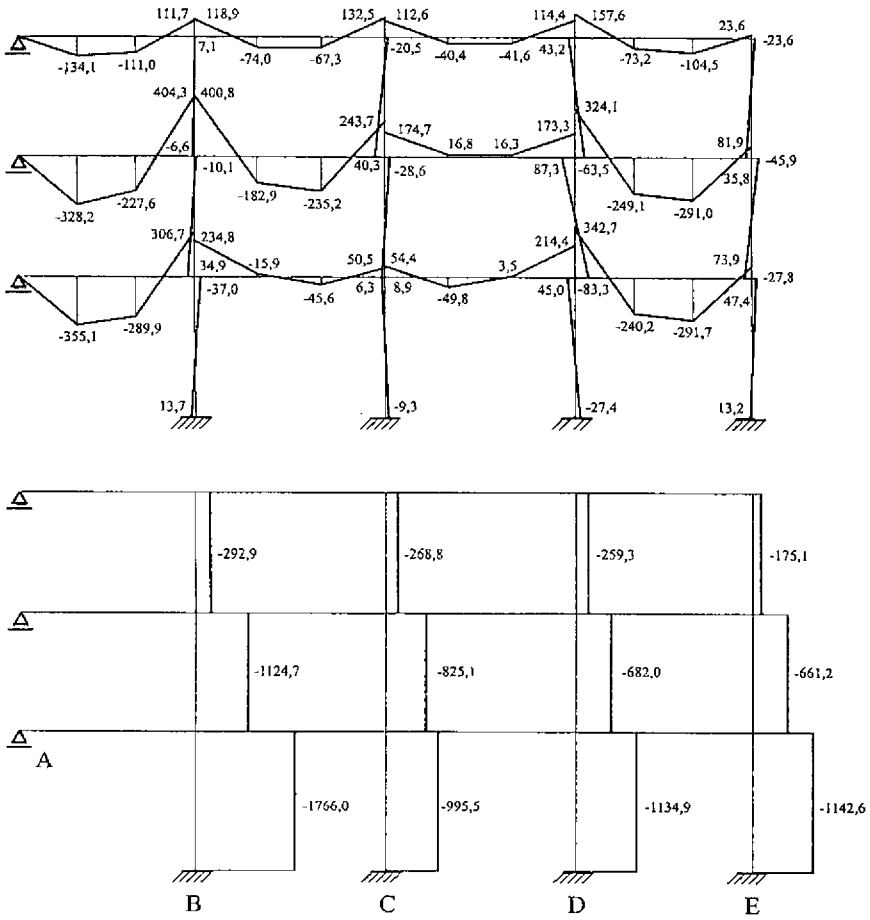
Mimośród niezamierzony jest większy niż statyczny. Słup będzie zbrojony symetrycznie. Zakładamy mały mimośród $\kappa_s = -0{,}95$ (ze względu na ograniczenie odkształceń w przekroju do 2‰), cały przekrój ściskany, $e_o = 2{,}3$ cm.

$$1{,}963 \cdot (0{,}023 + 0{,}125) = 21{,}4 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}3^2 \cdot 0{,}5 + A_{s2} \cdot 420 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}25 \quad \Rightarrow \quad A_{s2} < 0$$

$$1{,}963 = 21{,}4 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}3 + A_s \cdot 420 \cdot 0{,}95 \quad \Rightarrow \quad A_s < 0$$



Rys. 6.11. Wykresy sił wewnętrznych w ramie przy maksymalnej sile N_{Ed} w słupie w osi B



Rys. 6.12. Wykresy sił wewnętrznych przy kombinacji obciążeń dającej wynik bliski max M_{Ed} przy relatywnie dużej wartości N_{Ed}

Zbrojenie słupa jest zbędne obliczeniowo. Przyjęto stopień zbrojenia minimalny

$$\rho_{min} = \max\left\{\frac{0{,}1N_{Ed}}{f_{yd}bd}, 0{,}2\%\right\} = \max\left\{\frac{0{,}1 \cdot 1{,}963}{420 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}3}, 0{,}2\%\right\} = 0{,}45\%$$

$A_s = 0{,}45 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}3 = 4{,}725 \cdot 10^{-4}$ m^2. Ze względów konstrukcyjnych przyjęto $4\phi 16$ o $A_s = 8{,}04$ cm^2.

Łatwo wykazać, że kombinacja obciążeń $N_{Ed} = 1766$ kN i $e_s = 0{,}02$ m nie jest dla tego słupa mniej korzystna.

b) sprawdzenie efektów drugiego rzędu

$$A = 0{,}7$$

$$B = \left(1 + 2 \cdot 0{,}0077 \cdot \frac{420}{21{,}4}\right)^{0{,}5} = 1{,}14$$

$$C = 2{,}2$$

$$n = \frac{1{,}963}{0{,}3 \cdot 0{,}35 \cdot 21{,}4} = 0{,}874$$

$$\lambda_{lim} = \frac{0{,}7 \cdot 1{,}114 \cdot 2{,}2 \cdot 20}{\sqrt{0{,}874}} = 37{,}6$$

$$\lambda = \sqrt{12} \cdot \frac{2{,}42}{0{,}35} = 24{,}0 < 37{,}6$$

Efektów drugiego rzędu można nie uwzględniać.

Ostatecznie przyjęto zbrojenie słupa w postaci prętów $\phi 16$ po jednym w każdym narożu.

Strzemiona zaprojektowano z prętów $\phi 6$, a ich rozstaw podstawowy wynosi 300 mm < $20\phi = 320$ mm.

Pręty są łączone na zakład nad stopą fundamentową.

$$l_o = \frac{16}{4} \cdot \frac{420}{2{,}5} \cdot \frac{4{,}72}{2 \cdot 8{,}04} \cdot 1{,}5 = 295 \text{ mm}.$$

Przyjęto $l_o = 300$ mm. Na długości zakładu umieszczone są trzy strzemiona o rozstawie około 150 mm oraz dodatkowo poza zakładem strzemiona w odległości 50 mm < 4ϕ = 64 mm.

6.7. Projekt techniczny stopy fundamentowej

Ze względu na warunki posadowienia stopa ma wymiary kwadratu o boku równym 2,5 m i stałej wysokości 0,4 m. Głębokość posadowienia wynosi 0,8 m.

Ciężar stopy wynosi $G_1 = 25 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}4 = 62{,}5$ kN, a ciężar gruntu ponad stopą oraz posadzki przy słupie około 55 kN.

Całkowite obciążenie obliczeniowe jest równe $N_{Ed} = 1963 + (62{,}5 + 55) \cdot 1{,}15 = 2098$ kN.

Odpór gruntu jest równy $q = N_{Ed}/A = 2{,}098/2{,}5^2 = 0{,}336$ MPa.

a) **zginanie**

Moment obliczony metodą trapezów wydzielonych jest równy

$$M_{Ed} = 0{,}336 \cdot \frac{(2{,}5 - 0{,}35)^2}{24} \cdot (2 \cdot 2{,}5 + 0{,}35) = 0{,}346 \text{ MNm} = 346 \text{ kNm}.$$

Przyjęto otulenie $a = 50$ mm i $d = 0{,}34$ m.

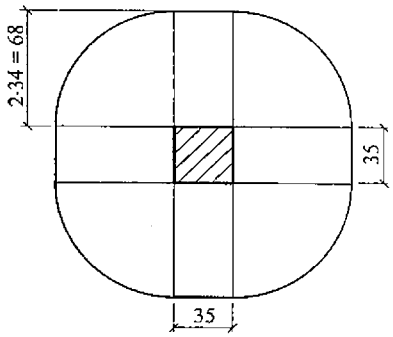
$$A = \frac{M_{Ed}}{f_{cd} b d^2} = \frac{0{,}346}{21{,}4 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}34^2} = 0{,}056\,, \qquad \xi_{eff} = 0{,}0576$$

$\rho = 0{,}003 = 0{,}3\% > \rho_{min}$

$A_{s1} = 25{,}5 \text{ cm}^2/2{,}5 \text{ m}$

Przyjęto siatkę zbrojeniową $\phi 20$ co 30 cm o $A_{s1} = 10{,}5 \text{ cm}^2/\text{m}$.

b) **sprawdzenie przebicia**



Pole powierzchni wyznaczonej przez obwód krytyczny jest równe

$A_{cont} = 3{,}14 \cdot 0{,}68^2 + 0{,}68 \cdot 0{,}35 \cdot 4 + 0{,}35^2 = 2{,}53 \text{ m}^2$.

Zredukowana wartość siły przebijającej wynosi

$V_{Ed,red} = 2{,}098 - 2{,}53 \cdot 0{,}336 = 1{,}248$ MN.

Długość obwodu kontrolnego jest równa

$u_1 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}68 + 4 \cdot 0{,}35 = 5{,}67$ m.

$$v_{Ed} = 1 \cdot \frac{1{,}248}{5{,}67 \cdot 0{,}34} = 0{,}647 \text{ MPa}.$$

Nośność na przebicie wyznaczono z zależności (5.18)

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{340}} = 1{,}77\,, \qquad \rho_l = 0{,}3\%$$

$$v_{Rd,c} = 0{,}129 \cdot 1{,}77 \cdot (0{,}3 \cdot 30)^{1/3} = 0{,}475 \text{ MPa} \quad < \quad v_{Ed} = 0{,}647 \text{ MPa}.$$

Jest ona zbyt mała i z tego względu należy zwiększyć wysokość stopy. Łatwo można sprawdzić, że stopa o wysokości równej 0,5 m będzie wystarczająca.

6.8. Podstawowe zasady wykonywania rysunków konstrukcji żelbetowych

Rysunek jest integralną i bardzo ważną częścią projektu. Sposób jego wykonania określony jest przez normę PN-EN ISO 9766:2006 *Rysunek konstrukcyjny budowlany. Uproszczony sposób przedstawiania zbrojenia betonu.*

Przystępując do wykonywania rysunku trzeba mieć świadomość, że stanowi on podstawowy dokument służący na budowie do wykonania określonej konstrukcji żelbetowej. Musi on zatem zawierać wszystkie informacje niezbędne do zrealizowania konstrukcji zgodnie z tym, co znajdzie się w obliczeniach i innych rozwiązaniach przyjętych w projekcie.

Do omawianego projektu musi być dołączony rysunek zestawczy w skali 1:50 (lub 1:100) obejmujący cały strop z zaznaczeniem zaprojektowanych elementów oraz rysunki konstrukcyjne płyty, żebra, podciągu oraz słupa wraz ze stopą.

Poprawnie wykonany rysunek konstrukcyjny musi w przejrzysty i łatwy sposób umożliwić między innymi:

a) ustalenie gabarytów konstrukcji i deskowań do ich wykonania,
b) wykonanie przez zbrojarzy wszystkich prętów potrzebnych do danej konstrukcji,
c) jednoznaczne położenie zbrojenia we wszystkich fragmentach konstrukcji.

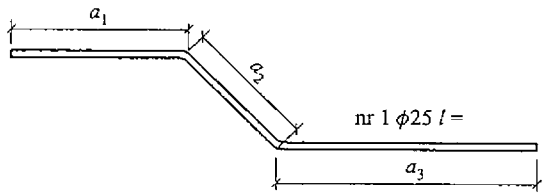
Na rysunkach zamieszcza się również szereg informacji niezbędnych wykonawcy. Do podstawowych należy zaliczyć:

a) wymaganą klasę betonu (np. C30/37),
b) gatunek stali (np. RB 500),
c) nominalną grubość otuliny c_{nom}.

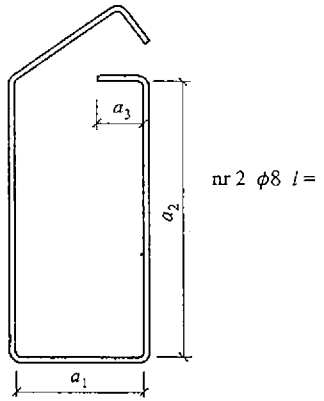
Czasami, jeżeli jest taka potrzeba, zamieszcza się dodatkowe informacje, np. dotyczące gięcia prętów, miejsc wykonywania przerw roboczych, połączeń prętów na zakład lub spajanych itp.

Rysując rzut elementu żelbetowego (np. belki) zakłada się, że przekrój przebiega w licu elementu, ale zbrojenie jest widoczne. Na rzucie tym zaznacza się wszystkie przenikające się elementy. Na przykład przy rysowaniu podciągu należy zaznaczyć też żebra oraz płytę.

Na rzucie zaznacza się zbrojenie w ten sposób, aby można je było prawidłowo umieścić, a pod (lub nad) same pręty z opisem umożliwiającym wykonanie ich przez zbrojarzy. Musi być podana średnica pręta, całkowita jego długość oraz długości poszczególnych



Rys. 6.13. Opis prętów



Rys. 6.14. Opis strzemion

odcinków. Podaje się je w obrysie zewnętrznym (rys. 6.13) dla prętów oraz wewnętrznym (rys. 6.14) dla strzemion.

Każdy różniący się średnicą lub wymiarami pręt ma osobny numer.

Na rzucie elementu najlepszym rozwiązaniem jest operowanie numerami prętów, które są w kółku zaznaczone na rysunku zbrojenia (lub opisane nr ...). Miejsce zakończenia prostego pręta zaznacza się cienką ukośną kreską.

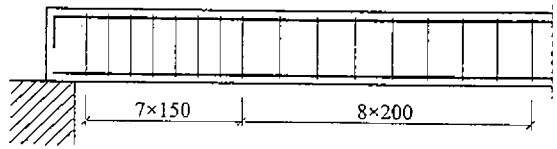
Rozmieszczenie prętów jest ułatwione również dzięki temu, że „wyrzucone" pręty odpowiadają miejscom, gdzie znajdują się w konstrukcji. Czasami stosuje się dodatkowe rozwiązanie polegające na tym, że zbrojenie dolne rysowane jest pod rzutem belki, a górne – nad nim.

Przy rysunku zbrojenia płyty w rzucie z góry, pręty dolnej warstwy rysuje się grubą linią przerywaną, a górnej – ciągłą. Można też używać oznaczeń D i G przy prętach.

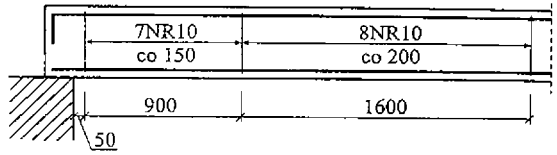
Wygodnie jest nie zaznaczać na rzucie wszystkich strzemion, a jedynie informacje pozwalające prawidłowo i sprawnie je ułożyć – rysunek 6.15. Zamiast rozwiązania pokazanego na rysunku 6.15a można stosować alterantywny opis – rys. 6.15b.

Oprócz rzutu elementu wykonuje się też przekroje. Należy na nich pokazać te fragmenty, gdzie występują ekstremalne siły wewnętrzne i ewentualnie dodatkowo miejsca, gdzie układ zbrojenia może budzić wątpliwości. Na przekrojach podaje się geometrię przekroju oraz usytuowanie prętów poprzez określenie ich odpowiednimi numerami.

a)



b)



Rys. 6.15. Alternatywne opisy ułożenia strzemion

Czytelność rysunku wymaga zróżnicowania grubości linii:
- obrysy przekrojów obiektów i elementów – $2d$ (np. zbrojenie),
- kontury obiektu – d,
- linie wymiarowe – $0{,}5d$.

Na rysunku zamieszcza się też tabelę z zestawieniem stali. Musi ona zawierać:
- oznaczenie pręta (nr),
- jego średnicę i długość,
- liczbę danych prętów,
- ewentualnie gatunki (jeśli są zróżnicowane),
- masy prętów wg średnic,
- masę całkowitą.

Załącznik – tabele

Tabela nr 1. Beton – klasy, wytrzymałości i moduły sprężystości

	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55
Wartości charakterystyczne								
f_{ck}, MPa	12	16	20	25	30	35	40	45
f_{cm}, MPa	20	24	28	33	38	43	48	53
f_{ctm}, MPa	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8
$f_{ctk,0.05}$, MPa	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7
$f_{ctk,0.95}$, MPa	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9
E_{cm}, GPa	27	29	30	31	33	34	35	36
Wartości obliczeniowe								
f_{cd}, MPa	8,6	11,4	14,3	17,9	21,4	25,0	28,6	32,1
f_{ctd}, MPa	0,8	1,0	1,1	1,3	1,4	1,6	1,8	1,9
E_{cd}, GPa	22,6	23,8	25,0	26,2	27,4	28,4	29,4	30,2

Tabela nr 2. Podstawowy współczynnik pełzania dla RH = 50% i t_0 = 28 dni

	Miarodajny wymiar elementu h, mm								
	100	150	200	250	300	350	400	450	500
Klasa betonu	Współczynnik pełzania								
C16/20	3,5	3,3	3,1	3,0	2,9	2,9	2,8	2,8	2,7
C20/25	3,2	3,0	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,6	2,5
C25/30	3,0	2,8	2,6	2,6	2,5	2,4	2,4	2,4	2,3
C30/37	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,1	2,1
C35/45	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,9	1,9	1,9
C40/50	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,7	1,7
C45/55	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,6	1,5	1,5

Tabela nr 3. Podstawowy współczynnik pełzania dla RH = 80% i t_0 = 28 dni

	Miarodajny wymiar elementu h, mm								
	100	150	200	250	300	350	400	450	500
Klasa betonu	Współczynnik pełzania								
C16/20	2,4	2,3	2,2	2,2	2,2	2,2	2,1	2,1	2,1
C20/25	2,2	2,1	2,1	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	1,9
C25/30	2,0	2,0	1,9	1,9	1,9	1,8	1,8	1,8	1,8
C30/37	1,8	1,8	1,7	1,7	1,7	1,7	1,6	1,6	1,6
C35/45	1,6	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
C40/50	1,5	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3
C45/55	1,4	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2

Tabela nr 4. Współczynniki poprawkowe uwzględniające wiek betonu w chwili obciążenia

Wiek betonu w chwili obciążenia, w dniach	7	14	28	60	90	180
Współczynnik poprawkowy	1,30	1,14	1,00	0,86	0,80	0,70

Tabela nr 5. Współczynniki do wymiarowania przekrojów zginanych zbrojonych stalą o f_{yd} = 350 MPa

		C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55
A	ξ_{eff}	ρ, %					
0,005	0,0050	0,020	0,026	0,031	0,036	0,041	0,046
0,010	0,0101	0,041	0,051	0,062	0,072	0,082	0,092
0,015	0,0151	0,062	0,077	0,093	0,108	0,123	0,139
0,020	0,0202	0,082	0,103	0,124	0,144	0,165	0,186
0,025	0,0253	0,103	0,129	0,155	0,181	0,207	0,233
0,026	0,0262	0,107	0,134	0,161	0,187	0,214	***0,241***
0,027	0,0272	0,111	0,139	0,167	0,194	***0,222***	0,250
0,028	0,0284	0,116	0,145	0,174	***0,203***	0,232	0,261
0,030	0,0300	0,123	0,153	***0,184***	0,215	0,245	0,276
0,030	0,0305	0,124	0,155	0,187	0,218	0,249	0,280
0,032	0,0323	0,132	***0,165***	0,198	0,231	0,264	0,297
0,034	0,0342	***0,140***	0,174	0,209	0,244	0,279	0,314
0,035	0,0356	0,145	0,182	0,218	0,255	0,291	0,327
0,040	0,0408	0,167	0,208	0,250	0,292	0,333	0,375
0,045	0,0461	0,188	0,235	0,282	0,329	0,376	0,423
0,050	0,0513	0,209	0,262	0,314	0,367	0,419	0,471
0,055	0,0566	0,231	0,289	0,347	0,404	0,462	0,520
0,060	0,0619	0,253	0,316	0,379	0,442	0,505	0,569

Tabela nr 5. kont. Współczynniki do wymiarowania przekrojów zginanych zbrojonych stalą o $f_{yd} = 350$ MPa

A	ξ_{eff}	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55
		ρ, ‰					
0,065	0,0673	0,275	0,343	0,412	0,480	0,549	0,618
0,070	0,0726	0,296	0,371	0,445	0,519	0,593	0,667
0,075	0,0780	0,319	0,398	0,478	0,557	0,637	0,717
0,080	0,0835	0,341	0,426	0,511	0,596	0,681	0,767
0,085	0,0890	0,363	0,454	0,545	0,635	0,726	0,817
0,090	0,0945	0,386	0,482	0,578	0,675	0,771	0,868
0,095	0,1000	0,408	0,510	0,612	0,714	0,816	0,918
0,100	0,1056	0,431	0,539	0,646	0,754	0,862	0,970
0,105	0,1112	0,454	0,567	0,681	0,794	0,908	1,021
0,110	0,1168	0,477	0,596	0,715	0,834	0,954	1,073
0,115	0,1225	0,500	0,625	0,750	0,875	1,000	1,125
0,120	0,1282	0,523	0,654	0,785	0,916	1,047	1,178
0,125	0,1340	0,547	0,684	0,820	0,957	1,094	1,230
0,130	0,1398	0,570	0,713	0,856	0,998	1,141	1,284
0,135	0,1456	0,594	0,743	0,891	1,040	1,189	1,337
0,140	0,1515	0,618	0,773	0,927	1,082	1,236	1,391
0,145	0,1574	0,642	0,803	0,964	1,124	1,285	1,445
0,150	0,1633	0,667	0,833	1,000	1,167	1,333	1,500
0,155	0,1693	0,691	0,864	1,037	1,210	1,382	1,555
0,160	0,1754	0,716	0,895	1,074	1,253	1,432	1,611
0,165	0,1815	0,741	0,926	1,111	1,296	1,481	1,667
0,170	0,1876	0,766	0,957	1,149	1,340	1,531	1,723
0,175	0,1938	0,791	0,989	1,186	1,384	1,582	1,780
0,180	0,2000	0,816	1,020	1,224	1,429	1,633	1,837
0,190	0,2126	0,868	1,085	1,302	1,519	1,735	1,952
0,200	0,2254	0,920	1,150	1,380	1,610	1,840	2,070
0,210	0,2384	0,973	1,216	1,460	1,703	1,946	2,190
0,220	0,2517	1,027	1,284	1,541	1,798	2,054	2,311
0,230	0,2652	1,082	1,353	1,623	1,894	2,164	2,435
0,240	0,2789	1,138	1,423	1,707	1,992	2,277	2,561
0,250	0,2929	1,195	1,494	1,793	2,092	2,391	2,690
0,260	0,3072	1,254	1,567	1,881	2,194	2,508	2,821
0,270	0,3218	1,313	1,642	1,970	2,298	2,627	2,955
0,280	0,3367	1,374	1,718	2,061	2,405	2,748	3,092
0,290	0,3519	1,436	1,796	2,155	2,514	2,873	3,232
0,300	0,3675	1,500	1,875	2,250	2,625	3,000	3,375
0,310	0,3836	1,566	1,957	2,348	2,740	3,131	3,522
0,320	0,4000	1,633	2,041	2,449	2,857	3,265	3,673

Tabela nr 5. kont. Współczynniki do wymiarowania przekrojów zginanych zbrojonych stalą o $f_{yd} = 350$ MPa

A	ξ_{eff}	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55
		ρ, ‰					
0,330	0,4169	1,702	2,127	2,552	2,978	3,403	3,829
0,340	0,4343	1,773	2,216	2,659	3,102	3,545	3,989
0,350	0,4523	1,846	2,308	2,769	3,231	3,692	
0,360	0,4708	1,922	2,402	2,883	3,363	3,844	
0,370	0,4901	2,000	2,500	3,001	3,501	4,001	
0,375	0,5000	2,041	2,551	3,061	3,571		
0,380	0,5101	2,082	2,603	3,123	3,644		
0,390	0,5300	2,163	2,704	3,245	3,786		

Tabela nr 6. Współczynniki do wymiarowania przekrojów zginanych zbrojonych stalą o $f_{yd} = 420$ MPa

A	ξ_{eff}	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55
		ρ, ‰					
0,005	0,0050	0,017	0,021	0,026	0,030	0,034	0,038
0,010	0,0101	0,034	0,043	0,051	0,060	0,068	0,077
0,015	0,0151	0,051	0,064	0,077	0,090	0,103	0,116
0,020	0,0202	0,069	0,086	0,103	0,120	0,137	0,155
0,025	0,0258	0,088	0,110	0,132	0,154	0,176	***0,198***
0,026	0,0268	0,091	0,114	0,137	0,159	***0,182***	0,205
0,027	0,0279	0,095	0,119	0,142	***0,166***	0,190	0,213
0,029	0,0296	0,101	0,126	***0,151***	0,176	0,201	0,226
0,031	0,0318	0,108	***0,135***	0,162	0,189	0,216	0,243
0,035	0,0356	0,121	0,152	0,182	0,212	0,242	0,273
0,037	0,0382	***0,130***	0,162	0,195	0,228	0,260	0,293
0,040	0,0408	0,139	0,174	0,208	0,243	0,278	0,313
0,045	0,0461	0,157	0,196	0,235	0,274	0,313	0,353
0,050	0,0513	0,175	0,218	0,262	0,305	0,349	0,393
0,055	0,0566	0,193	0,241	0,289	0,337	0,385	0,433
0,060	0,0619	0,211	0,263	0,316	0,369	0,421	0,474
0,065	0,0673	0,229	0,286	0,343	0,400	0,458	0,515
0,070	0,0726	0,247	0,309	0,371	0,432	0,494	0,556
0,075	0,0780	0,265	0,332	0,398	0,465	0,531	0,597
0,080	0,0835	0,284	0,355	0,426	0,497	0,568	0,639
0,085	0,0890	0,303	0,378	0,454	0,530	0,605	0,681
0,090	0,0945	0,321	0,402	0,482	0,562	0,643	0,723
0,095	0,1000	0,340	0,425	0,510	0,595	0,680	0,765
0,100	0,1056	0,359	0,449	0,539	0,628	0,718	0,808

Tabela nr 6. kont. Współczynniki do wymiarowania przekrojów zginanych zbrojonych stalą o f_{yd} = 420 MPa

A	ξ_{eff}	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55
		ρ, %					
0,105	0,1112	0,378	0,473	0,567	0,662	0,756	0,851
0,110	0,1168	0,397	0,497	0,596	0,695	0,795	0,894
0,115	0,1225	0,417	0,521	0,625	0,729	0,833	0,938
0,120	0,1282	0,436	0,545	0,654	0,763	0,872	0,981
0,125	0,1340	0,456	0,570	0,684	0,797	0,911	1,025
0,130	0,1398	0,475	0,594	0,713	0,832	0,951	1,070
0,135	0,1456	0,495	0,619	0,743	0,867	0,990	1,114
0,140	0,1515	0,515	0,644	0,773	0,902	1,030	1,159
0,145	0,1574	0,535	0,669	0,803	0,937	1,071	1,204
0,150	0,1633	0,556	0,694	0,833	0,972	1,111	1,250
0,155	0,1693	0,576	0,720	0,864	1,008	1,152	1,296
0,160	0,1754	0,597	0,746	0,895	1,044	1,193	1,342
0,165	0,1815	0,617	0,772	0,926	1,080	1,234	1,389
0,170	0,1876	0,638	0,798	0,957	1,117	1,276	1,436
0,175	0,1938	0,659	0,824	0,989	1,153	1,318	1,483
0,180	0,2000	0,680	0,850	1,020	1,190	1,361	1,531
0,190	0,2126	0,723	0,904	1,085	1,265	1,446	1,627
0,200	0,2254	0,767	0,958	1,150	1,342	1,533	1,725
0,210	0,2384	0,811	1,014	1,216	1,419	1,622	1,825
0,220	0,2517	0,856	1,070	1,284	1,498	1,712	1,926
0,230	0,2652	0,902	1,127	1,353	1,578	1,804	2,029
0,240	0,2789	0,949	1,186	1,423	1,660	1,897	2,134
0,250	0,2929	0,996	1,245	1,494	1,743	1,992	2,242
0,260	0,3072	1,045	1,306	1,567	1,828	2,090	2,351
0,270	0,3218	1,094	1,368	1,642	1,915	2,189	2,463
0,280	0,3367	1,145	1,431	1,718	2,004	2,290	2,577
0,290	0,3519	1,197	1,496	1,796	2,095	2,394	2,693
0,300	0,3675	1,250	1,563	1,875	2,188	2,500	2,813
0,310	0,3836	1,305	1,631	1,957	2,283	2,609	2,935
0,320	0,4000	1,361	1,701	2,041	2,381	2,721	3,061
0,330	0,4169	1,418	1,773	2,127	2,482	2,836	3,191
0,340	0,4343	1,477	1,847	2,216	2,585	2,954	3,324
0,350	0,4523	1,538	1,923	2,308	2,692	3,077	3,461
0,360	0,4708	1,602	2,002	2,402	2,803	3,203	3,603
0,370	0,4901	1,667	2,084	2,501	2,917	3,334	3,751
0,375	0,5000	1,701	2,126	2,551	2,976	3,401	3,827

Tabela nr 7. Charakterystyka stali zbrojeniowej – pręty

Średnica nominalna, mm	Ciężar, N/m	Przekrój poprzeczny w cm² przy liczbie prętów									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	2,22	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,83
8	3,94	0,50	1,00	1,51	2,01	2,51	3,01	3,52	4,02	4,52	5,02
10	6,16	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85
12	8,87	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,78	7,91	9,04	10,17	11,30
16	15,78	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,09	20,10
20	24,65	3,14	6,28	9,42	12,56	15,70	18,84	21,98	25,12	28,26	31,40
22	29,83	3,80	7,60	11,40	15,20	19,00	22,80	26,60	30,40	34,19	37,99
25	38,51	4,91	9,81	14,72	19,63	24,53	29,44	34,34	39,25	44,16	49,06
32	63,10	8,04	16,08	24,12	32,15	40,19	48,23	56,27	64,31	72,35	80,38

Tabela nr 8. Przekrój zbrojenia w cm² na 1 m płyty

Rozstaw osiowy prętów, cm	Średnice prętów										
	6	*6/8*	*8*	*8/10*	*10*	*10/12*	*12*	*12/16*	*16*	*16/20*	*20*
10	2,80	3,90	5,00	6,45	7,90	9,60	11,30	15,70	20,10	25,75	31,40
11	2,55	3,55	4,55	5,86	7,18	8,73	10,27	14,27	18,27	23,41	28,55
12	2,33	3,25	4,17	5,38	6,58	8,00	9,42	13,08	16,75	21,46	26,17
13	2,15	3,00	3,85	4,96	6,08	7,38	8,69	12,08	15,46	19,81	24,15
14	2,00	2,79	3,57	4,61	5,64	6,86	8,07	11,21	14,36	18,39	22,43
15	1,87	2,60	3,33	4,30	5,27	6,40	7,53	10,47	13,40	17,17	20,93
16	1,75	2,44	3,13	4,03	4,94	6,00	7,06	9,81	12,56	16,09	19,63
17	1,65	2,29	2,94	3,79	4,65	5,65	6,65	9,24	11,82	15,15	18,47
18	1,56	2,17	2,78	3,58	4,39	5,33	6,28	8,72	11,17	14,31	17,44
19	1,47	2,05	2,63	3,39	4,16	5,05	5,95	8,26	10,58	13,55	16,53
20	1,40	1,95	2,50	3,23	3,95	4,80	5,65	7,85	10,05	12,88	15,70
21	1,33	1,86	2,38	3,07	3,76	4,57	5,38	7,48	9,57	12,26	14,95
22	1,27	1,77	2,27	2,93	3,59	4,36	5,14	7,14	9,14	11,70	14,27
23	1,22	1,70	2,17	2,80	3,43	4,17	4,91	6,83	8,74	11,20	13,65
24	1,17	1,63	2,08	2,69	3,29	4,00	4,71	6,54	8,38	10,73	13,08
25	1,12	1,56	2,00	2,58	3,16	3,84	4,52	6,28	8,04	10,30	12,56
26	1,08	1,50	1,92	2,48	3,04	3,69	4,35	6,04	7,73	9,90	12,08
28	1,00	1,39	1,79	2,30	2,82	3,43	4,04	5,61	7,18	9,20	11,21
30	0,93	1,30	1,67	2,15	2,63	3,20	3,77	5,23	6,70	8,58	10,47
32	0,88	1,22	1,56	2,02	2,47	3,00	3,53	4,91	6,28	8,05	9,81
34	0,82	1,15	1,47	1,90	2,32	2,82	3,32	4,62	5,91	7,57	9,24
36	0,78	1,08	1,39	1,79	2,19	2,67	3,14	4,36	5,58	7,15	8,72
38	0,74	1,03	1,32	1,70	2,08	2,53	2,97	4,13	5,29	6,78	8,26
40	0,70	0,98	1,25	1,61	1,98	2,40	2,83	3,93	5,03	6,44	7,85

Tabela nr 9. Maksymalne wartości l_{eff}/d, dla których dopuszczalne ugięcie nie jest przekroczone ($K = 1,0$)

Klasa betonu / Stopień zbrojenia	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
0,2	45,7	59,1	73,7	89,1	105,3
0,25	33,0	42,0	51,8	62,2	73,3
0,3	25,9	32,2	39,2	46,6	54,6
0,35	21,7	26,2	31,3	36,9	42,8
0,4	19,1	22,4	26,2	30,4	35,0
0,45	17,7	19,9	22,8	26,0	29,6
0,5	17,0	18,5	20,5	23,0	25,8
0,55	16,5	17,8	19,2	20,9	23,1
0,6	16,0	17,3	18,5	19,8	21,3
0,65	15,6	16,8	17,9	19,1	20,2
0,7	15,3	16,4	17,4	18,5	19,6
0,75	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0
0,8	14,8	15,7	16,6	17,6	18,5
0,85	14,5	15,4	16,3	17,2	18,1
0,9	14,3	15,2	16,0	16,8	17,7
0,95	14,2	14,9	15,7	16,5	17,3
1	14,0	14,8	15,5	16,3	17,0
1,05	13,9	14,6	15,3	16,0	16,7
1,1	13,7	14,4	15,1	15,8	16,5
1,15	13,6	14,3	14,9	15,6	16,2
1,2	13,5	14,1	14,8	15,4	16,0
1,25	13,4	14,0	14,6	15,2	15,8
1,3	13,3	13,9	14,5	15,0	15,6
1,35	13,2	13,8	14,3	14,9	15,4
1,4	13,1	13,7	14,2	14,8	15,3
1,45	13,1	13,6	14,1	14,6	15,1
1,5	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0
1,55	12,9	13,4	13,9	14,4	14,9
1,6	12,9	13,3	13,8	14,3	14,8
1,65	12,8	13,3	13,7	14,2	14,6
1,7	12,8	13,2	13,6	14,1	14,5
1,75	12,7	13,1	13,6	14,0	14,4

Dla przęseł skrajnych $K = 1,3$
Dla przęseł wewnętrznych $K = 1,5$

Tabela nr 10. Maksymalne wartości średnic zbrojenia, dla których szerokość rozwarcia rysy nie przekracza $w_k = 0,3$ mm

ρ / σ_s, MPa	0,005	0,0075	0,01	0,0125	0,015	0,0175
160	31	46	61	77	92	107
200	23	34	46	57	68	80
240	17	26	35	44	52	61
280	14	21	27	34	41	48
320	11	16	22	27	33	38
360	9	13	17	22	26	30
400	7	10	14	17	21	24
440	5	8	11	14	16	19
480	4	6	8	11	13	15

Uwagi:
- Dla pośrednich wartości naprężeń lub stopni zbrojenia można stosować interpolację liniową.
- Tablica została opracowana dla elementów zginanych, dla których $c = 25$ mm oraz $h-d = 0,1h$ (analogicznie jak w PN-EN 1992-1.1).

Tabela nr 11. Maksymalne odległości pomiędzy przerwami dylatacyjnymi według normy PN-EN 1992-1-1:2008

Rodzaj konstrukcji	Odległość między dylatacjami d_{joint} w metrach
Konstrukcje poddane wahaniom temperatury zewnętrznej	
a) ściany niezbrojone	5
b) ściany zbrojone	20
c) żelbetowe konstrukcje szkieletowe	30
d) dachy nieocieplane, gzymsy	20
Ogrzewane budynki wielokondygnacyjne	
a) wewnętrzne ściany i stropy monolityczne betonowane w jednym ciągu	30
b) jak wyżej – betonowane odcinkami nie większymi niż 15 m, z pozostawieniem przerw do późniejszego betonowania	jak w przypadku wewnętrznych ścian prefabrykowanych
c) wewnętrzne ściany prefabrykowane z zewnętrznymi ścianami prefabrykowanymi	50
d) jak wyżej – z zewnętrznymi ścianymi z betonu komórkowego	40
e) jak wyżej – z zewnętrznymi ścianami lekkimi, podłużna ściana usztywniająca w środkowej części budynku	70
f) jak wyżej – we ścianami usztywniającymi w skrajnych częściach budynku	50
g) prefabrykowane konstrukcje szkieletowe i konstrukcje monolityczne z usztywnieniem w środkowej części budynku	jak w przypadku wewnętrznych ścian prefabrykowanych
h) monolityczne konstrukcje szkieletowe ze ścianami usztywniającymi w skrajnych częściach budynku – odpowiednio	jak dla a) lub b)
Ogrzewane jednokondygnacyjne hale żelbetowe bez ścian usztywniających lub tylko w środkowej części z zewnętrznymi ścianami o małej sztywności nie ulegającymi zarysowaniu przy odkształceniu w ich płaszczyźnie – w zależności od wysokości konstrukcji h	
a) $h \leqslant 5$ m	60
b) $5 < h < 8$ m	$10 + 10h$
c) $h \geqslant 8$ m	90
Masywne ściany, jeżeli nie stosuje się specjalnych zabiegów technologicznych obniżających ciepło twardnienia i skurcz, w zależności od grubości b	
a) $b = 0{,}3$ m $\div$ 0,6 m	do 8 m
b) 0,6 m $< b \leqslant$ 1,0 m	do 6 m
c) 1,0 m $< b \leqslant$ 1,5 m	do 5 m
d) 1,5 m $< b \leqslant$ 2,0 m	do 4 m

Odległości między przerwami dylatacyjnymi podanymi w tabeli nie dotyczą obiektów na terenach działalności górniczej, a także przypadków, kiedy przerwy dylatacyjne są niezbędne z innych względów niż oddziaływanie skurczu betonu i różnic temperatur.